알리는 글

- 이 문서는 슈퍼브레인 유튜브 중학교 수학 강의 자료입니다.
- 중학교 과정이 의무교육이기도 하고 중학교 과정 정도의 수학은 오래된 인류의 자산이므로 무료로 배포합니다.
- 수학적 내용은 저작권이 없지만, 이미지는 저의 저작물로 저작권이 있습니다.
- 제가 많은 시간을 들여 정리하고 만든 자료입니다. 이미지를 발췌하여 사용하실 때 자기가 만든것처럼 사용하면 안됩니다. 자료의 일부를 사용할 때에는 다음의 문구가 모두 포함된 출처를 명시하시기 바랍니다.
  - SuperBrain 유튜브 채널 (youtube.com/SuperBrainSB)
- 출처만 명시한다면 학교, 학원, 출판사, 공부방, 과외, 대안학교 등 국내외 모든 개인, 단체, 기관에서 자유롭게 사용하실 수 있습니다.

알리는 글

- 유튜브 채널 주소는 : https://www.youtube.com/SuperBrainSB
- 중학교 수학 강의 재생목록은 : [클릭]
- 영상 하단의 SuperThanks 기능이나 후원으로 슈퍼브레인에게 응원과 감사의 마음을 전해주세요.
- 이용자들이 많으면 자료의 디테일한 수정, 연습문제 등 지속적인 업데이트를 할 예정입니다.

중학교 수학 1-1
전체 빠르게 요점정리

슈퍼브레인

중학교 1-1 수학 목차

유튜브 슈퍼브레인

수와 연산

- 소수와 합성수, 소인수 분해
- 최대공약수, 최소공배수
- 유리수

문자와 식

- 문자로 된 수식 연산
- 일차방정식

좌표평면과 그래프

- 순서쌍과 그래프
- 정비례와 반비례 그래프

소수와 합성수

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

거듭 제곱, 지수와 밑

$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 3^4$$

삼의 네제곱
3의 4승

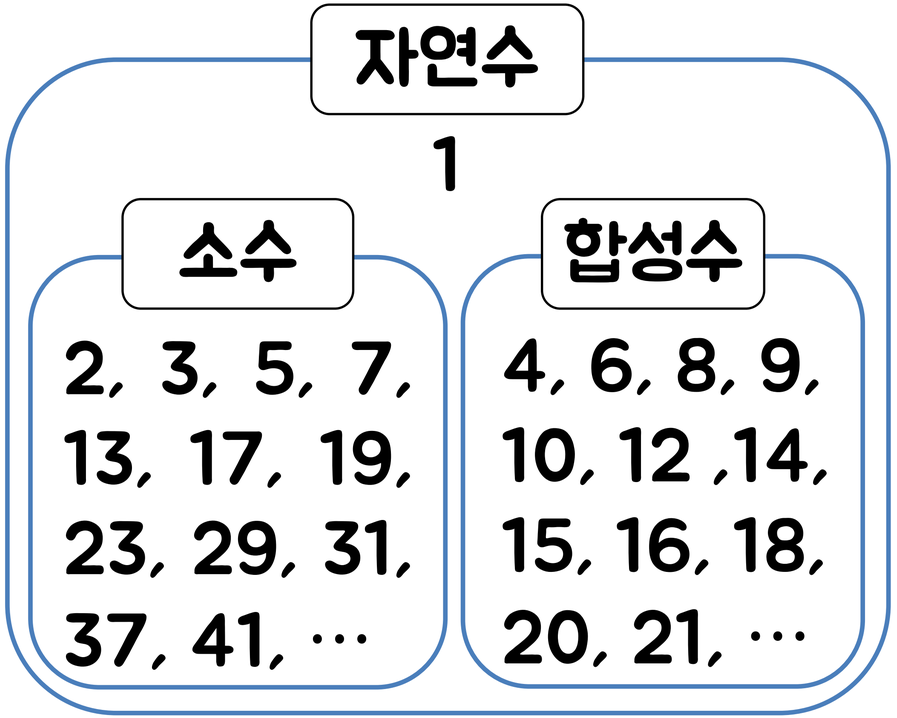
밑 지수

$$x \times x \times x = x^3$$

$$x \times x \times y \times y \times y \times y = x^2 y^4$$

소수와 합성수 Prime Numbers and Composite Numbers

- **자연수** : $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10, \cdots$
- 1 은 합성수도 소수도 아님
- **합성수** : 1을 제외한 다른 자연수들의 곱셈으로 만들 수 있는 수
  - $4 = 2 \times 2$
  - $51 = 3 \times 17$
- **소수** : 약수가 1과 자신뿐인 수
  - $1471 = 1 \times 1471$
  - $23 = 1 \times 23$



소수와 합성수 Prime Numbers and Composite Numbers

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

■ 소수素數

소수小數 : 0.3, 0.7

- 1과 자신 이외의 다른 자연수로 나누어 떨어지지 않음
- 약수의 개수는 2개
- 약수가 1과 자신밖에 없음
- 소수끼리는 서로 소(공약수가 1)
- 현재까지 알려진 가장 큰 소수는 $2^{82589933}-1$

■ 합성수合成數

- 1보다 크고 소수가 아닌 자연수
- 약수의 개수는 3개 이상
- 소수들의 곱으로 나타낼 수 있음

→ 소인수 분해라고 함

→ 360

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$= 2^3 \times 3^2 \times 5$

소인수 분해

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

소인수분해 Prime Factorization

유튜브 슈퍼브레인

- **소인수분해 : 합성수를 소수들의 곱으로 나타내기**
- **인수** : $A = B \times C$ 일 때, B와 C를 A의 인수라고 한다.
- **소인수** : 인수 중에서 소수인 것을 소인수라고 한다.
- $24 = 2 \times 12$
  $= 2 \times 3 \times 4$
  $= 2 \times 3 \times 2 \times 2$
  $= 2^3 \times 3$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

소인수분해를 빠르게 잘 하려면

유튜브
슈퍼브레인

2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}
4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048
3^2	3^3	3^4	3^5	3^6					
9	27	81	243	729					
5^2	5^3	5^4							
25	125	625							

소인수분해를 빠르게 잘 하려면

- 짝수 ↔ 2의 배수
- 마지막 일의 자리수가 5나 0 ↔ 5의 배수
- 마지막 두 자리수가 4의 배수 ↔ 4의 배수 (30248=4×2×19×199)
- 마지막 세 자리수가 8의 배수 ↔ 8의 배수 (15408=8×2×9×107)
- 각 자리수 합이 3의 배수 ↔ 3의 배수 (201=3×67)
- 각 자리수 합이 9의 배수 ↔ 9의 배수 (1791=9×199)

소인수분해를 빠르게 잘 하려면

- (일의 자리를 제거한 수 - 일의 자리 2배)가 7의 배수 ↔ 7의 배수
  - 2387 : 238-14=224
  - 224는 7의 배수 ↔ 2387도 7의 배수
- 홀수자리 숫자의 합 - 짝수자리 숫자의 합이 11의 배수 ↔ 11의 배수
  - 7161 : 7161 : 13-2=11, 11의 배수
  - 17622 : 17622 : 9-9=0, 11의 배수
- 주의 : 7이나 11로 나눗셈을 하는 것이 더 빠를 수도 있음.

소인수분해와 약수 Prime Factorization and Divisors

- $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$
- 360의 약수는 2 2 2 3 3 5 카드의 곱셈 조합
  - 72 : 2 2 2 3 3
  - 90 : 2 3 3 5

약수의 개수와 소인수분해

- $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

2	2	2	3	3	5

  - 2 : 1개인 경우 / 2개인 경우 / 3개인 경우 / 없는 경우 → 4가지 경우
  - 3 : 1개인 경우 / 2개인 경우 / 없는 경우 → 3가지 경우
  - 5 : 1개인 경우 / 없는 경우 → 2가지 경우
- 360 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$가지 경우, 24개

1	2	3	4	5	6	8	9
10	12	15	18	20	24	30	36
40	45	60	72	90	120	180	360

약수의 개수와 소인수분해

- **약수의 개수를 구하여라.**
  - **자연수를 소인수분해**
  - $2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d \times \cdots$
  - **약수의 개수는** $(a+1) \times (b+1) \times (c+1) \times (d+1) \cdots$ **개**
- **예제) 126 약수의 개수는?**

  $\rightarrow 126 = 2 \times 63 = 2 \times 7 \times 9 = 2 \times 3^2 \times 7$

  $\rightarrow 2 \times 3 \times 2 = 12$

  → **정답 : 12개 (1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126)**

최대공약수와 최소공배수

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

공약수와 최대공약수

- 공약수 Common Divisor, Common Factor
  - 공통인 약수
- 최대공약수 Greatest Common Divisor
  - 공약수 중에서 가장 큰 수
- 서로 소 Relatively Prime, Coprime
  - 공약수가 1뿐인 자연수의 관계
- 공약수는 최대공약수의 약수들이다.

최대공약수 구하기

- **468과 270의 공약수와 최대공약수를 구하여라.**

  - $468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$
  - $270 = 2 \times 3^3 \times 5$
  - $2 \quad 3^2$
  - **최대공약수는** $2 \times 3^2 = 18$
  - **공약수는 18의 약수** : $1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 9,\ 18$

2	468	270
3	234	135
3	78	45
	26	15

최대공약수 구하기

■ **576과 480과 360의 공약수와 최대공약수를 구하여라.**

- $576 = 2^6 \times 3^2$
- $480 = 2^5 \times 3 \times 5$
- $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
- **최대공약수는** $2^3 \times 3 = 24$
- **공약수는 24의 약수** : $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 24$

2	576	480	360
2	288	240	180
2	144	120	90
3	72	60	45
	24	20	15

공배수와 최소공배수

- 공배수 Common Multiple
  - 공통인 배수
- 최소공배수 Least Common Multiple
  - 공배수 중에서 가장 작은 수
- 어떤 수들의 서로 소이면 그 수들의 곱이 최소공배수

최소공배수 구하기

- **24와 30의 최소공배수를 구하여라.**
  - $24 = 2^3 \times 3$
  - $30 = 2 \times 3 \times 5$
    2^3 3 5
  - **최소공배수는** $2^3 \times 3 \times 5 = 120$

2	24	30
3	12	15
4	4	5
5	1	5
	1	1

최소공배수 구하기

- **117, 153, 221의 최소공배수를 구하여라.**
  - $117 = 3^2 \times 13$
  - $153 = 3^2 \times 17$
  - $221 = 13 \times 17$
  - **최소공배수는** $3^2 \times 13 \times 17 = 1989$

3	117	153	221
3	39	51	221
13	13	17	221
17	1	17	17
	1	1	1

최소공배수와 최대공약수

- **두 자연수의 곱은 최소공배수와 최대공약수의 곱과 같다.**
- **증명)**
  - $A = aL, B = bL$ **(**a, b**는 서로 소)**
  - $AB = abLL, abL = G$ **이므로** $AB = LG$
- **예)** 50**과** 60
  - $50 = 2 \times 5^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5$
  - **최대공약수** : $L = 2 \times 5 = 10$, **최소공배수** : $G = 2^2 \times 3 \times 5^2 = 300$
  - **두 수의 곱** $= 50 \times 60 = 3000, (5 \times L) \times (6 \times L) = 5 \times 6 \times L \times L$

유리수

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

정수와 유리수의 정의

- **정수** : $\cdots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$
  - 음의 정수, 0, 양의 정수(자연수)
- **유리수**
  - 정수를 이용하여 분수를 만들 수 있다면 유리수(단, 분모는 0이 아님)
  - 정수를 이용하여 분수를 만들 수 없다면 유리수가 아님 = 무리수

- 실수
  - 유리수
    - 정수
      - 자연수(양의 정수)
      - 0, 음의 정수
    - 정수가 아닌 유리수 $\frac{5}{3}, -\frac{3}{9}, 0.2, 0.\dot{2}\dot{5}$
  - 무리수 $\pi, \sqrt{2}, e, \log 2, \cdots$

절댓값

- **절댓값 : 0까지의 거리**
  - -5의 절댓값은 5
  - -0.7의 절댓값은 0.7
  - 15의 절댓값은 15

- **절댓값의 기호 : $|-2|$**
  - $|-4| = 4 = |4|$
  - $\left|-\frac{4}{7}\right| = \frac{4}{7} = \left|\frac{4}{7}\right|$
  - $|0| = 0$
  - $|-10.5| = 10.5$
  - $|21| = 21$
  - $\left|\frac{2}{9}\right| = \frac{2}{9}$

음수 유리수의 크기 비교

- 음수는 절댓값이 클수록 작은 수이다.
  - $-5 < -3$
  - $-\frac{3}{5} < -\frac{3}{6}$
  - $-\frac{7}{12} > -\frac{13}{22}$
- A에서 B를 뺐을 때
  - $A - B > 0$ 이면 $A > B$ 이다.
  - $A - B < 0$ 이면 $A < B$ 이다.

유리수의 연산

덧셈

- $(+8)+(-5)=8-5=3$
- $(+4)+(-7)=4-7=4-4-3=-3$
- $(-13)+(+8)=-13+8=-(13-8)=-5$
- $(-13)+(+8)=(+8)+(-13)=8-13=-5$

덧셈은 교환법칙, 결합법칙 가능 (뺄셈은 불가능)

- **교환법칙** : $a+b=b+a$
- **결합법칙** : $(a+b)+c=a+(b+c)$

유리수의 연산

■ 뺄셈 : 덧셈으로 바꾸기 가능 : --는 +로, -+나 +-는 -로

- $(+a)-(-b)=a+b$
- $(+a)-(+b)=a-b=a+(-b)=(-b)+a$

- $(+2)-(-8)=2+8=10$
- $(+9)-(+11)=9-11=9+(-11)=(-11)+9=-2$
- $(-3)-(+5)=-3-5=(-3)+(-5)=-8$
- $(-7)-(-6)=-7+6=(-7)+(+6)=-1$

유리수의 연산

- **곱셈 : 부호가 같은 두 수의 곱은 $+$, 부호가 다른 두 수의 곱은 $-$**
  - $(+8) \times (+9) = +72$
  - $(-3) \times (-7) = +21$
  - $(-5) \times (+2) = -10$
  - $(+4) \times (-6) = -24$
- **곱셈은 교환법칙, 결합법칙 가능 (나눗셈은 불가능)**
  - $a \times b = b \times a$
  - $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

유리수의 연산

- **나눗셈 : 부호가 같으면 $+$, 부호가 다르면 $-$: 역수를 곱하여 계산 가능**
  - $(-15) \div (-3) = 5$
  - $(+96) \div (-6) = -16$
  - $(-84) \div (+7) = -12$
  - $(-4) \div \left(+\frac{2}{7}\right) = -\left(4 \times \frac{7}{2}\right) = -14$
  - $\left(\frac{7}{3}\right) \div \left(-\frac{14}{15}\right) = -\left(\frac{7}{3} \times \frac{15}{14}\right) = -\frac{5}{2}$

유리수의 연산

■ 분수의 덧셈과 뺄셈

- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$
- $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$

■ 지수 : 음수의 짝수제곱은 +, 음수의 짝수제곱은 -

- $(-2)^3=-8$
- $(-2)^{10}=1024$
- $(-1)^{99}=-1$

연산 순서

- 괄호 안쪽 먼저
- 그 다음 지수 먼저
- 그 다음 부호 먼저
- 그 다음 곱셈, 나눗셈
- 그 다음 덧셈, 뺄셈
- 왼쪽에서 오른쪽으로
- $(20-5)-(-25)\times(-2^3)\div(-13+3)+(-15)=20$

연산 순서

- 괄호 안쪽 먼저
- 그 다음 지수 먼저
- 그 다음 부호 먼저
- 그 다음 곱셈, 나눗셈
- 그 다음 덧셈, 뺄셈
- 왼쪽에서 오른쪽으로
- $15 - 16 \div 4 + \left((5 - 4) - 4\right)^2 \times 4 = 47$

문자로 된 수식 연산

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

문자의 사용

- 일반적으로 수식에서 문자를 사용하는 경우 대체적으로
  - 문자끼리 곱하는 경우 곱셈 기호는 생략 $a \times b \times c \Rightarrow abc$
  - 문자끼리 곱에서 가급적 알파벳 순서대로 $y^2zx \Rightarrow xy^2z$
  - 숫자와 문자를 곱할 때는 숫자를 앞에 $n \times 0.5 \Rightarrow 0.5n$
  - 나눗셈보다는 분수로 표현 $c \div 7 \Rightarrow \frac{c}{7}$ $23 \div k \Rightarrow \frac{23}{k}$

수식과 관련된 용어

- $-\frac{x}{2}+xy^2-7y^3=5$

- 항 : 숫자나 문자의 곱으로만 이루어진 식. 덧셈이나 뺄셈으로 구분됨
- 상수항 : 문자 없이 숫자로만 이루어진 항
- 계수 : 항에서 문자 앞에 곱해진 수
- 다항식 : 항이 여러 개인 식
- 차수 : 항에서 곱해진 문자의 개수
- 다항식의 차수 : 차수가 가장 큰 항의 차수(최고차항의 차수)

수식과 관련된 용어

- 등식 : 등호(=)가 포함된 식
- 부등식 : 부등호($>, <, \leq, \geq$)가 포함된 식
- 방정식 : 미지수가 있는 등식 (미지수의 값에 따라 성립 여부 결정)
- 항등식 : 항상 성립하는 등식 (미지수의 값에 관계없이 항상 성립)
  - $3x + 5x = 8x$
- N차 방정식 : 최고차항의 차수가 N차인 방정식
- 동류항 : 문자와 차수가 같은 항, 계수만 다른 항
  - 덧셈과 뺄셈은 동류항끼리만 가능

분배 법칙

- $(3+5)x = 8x = 3x + 5x$
- $x(a+b) = ax + bx$
- $a(x-y) = ax - ay$

다항식 계산 연습

다음 식을 간단히 하시오.

- $3x + 5 - 2x - 9 = 3x + (-2x) + 5 + (-9) = x - 4$

- $4(7x - 1) - 3(2x - 2) = 28x - 4 - 6x + 4 = 22x$

- $\frac{1}{6}(12x - 36) - \frac{1}{4}(-8x + 16) = (2x - 6) + (2x - 4)$

$$= 4x - 10$$

일차방정식

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

일차방정식

- $ax + b = 0$ 혹은 $ax = k$ 의 형태 (단, $a \neq 0$)
- 미지수의 최고차항이 일차인 방정식
- 등식의 성질을 이용하여 미지수를 구함.
  - 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 빼도 등식은 성립한다.
  - 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.
  - 등식의 양변에 0이 아닌 같은 수를 나누어도 등식은 성립한다.

일차방정식 예시

- $5x + 7 = 2x + 2$
  - 양 변에 $2x$를 빼준다. $3x + 7 = 2$
  - 양 변에 7을 빼준다. $3x = -5$
  - 양 변을 3으로 나눠준다. $x = -\frac{5}{3}$
- $0.3x - 0.8 = 0.7$
  - 양 변에 10을 곱해준다. $3x - 8 = 7$
  - 양 변에 8을 더해준다. $3x = 15$
  - 양 변을 3으로 나눠준다. $x = 5$

일차방정식 예시

■ $\frac{x-4}{3} = \frac{2x-12}{4}$

- 양 변에 12를 곱해준다. $4(x-4) = 3(2x-12)$
- 식을 간단하게 정리한다. $-2x = -20$ $x = 10$

■ $\frac{x-2}{4} + \frac{2x+2}{3} = 2$

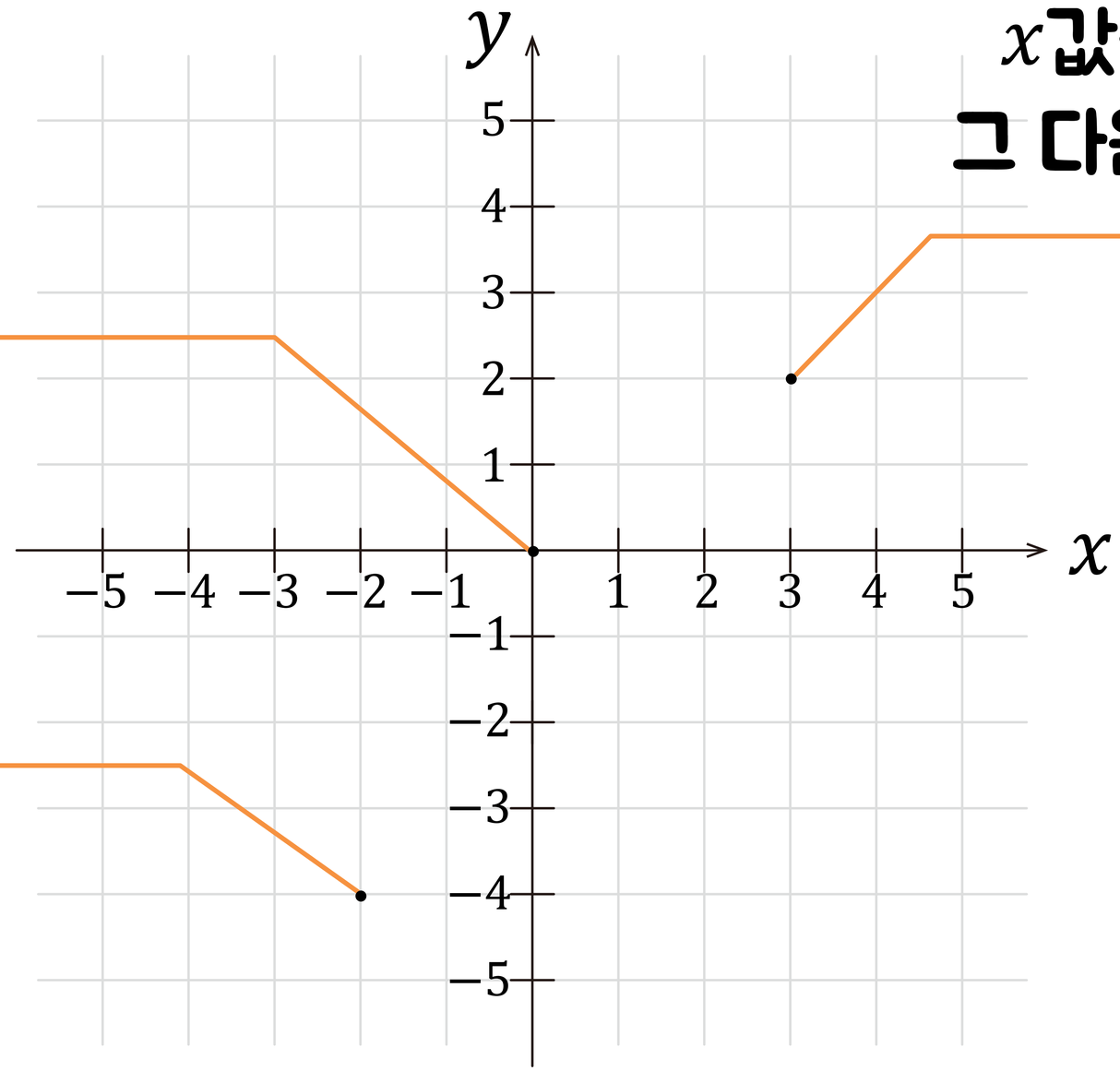
- 양 변에 12를 곱해준다. $3(x-2) + 4(2x+2) = 24$
- 식을 간단하게 정리한다. $11x - 6 + 8 = 24$ $11x = 22$

순서쌍과 그래프

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

순서쌍과 좌표평면



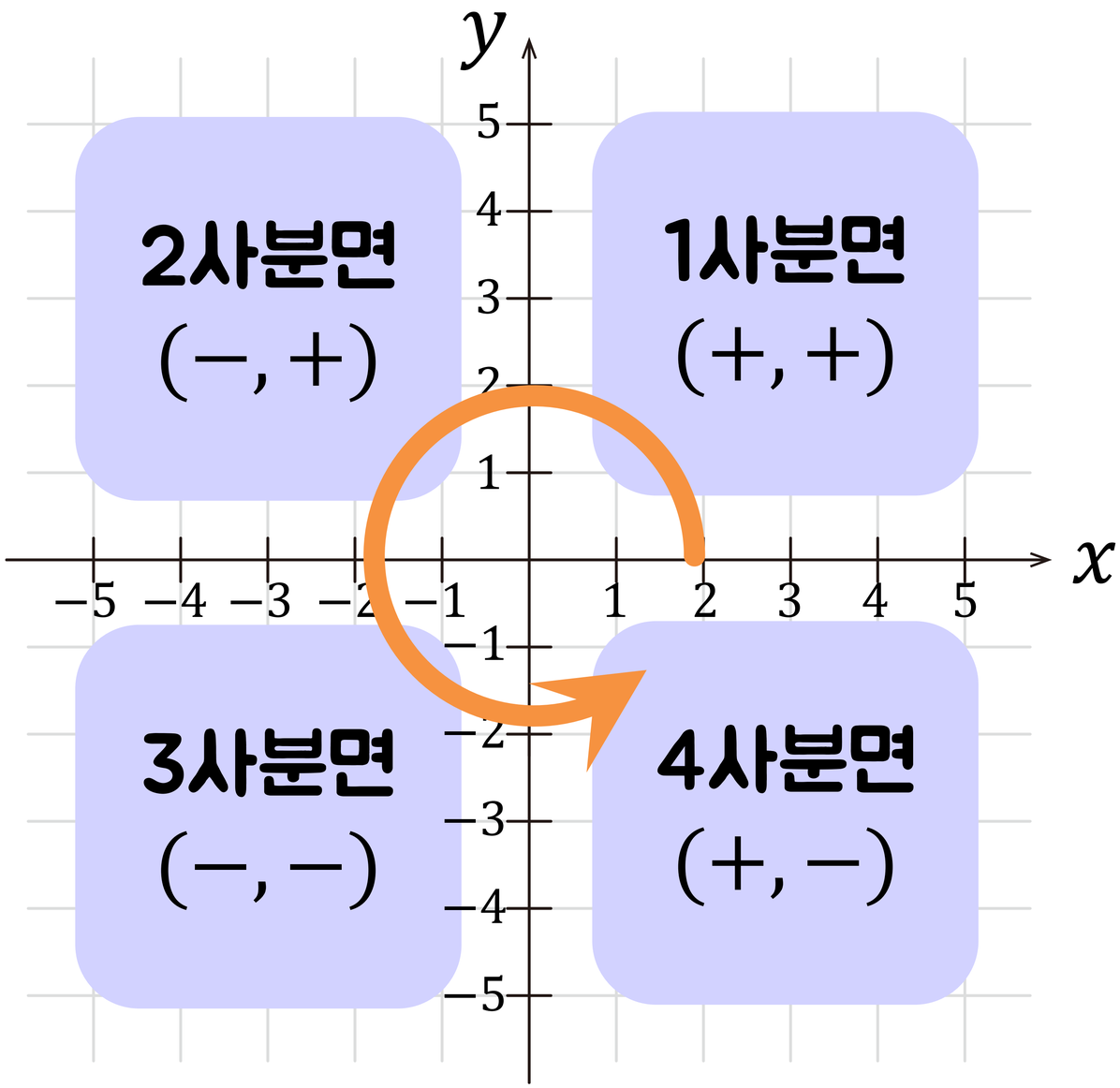
x값을 먼저 쓰고
그 다음 y값을 쓴다.

(3,2)

원점(0,0)

(-2,-4)

순서쌍과 좌표평면

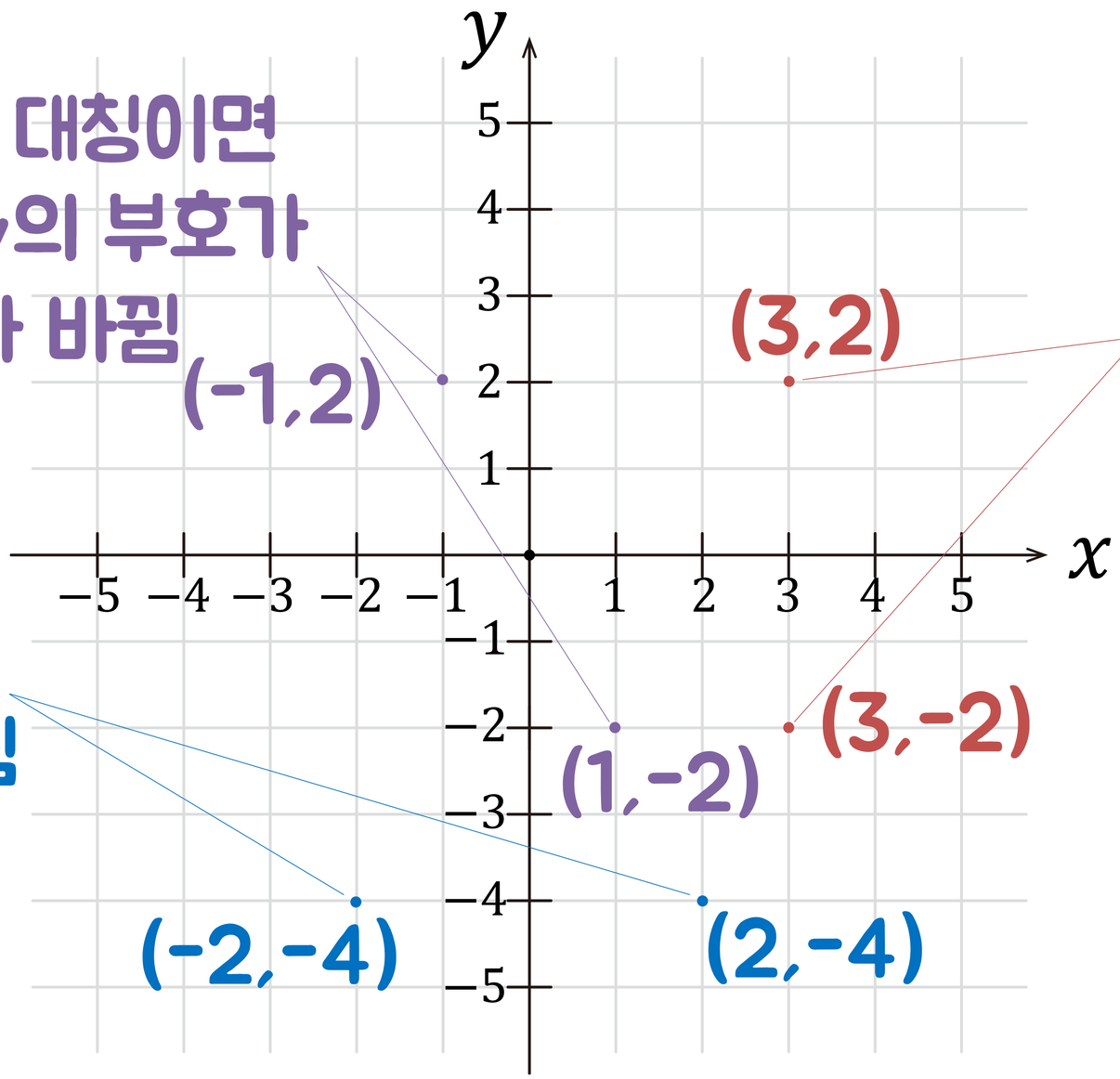


순서쌍과 좌표평면

원점 대칭이면
x와 y의 부호가
다 바뀜

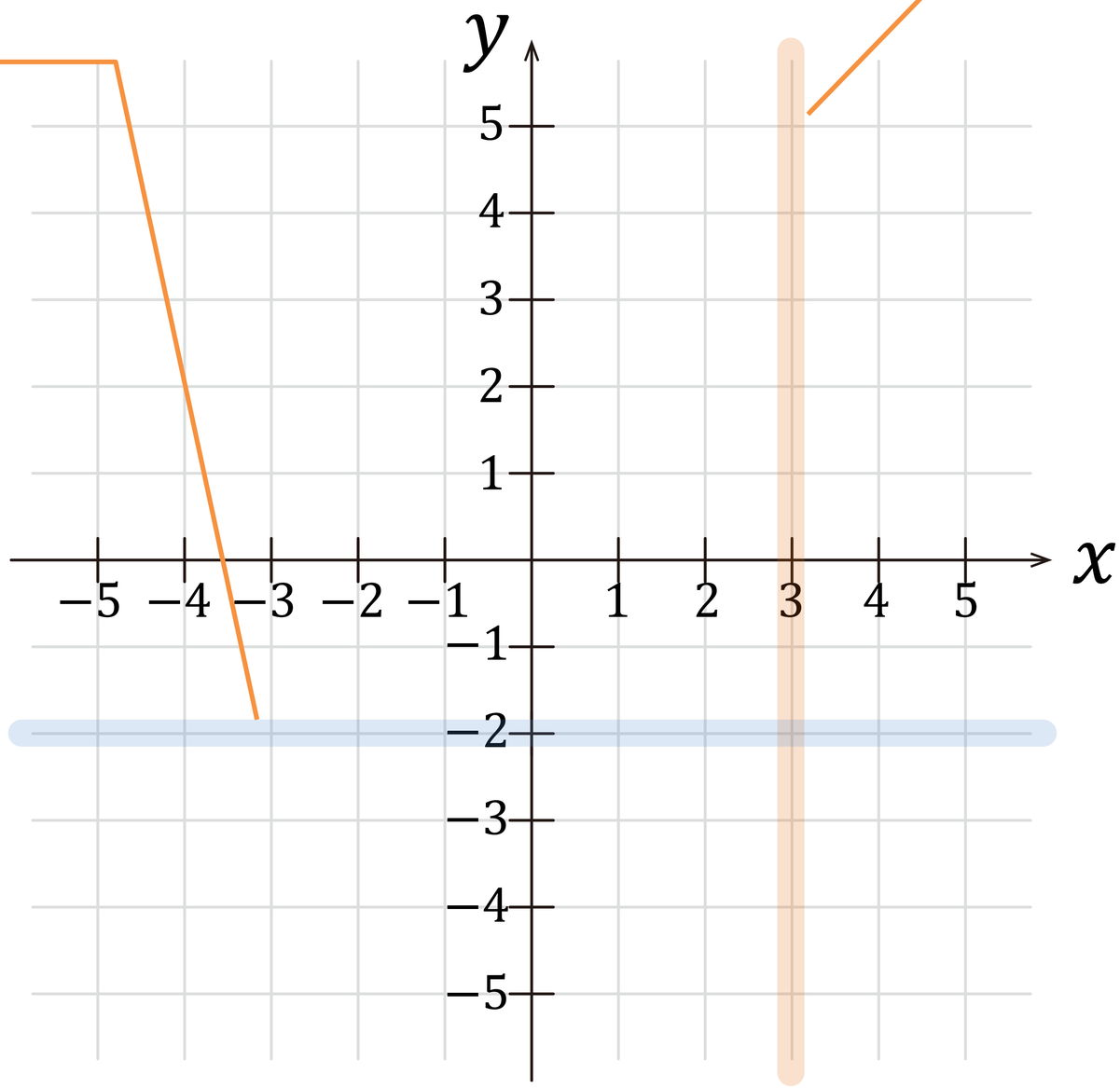
x축 대칭이면
y값의 부호가 바뀜

y축 대칭이면
x값의 부호가 바뀜



순서쌍과 좌표평면

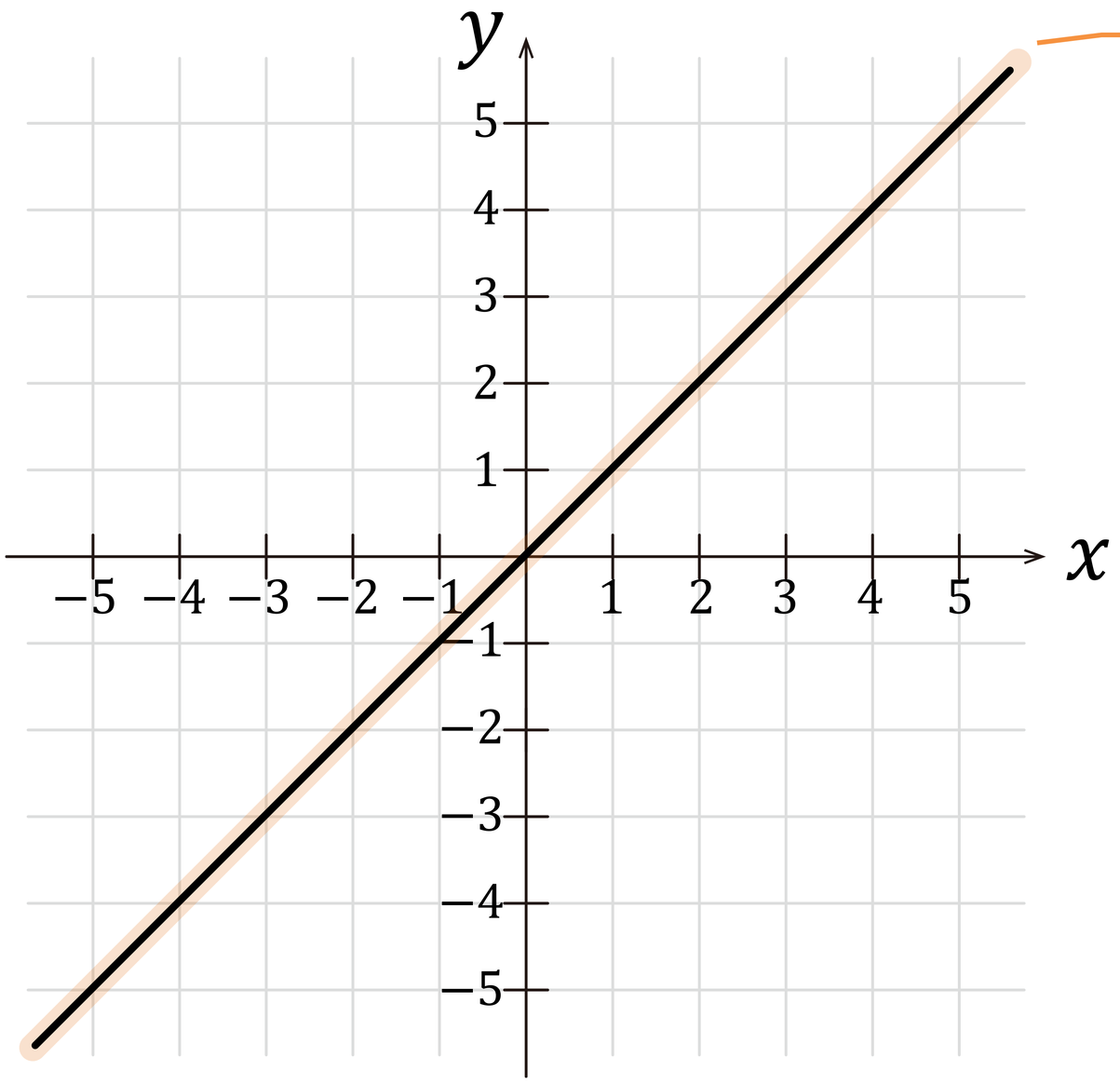
가로줄을 따라서
y값이 동일
(-5,-2)
(-4,-2)
(-3,-2)
(-2,-2)
(-1,-2)
(0,-2)
(1,-2)
(2,-2)
⋮



세로줄을 따라서
x값이 동일
(3,5)
(3,4)
(3,3)
(3,2)
(3,1)
(3,0)
(3,-1)
(3,-2)
(3,-3)
⋮

SuperBrain

순서쌍과 그래프



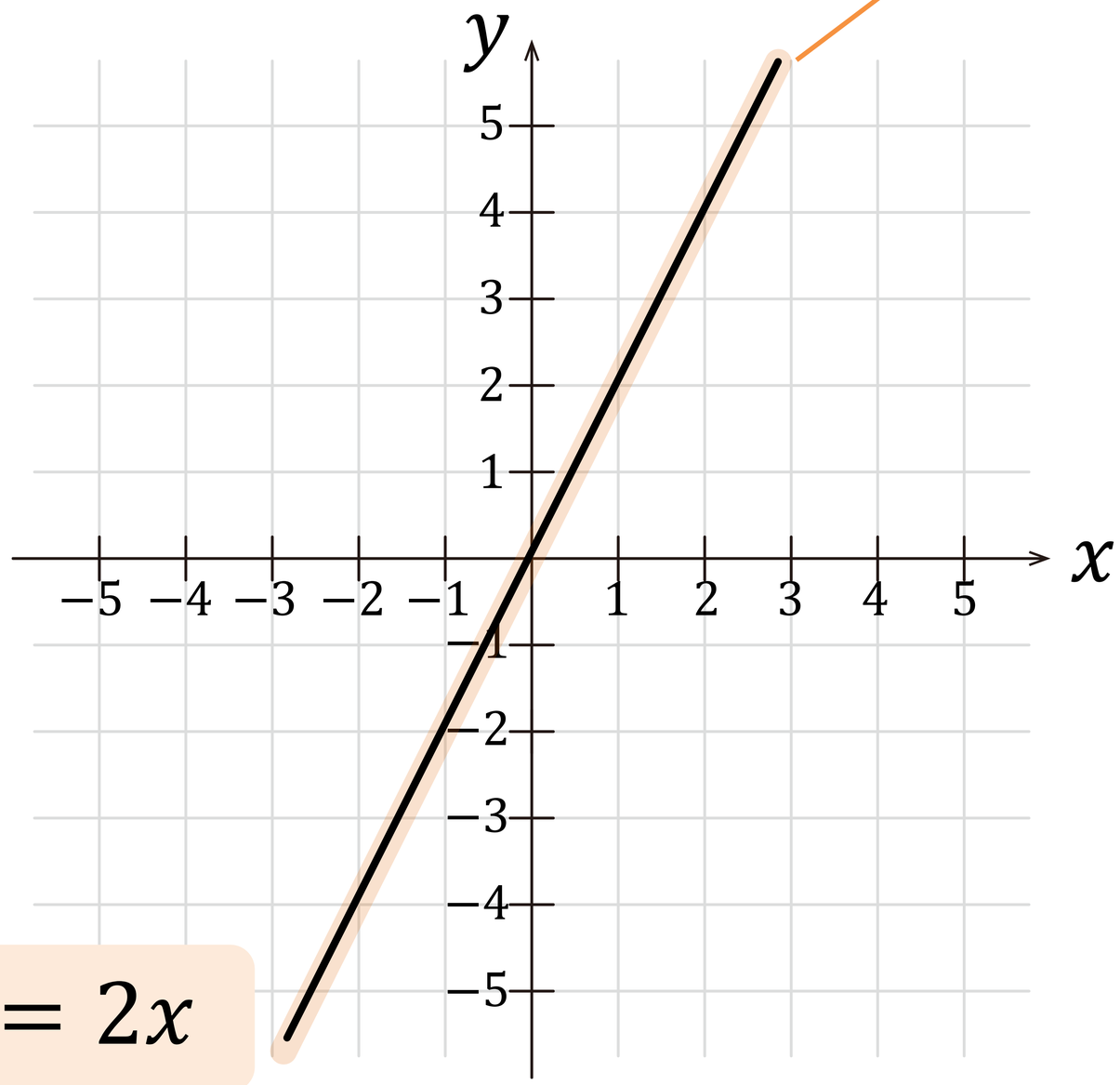
이 선을 따라서
x와 y값이 같다

(-4,-4)
(-3,-3)
(-2,-2)
(-1,-1)
(0,0)
(1,1)
(2,2)
(3,3)
⋮

$$y = x$$

순서쌍과 그래프

유튜브 슈퍼브레인



$y = 2x$

이 선을 따라서
y는 x의 2배이다.

(-2,-4)
(-1, -2)
(0,0)
(1,2)
(2,4)
(3,6)
⋮
$(x, 2x)$

SuperBrain

Super
Brain

정비례와 반비례 그래프

중학교 수학 1-1

슈퍼브레인

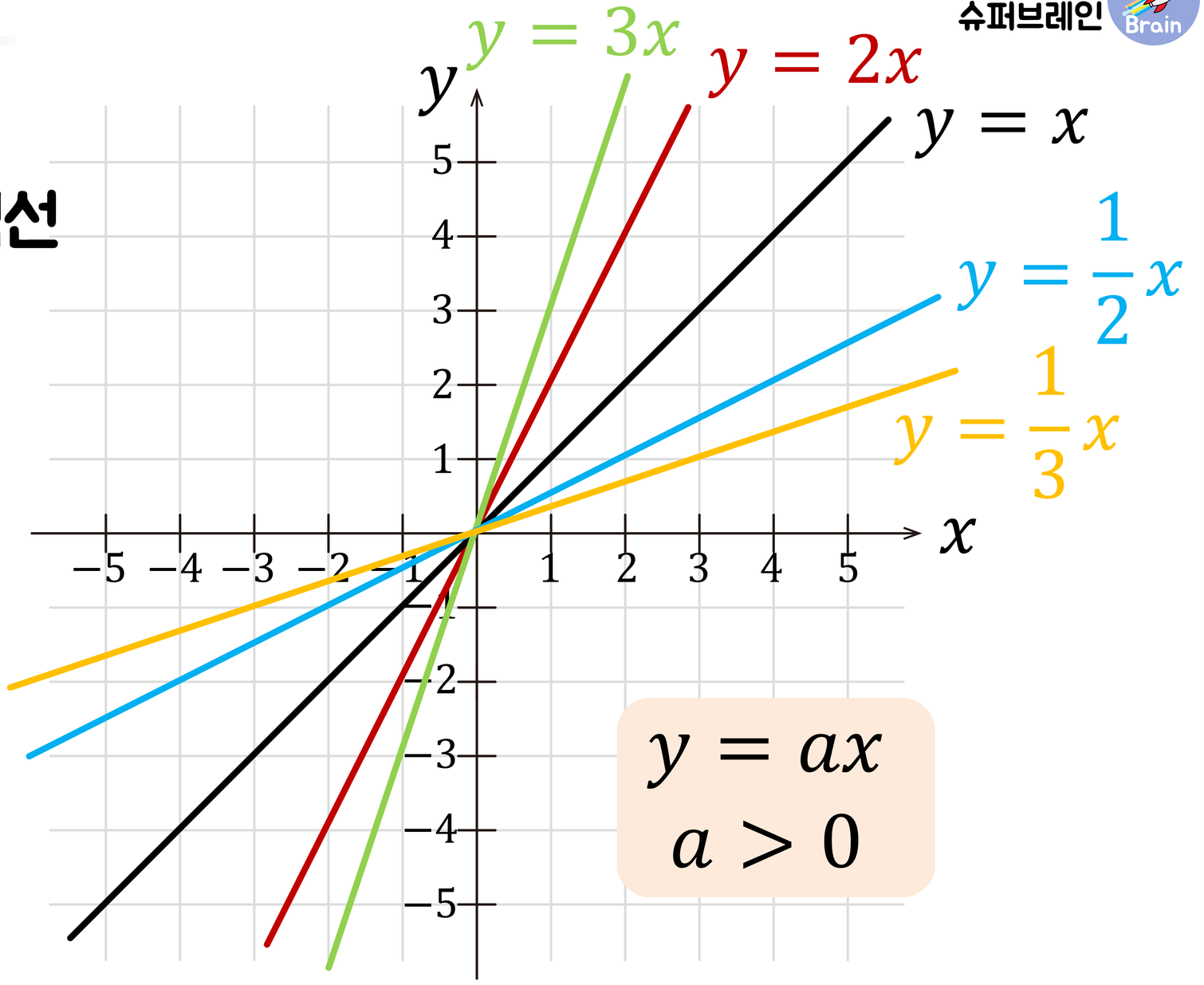
정비례 관계와 그래프

■ 정비례 관계

- 그래프가 원점을 지나는 직선
- $y = ax$의 식을 만족
- (단, $a \neq 0$)

a값이 커질수록
그래프는 반시계 방향

$|a|$값이 커질수록
그래프는 y축과 가까워짐



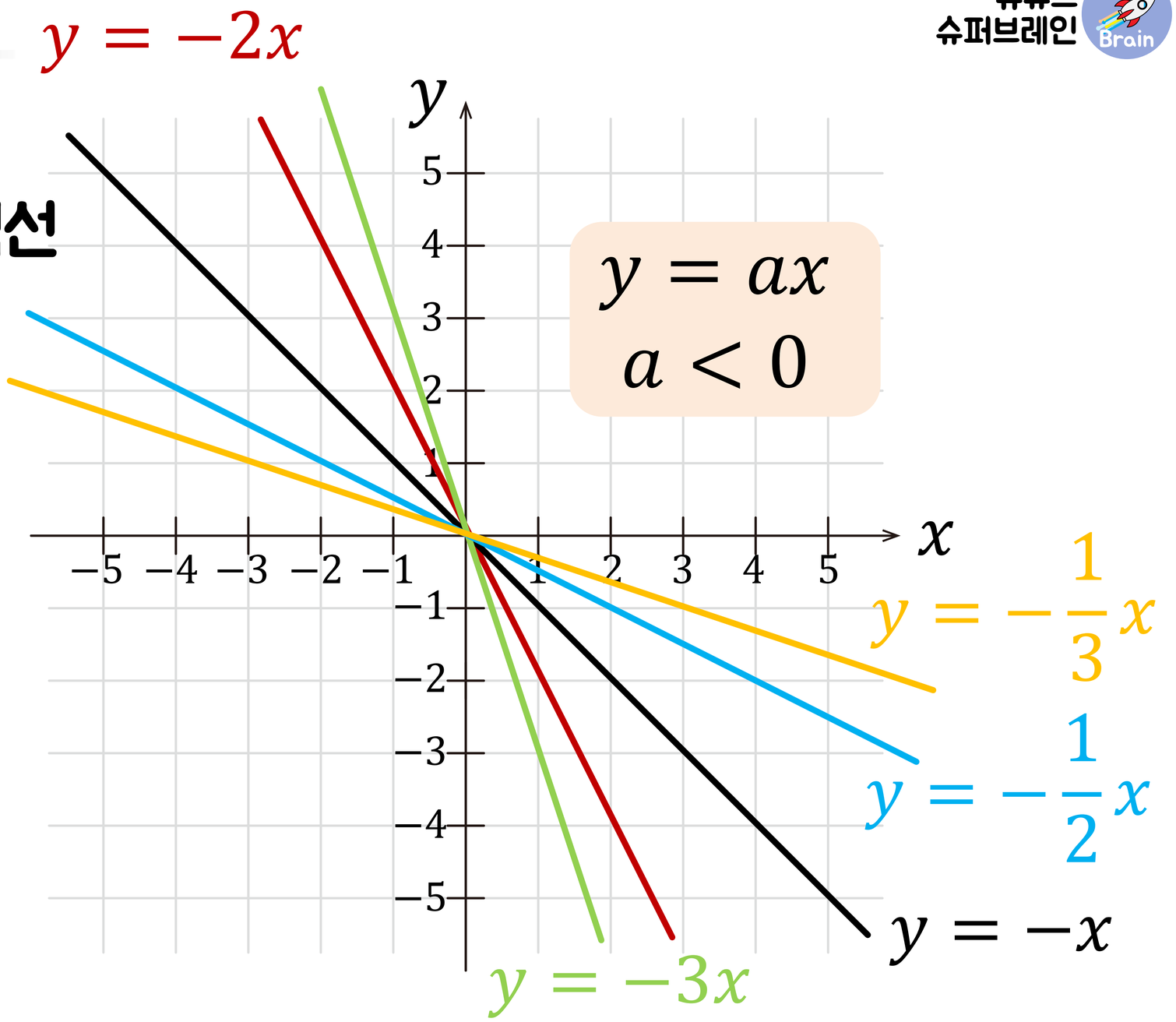
정비례 관계와 그래프

■ 정비례 관계

- 그래프가 원점을 지나는 직선
- $y = ax$의 식을 만족
- (단, $a \neq 0$)

a값이 커질수록
그래프는 반시계 방향

$|a|$값이 커질수록
그래프는 y축과 가까워짐



기울기 a와 성질

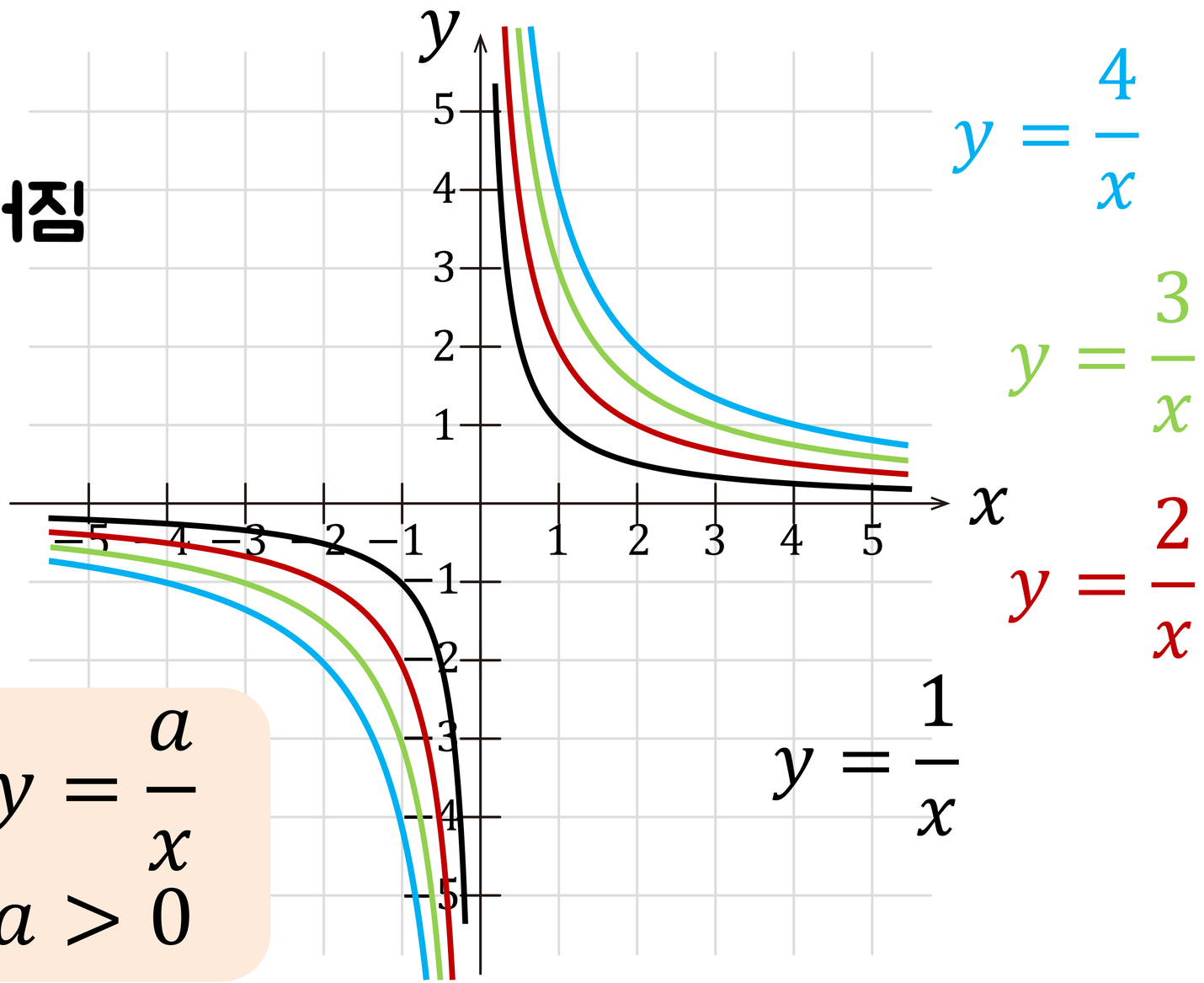
그래프에서 기울기란?

가로 세로

- 기울기의 정의 : (x의 증가량)분의 (y의 증가량) $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{세로}}{\text{가로}}$
- $y = ax$ 그래프에서 a가 기울기
- 기울기(a)가 클수록 그래프는 반시계방향으로 회전
- 기울기의 절대값($|a|$)이 클수록 y축에 가까워진다.
- 기울기의 절대값($|a|$)이 작을수록 그래프는 바닥으로 눕는다.
- a가 양수이면 1,3사분면, 음수이면 2,4사분면

반비례 관계와 그래프

- $y = \frac{a}{x}$의 형태
- $|a|$가 커질수록 원점에서 멀어짐
- a가 양수일때는 1,3사분면
- a가 음수일때는 2,4사분면

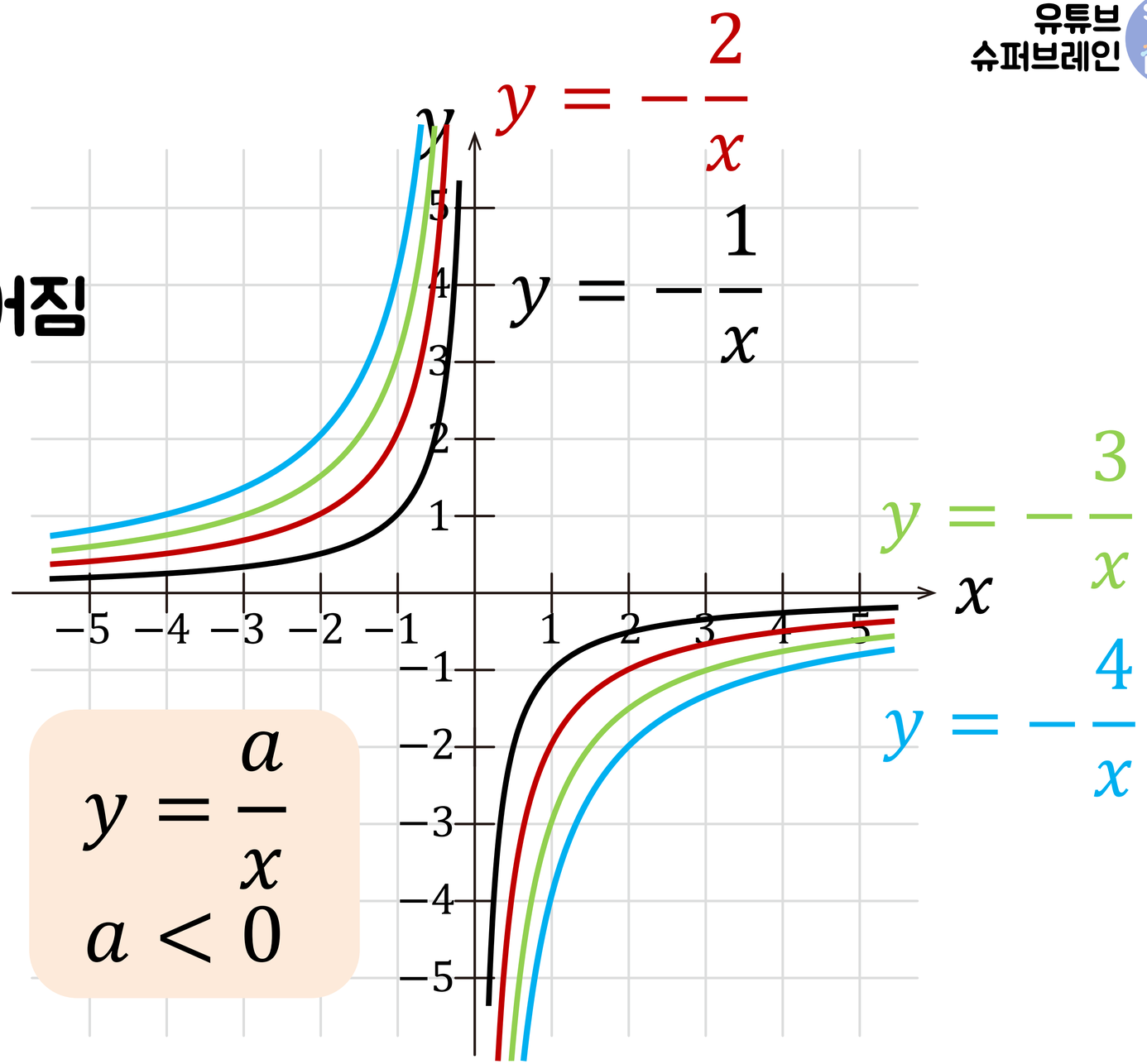


$$y = \frac{a}{x}$$
$$a > 0$$

반비례 관계와 그래프

- $y = \frac{a}{x}$의 형태
- $|a|$가 커질수록 원점에서 멀어짐
- a가 양수일때는 1,3사분면
- a가 음수일때는 2,4사분면

$$y = -\frac{5}{x} = \frac{-5}{x} = \frac{5}{-x}$$



$$y = \frac{a}{x}$$
$$a < 0$$

SuperBrain

그래프와 관계식

- $y = ax, y = \frac{a}{x}$ 는 원점을 제외한 그래프 위의 점 하나만 알면 a가 결정됨.

- $y = ax$ 의 그래프가 (2,5)를 지난다면,

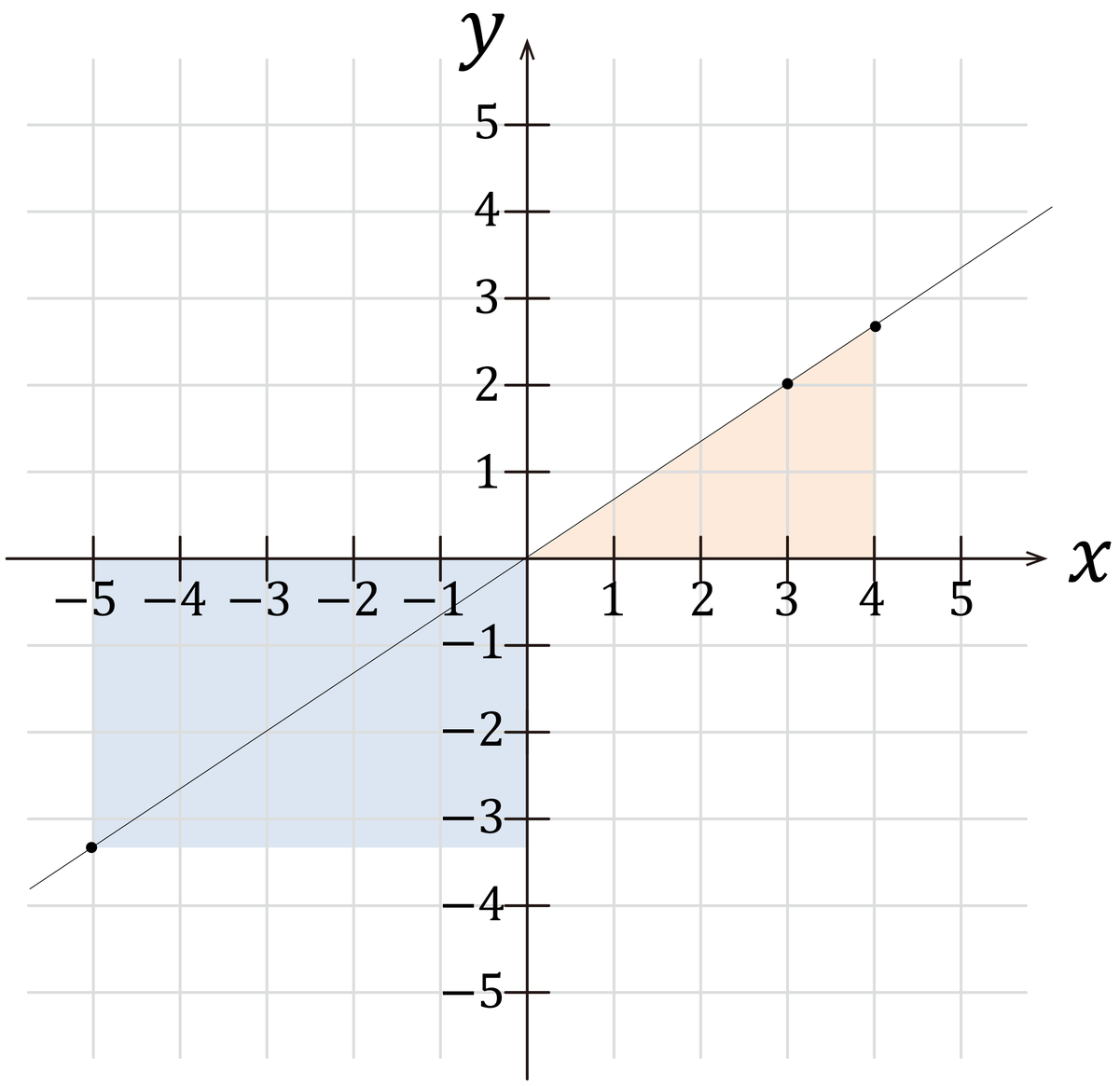
  - $5 = a \times 2$ $\quad a = \frac{5}{2}$ $\quad y = \frac{5}{2}x$

- $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프가 (-2,6)을 지난다면,

  - $6 = \frac{a}{-2}$ $\quad a = -12$ $\quad y = \frac{-12}{x}$

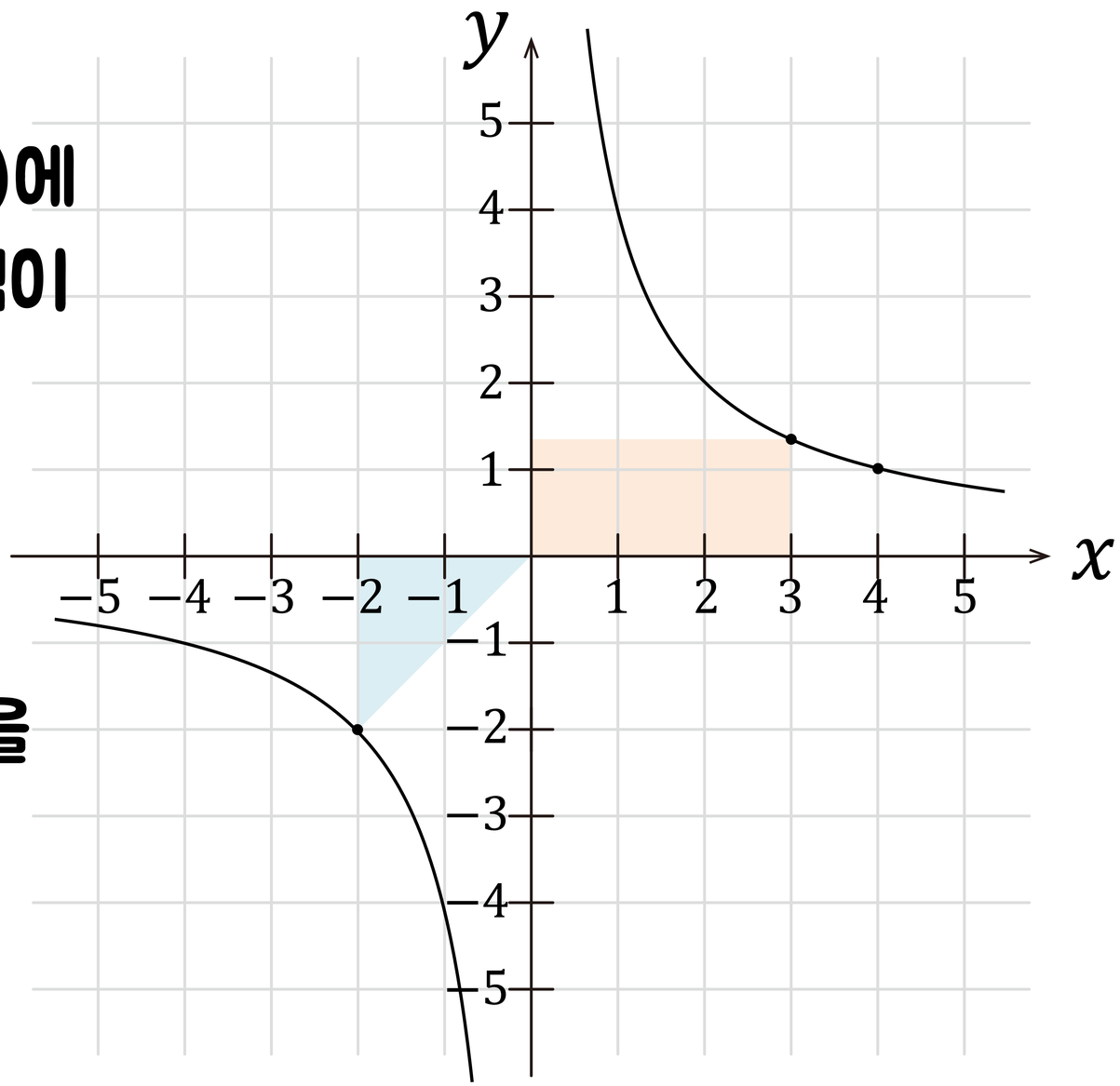
삼각형, 사각형의 넓이

- 원점, $y = ax$ 위의 한 점(X, Y), 그 한점에서부터 x축(혹은 y축)에 수직으로 선을 그려서 만나는 점이 이루는 삼각형의 넓이는
  - $S = \left|\frac{1}{2}aX^2\right| = \left|\frac{1}{2}XY\right| = \left|\frac{Y^2}{2a}\right|$
- 원점, $y = ax$ 위의 한 점(X, Y)을 마주보는 꼭지점으로 하는 직사각형의 넓이는
  - $S = |aX^2| = |XY| = \left|\frac{Y^2}{a}\right|$



삼각형, 사각형의 넓이

- 원점, $y = \frac{a}{x}$ 위의 한 점(X, Y),
  그 한점에서부터 x축(혹은 y축)에
  수직으로 선을 그려서 만나는 점이
  이루는 삼각형의 넓이는
  - $S = \left|\frac{1}{2}a\right|$
- 원점, $y = \frac{a}{x}$ 위의 한 점(X, Y)을
  마주보는 꼭지점으로 하는
  직사각형의 넓이는
  - $S = |a|$



중학교 수학 1-2
전체 빠르게 요점정리

슈퍼브레인

중학교 1-2 수학 목차

- 기본 도형
  - 점, 선, 면, 각
  - 점, 직선, 평면의 위치 관계
  - 평행선의 성질
  - 간단한 도형의 작도
  - 삼각형의 작도, 합동
- 평면도형
  - 다각형
  - 원과 부채꼴
- 입체도형
  - 다면체
  - 회전체
  - 기둥, 뿔, 구의 겉넓이와 부피
- 통계
  - 줄기와 잎 그림
  - 도수분포표
  - 히스토그램과 도수분포 다각형
  - 상대도수와 그래프

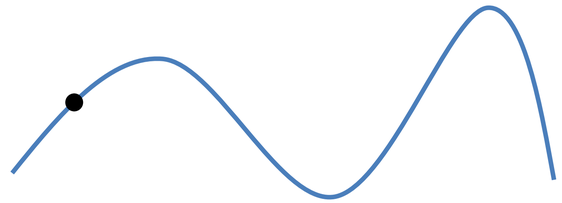
기본 도형

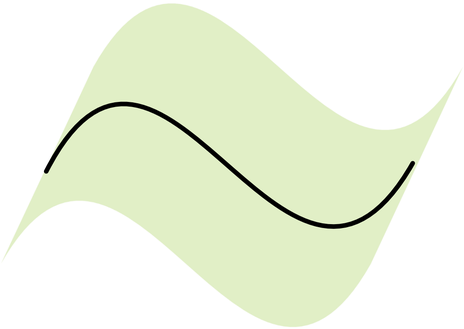
중학교 수학 1-2

슈퍼브레인

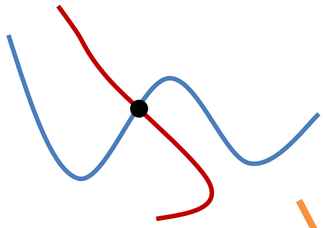
점, 선, 면 point, line, plane

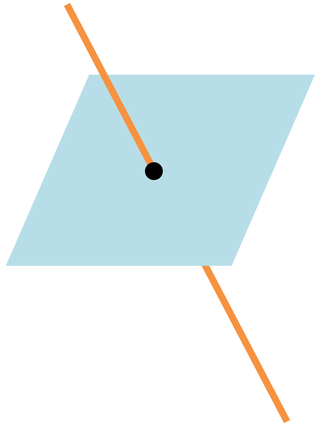
- 점 : 넓이가 없다. 길이가 없다. 위치를 지정할 수 있다.
- 선 : 넓이가 없다. 점이 움직인 흔적은 선이 될 수 있다.
- 면 : 선이 움직인 흔적은 면이 될 수 있다.

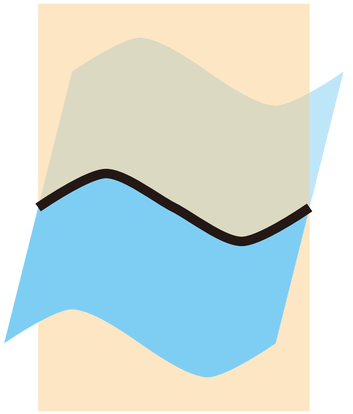




- 교점 : 선과 선이 만나면 점이 생긴다.
  면과 선이 만나면 점이 생긴다.
- 교선 : 면과 면이 만나면 선이 생긴다.

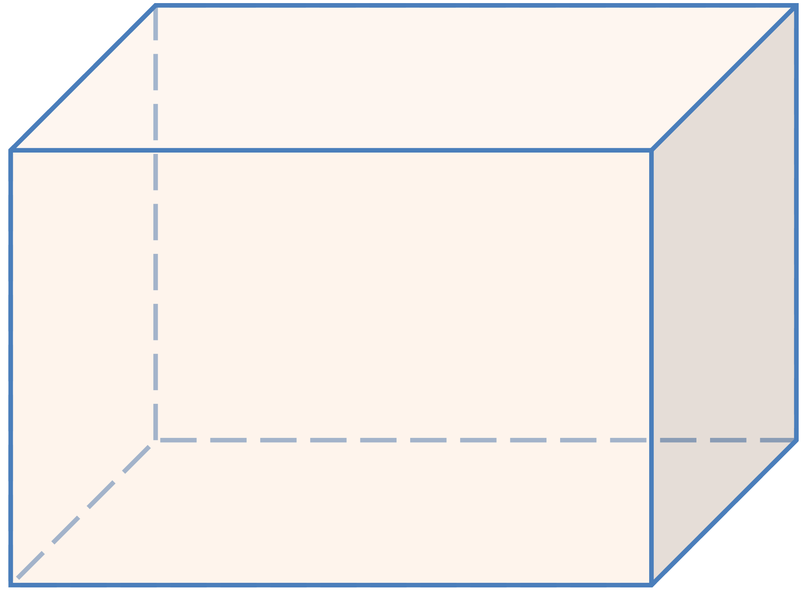






직육면체에서 교점과 교선의 개수

- 교점의 개수 : 8개
- 교선의 개수 : 12개



직선, 반직선, 선분

- 직선 AB : $\overleftrightarrow{AB}$, 두 점 A와 B를 지나며, 길이가 양쪽으로 무한인 곧은 선

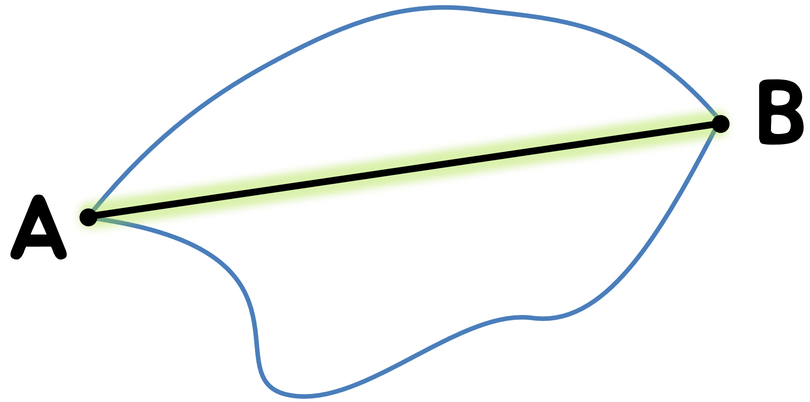
- 반직선 AB : $\overrightarrow{AB}$, A에서 시작하여 B를 지나는 길이가 무한인 곧은 선

- 선분 AB : $\overline{AB}$, A에서 시작하여 B에서 끝나는 길이가 유한인 곧은 선

- $\overleftrightarrow{AB} = \overleftrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BA}$, $\overline{AB} = \overline{BA}$

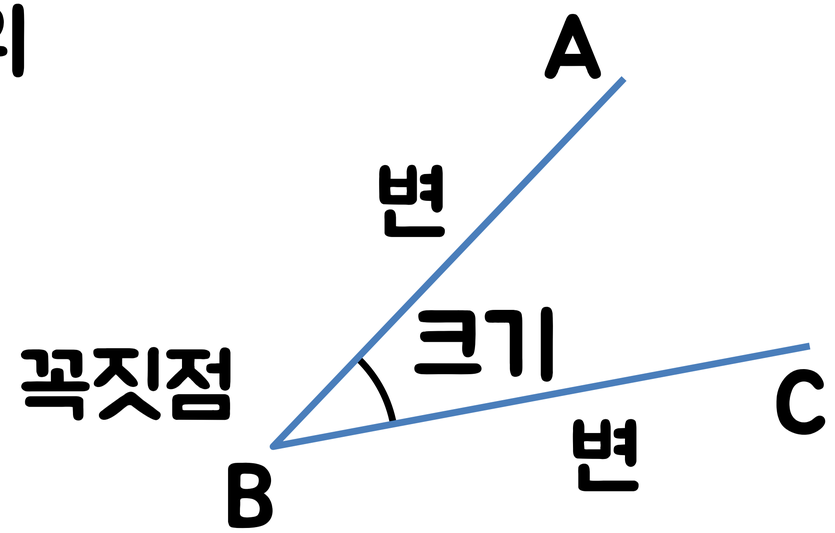
두 점 사이의 거리

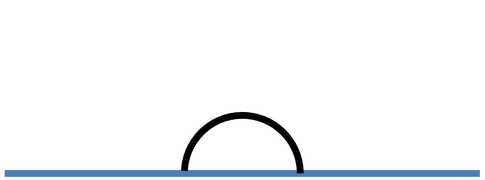
- 고정된 두 점 A와 B 사이의 선분은 단 하나이다.
- 두 점 A와 B 사이의 거리는 선분 AB의 길이와 같다.
- A, B를 잇는 수많은 선 중, 길이가 가장 짧은 선의 길이를 거리로 정한다.



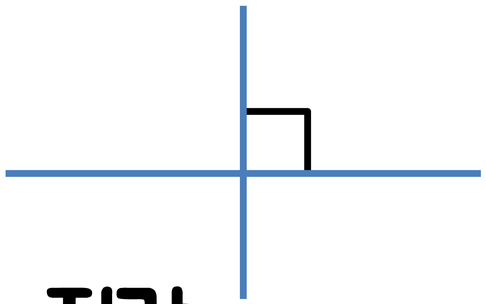
각

- 한 점(꼭짓점)에서 시작하는 두 개의 반직선(변)이 벌어진 정도
  - $1°$(1도): 1회전을 360으로 나눈 각의 단위
  - 평각 : $180°$ (한 바퀴의 1/2)
  - 직각 : $90°$ (한 바퀴의 1/4)
  - 예각 : $0° <$ 예각 $< 90°$
  - 둔각 : $90° <$ 둔각 $< 180°$

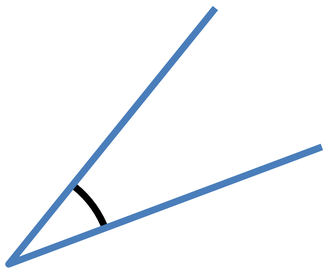




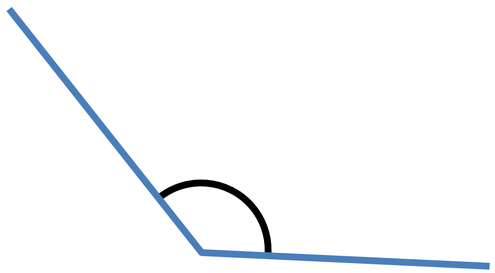
평각



직각



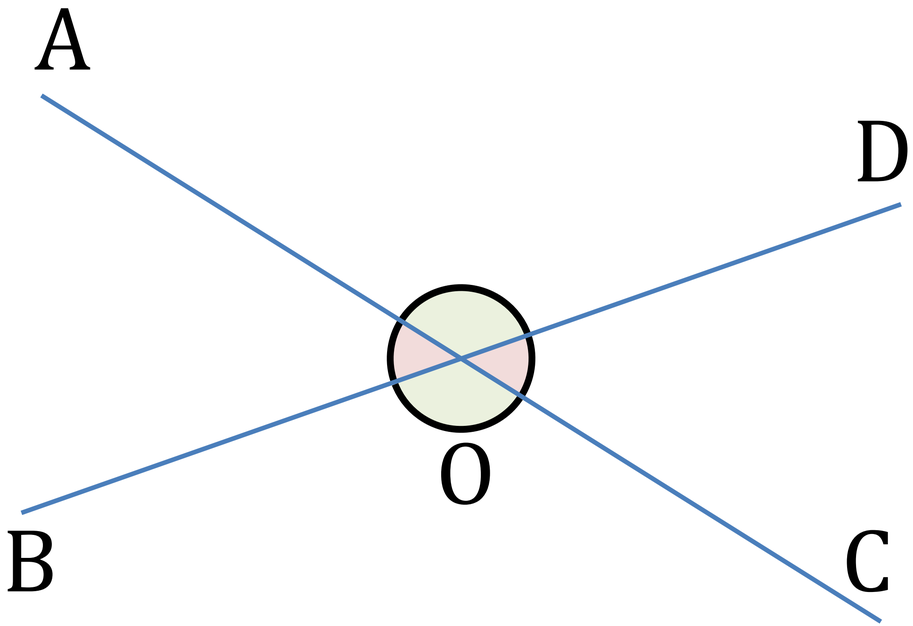
예각



둔각

교각과 맞꼭지각

- 교각 : 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 4개의 각



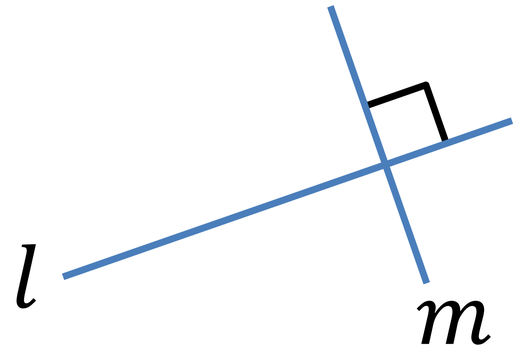
- 맞꼭지각 : 교각 중에서 서로 마주보는 각
  - 맞꼭지각은 서로 같다.
  - $\angle AOB = \angle COD$
  - $\angle BOC = \angle DOA$

- 교각 중 서로 이웃한 각의 합은 180°이다.

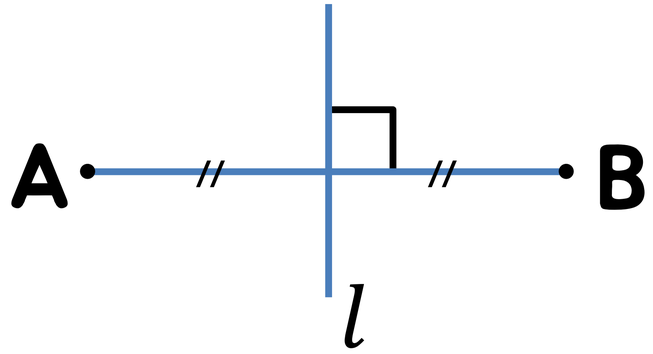
직교와 수선

- 직교 : 두 직선의 교각이 직각이면, 그 두 직선은 직교한다고 한다.
- 수직 : 직교하는 두 직선을 서로 수직이라고 한다.
  한 직선을 다른 직선의 수선이라고 한다.

$l \perp m$

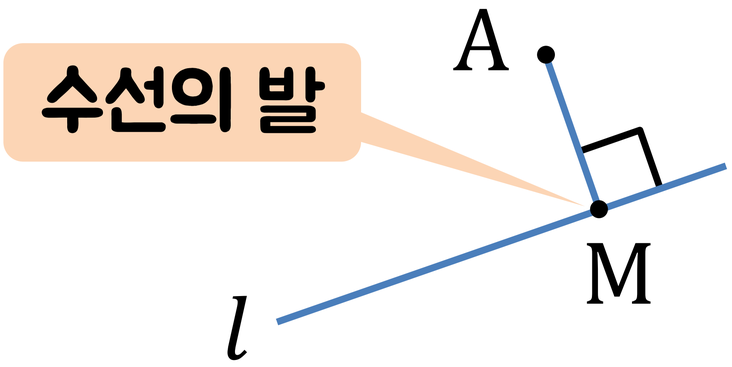


- 수직이등분선 : 어느 직선이 선분의 중점을 직교하여 지나면
  그 직선은 선분의 수직이등분선이라고 한다.



■ 점과 직선 사이의 거리

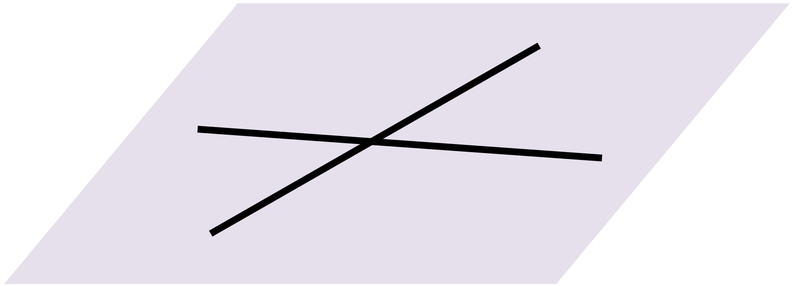
- 점에서 시작하여 직선에 수선을 그린다.
- 직선과 수선이 만나는 점을 수선의 발이라고 한다.
- 점에서 수선의 발까지의 거리가 점과 직선 사이의 거리이다.
- A점에서 시작하여 직선 l 까지 그린 선분 중 가장 짧은 선분이 거리이다.

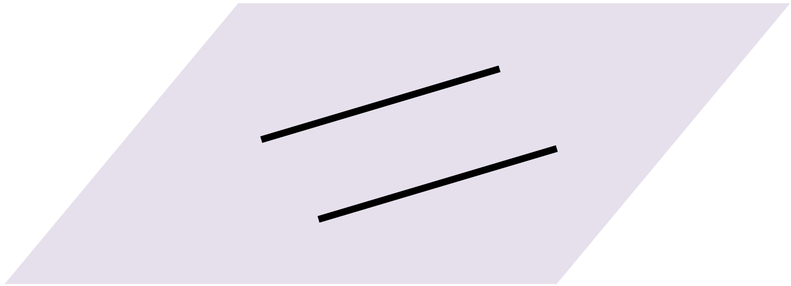


유튜브
슈퍼브레인

■ 평면 : 휘지 않은 무한면

- 서로 다른 두 직선이 **한 점에서 만나**거나 **평행**하면
  그 두 직선은 하나의 평면상에 있다.

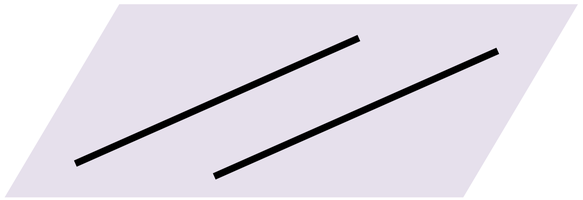




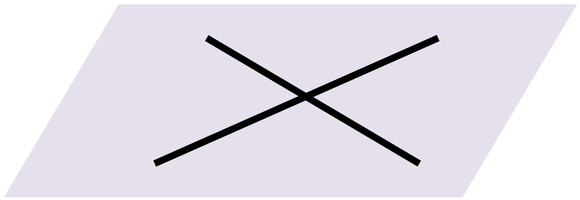
SuperBrain

직선의 위치 관계

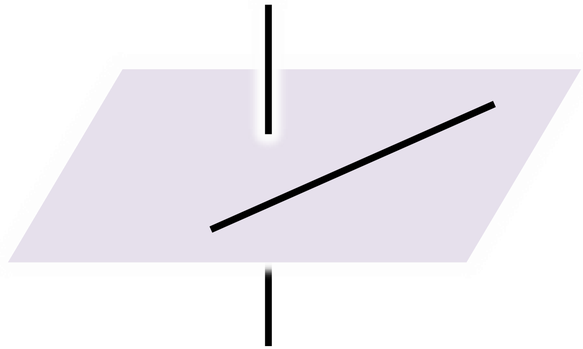
- 평행 : 한 평면 위의 두 직선이 서로 만나지 않으면 서로 평행
- 한 점에서 만남 : 두 직선이 한 평면 위에 있으면서 서로 평행하지 않음
- 꼬인 위치 : 두 직선이 같은 평면 위에 있지 않으면서 만나지 않음



평행



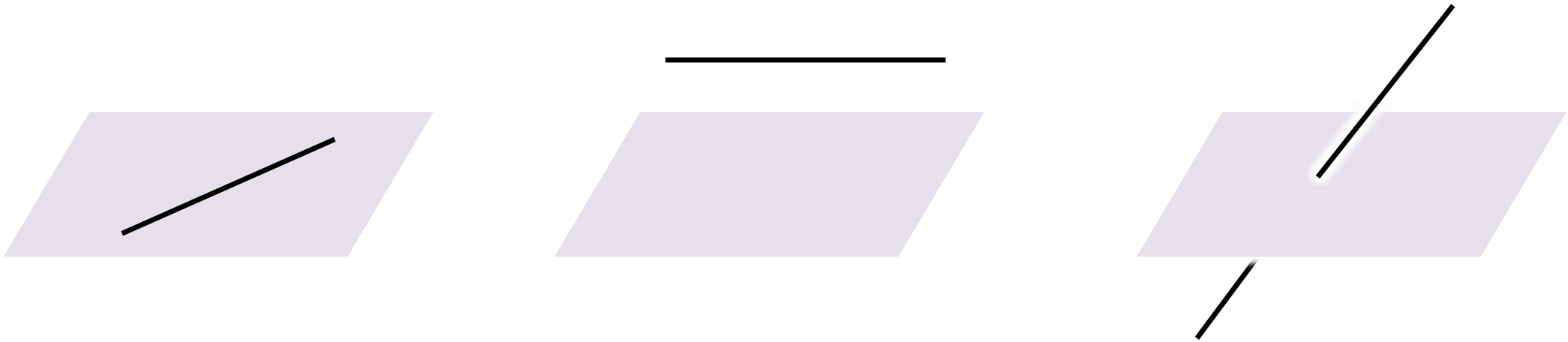
한 점에서 만남



꼬인 위치

직선과 평면의 위치 관계

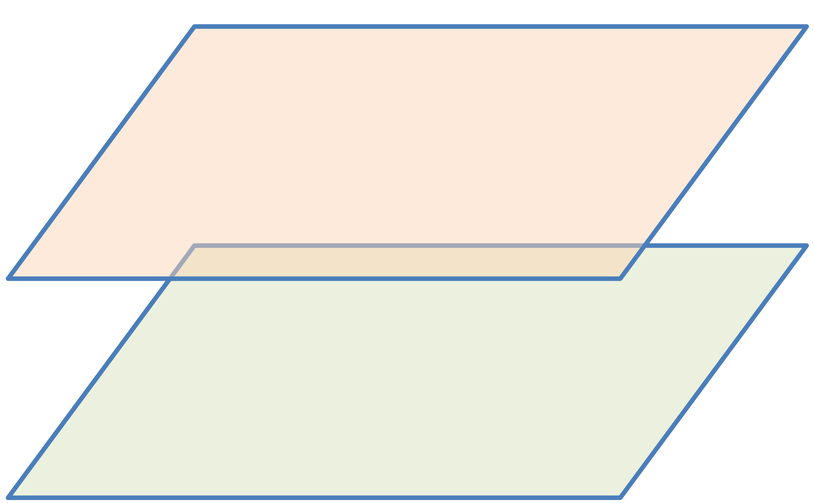
- 포함 : 직선이 평면 위에 있는 경우
- 평행 : 직선과 평면이 서로 만나지 않는 경우
- 한 점에서 만남 : 직선과 평면이 서로 나란하지 않는 경우

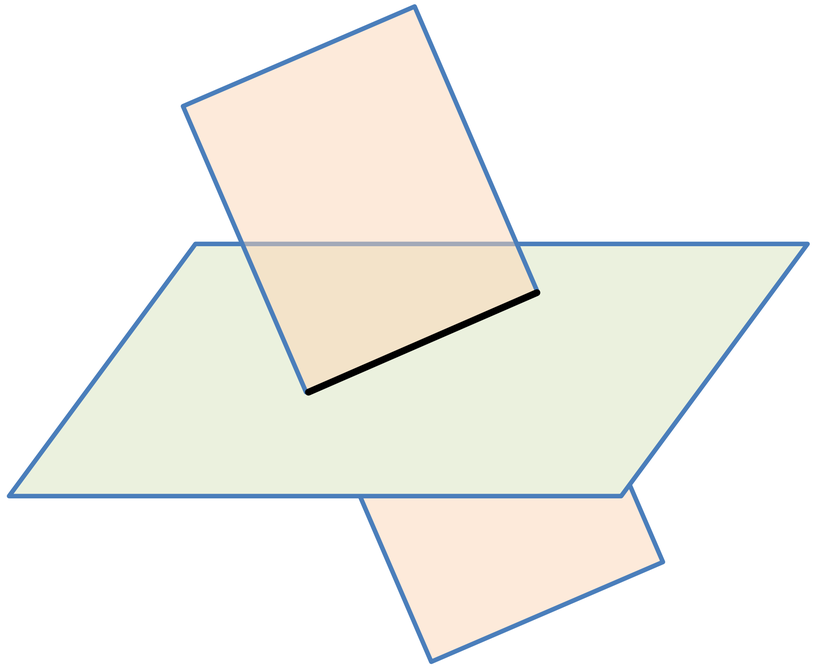


포함 평행 한 점에서 만남

평면과 평면의 위치 관계

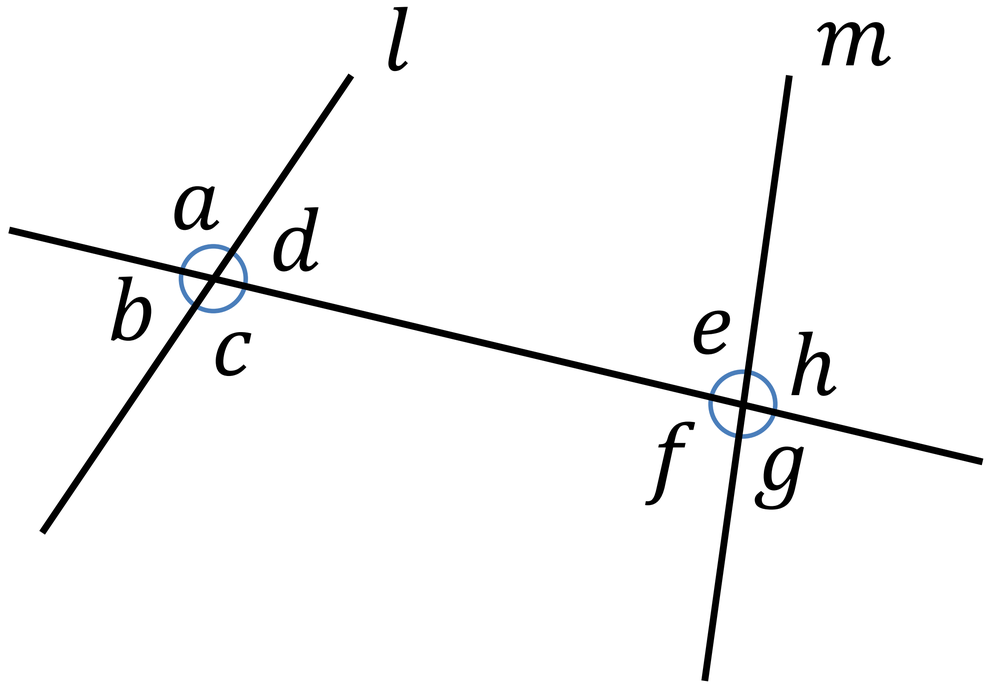
- 평행 : 두 평면이 나란해서 만나지 않을 때
- 한 직선에서 만남 : 두 평면이 평행하지 않을 때





동위각과 엇각

- 두 직선이 있고, 또다른 직선이 관통할 때 두 세트의 교각이 생긴다.
- 같은 위치의 각을 **동위각**,
  동위각의 맞꼭지각을 **엇각**이라고 한다.
  - $\angle a$의 동위각 : $\angle e$
  - $\angle a$의 엇각 : $\angle g$
  - $\angle h$의 동위각 : $\angle d$
  - $\angle h$의 엇각 : $\angle b$

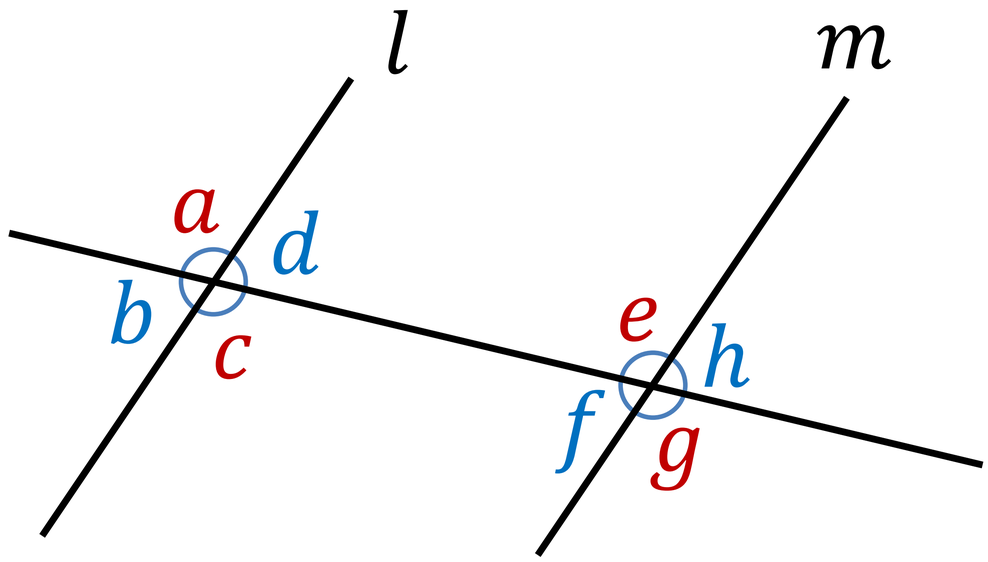


동위각과 엇각

- **평행**한 두 직선이 있고 ($l \parallel m$) 다른 직선이 관통할 때 두 세트의 교각이 생긴다.

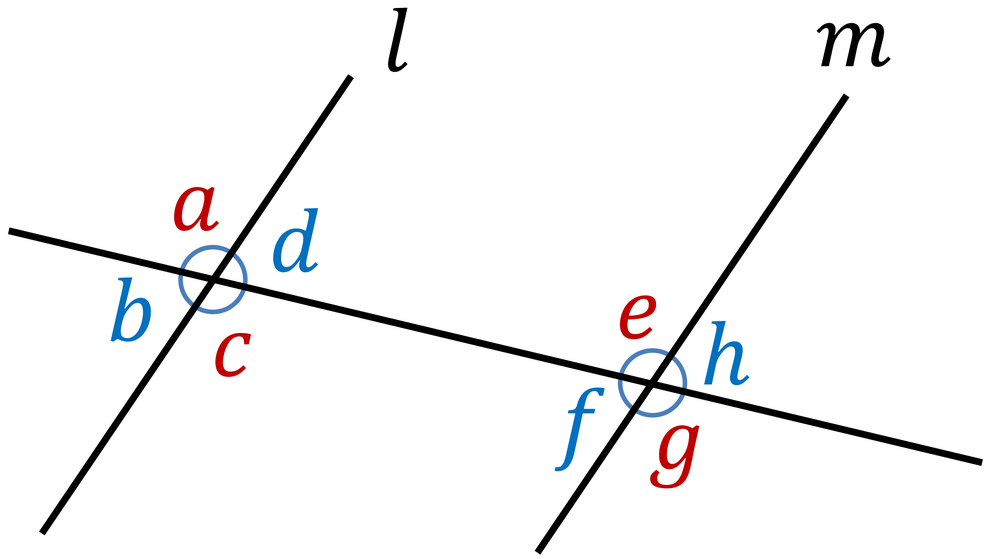
- **맞꼭지각과 동위각과 엇각의 크기가 모두 같다.**

  - $\angle a$의 맞꼭지각 : $\angle c$
  - $\angle a$의 동위각 : $\angle e$
  - $\angle a$의 엇각 : $\angle g$
  - $\angle a = \angle c = \angle e = \angle g$
  - $\angle b = \angle d = \angle h = \angle f = 180° - \angle a$



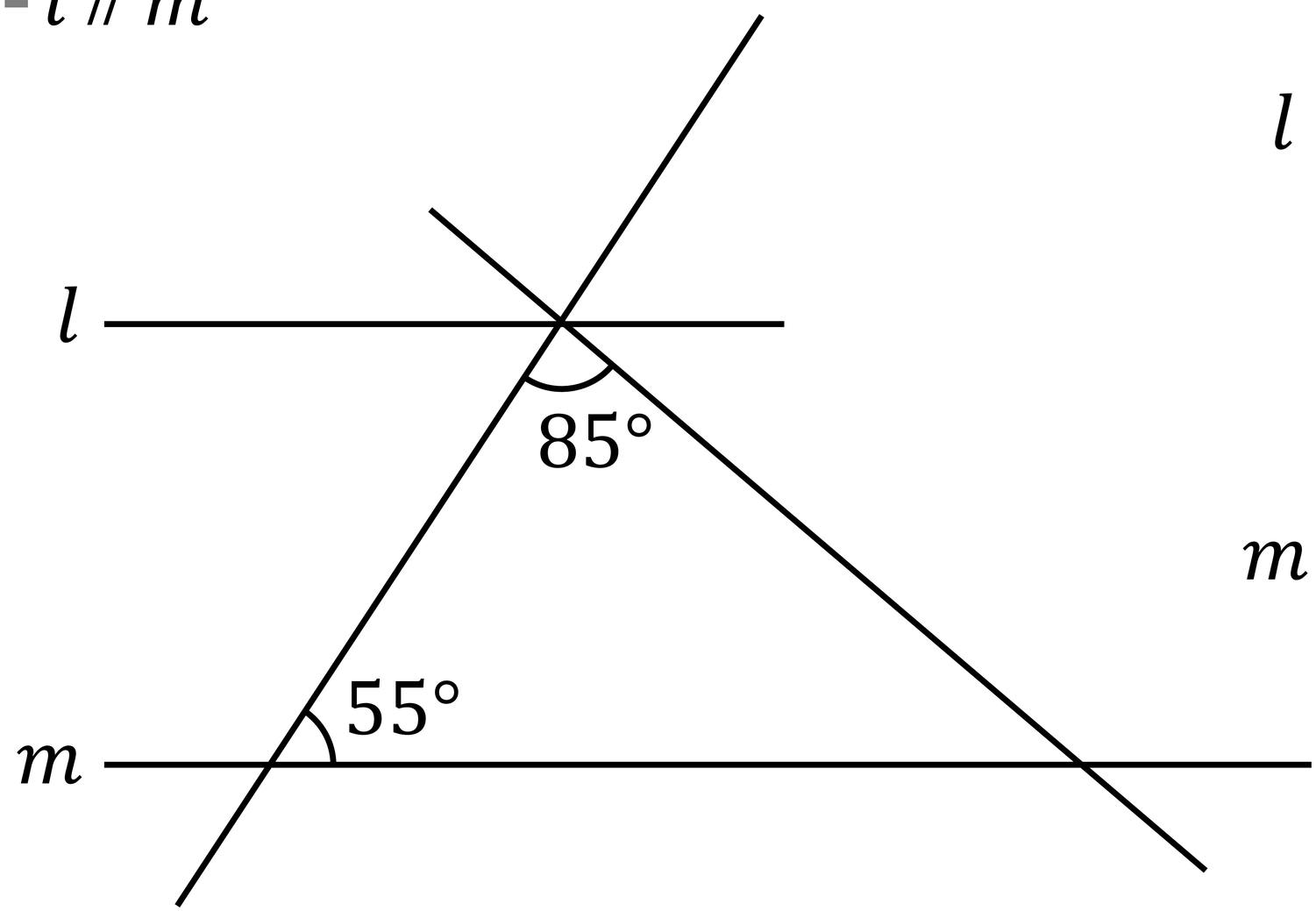
동위각과 엇각

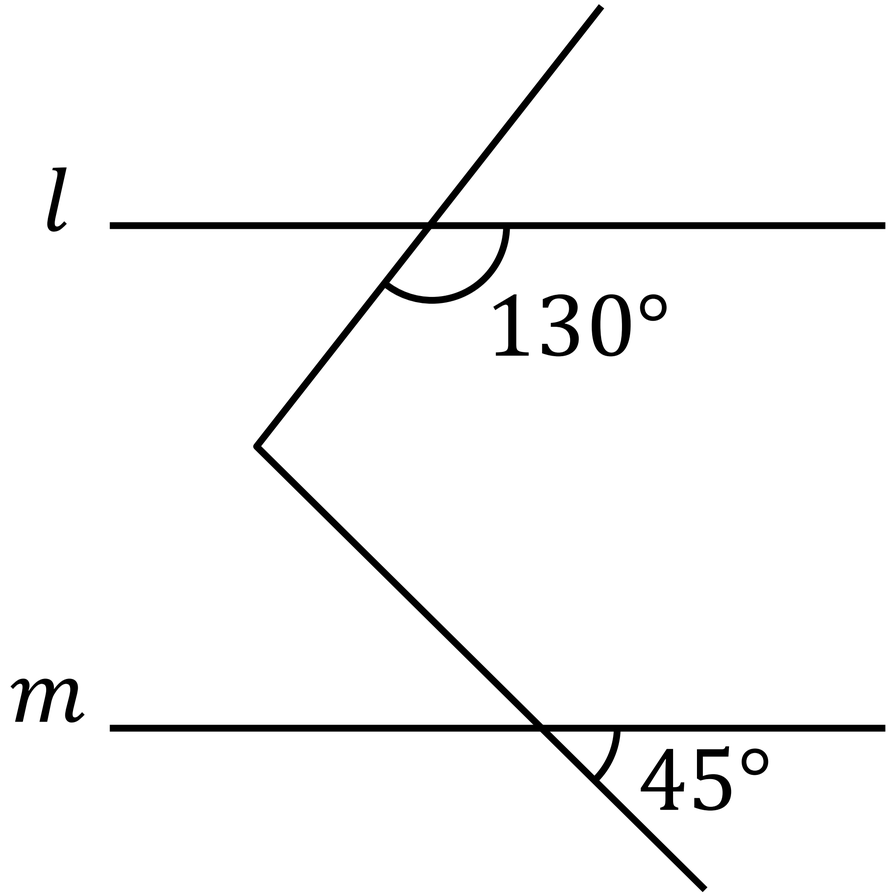
- 평행하면 동위각 및 엇각이 같다.
- 동위각과 엇각이 같으면 평행하다.
- 평행하지 않으면 동위각 및 엇각이 다르다.
- 동위각 및 엇각이 다르면 평행하지 않다.



동위각과 엇각 예제

- $l \parallel m$





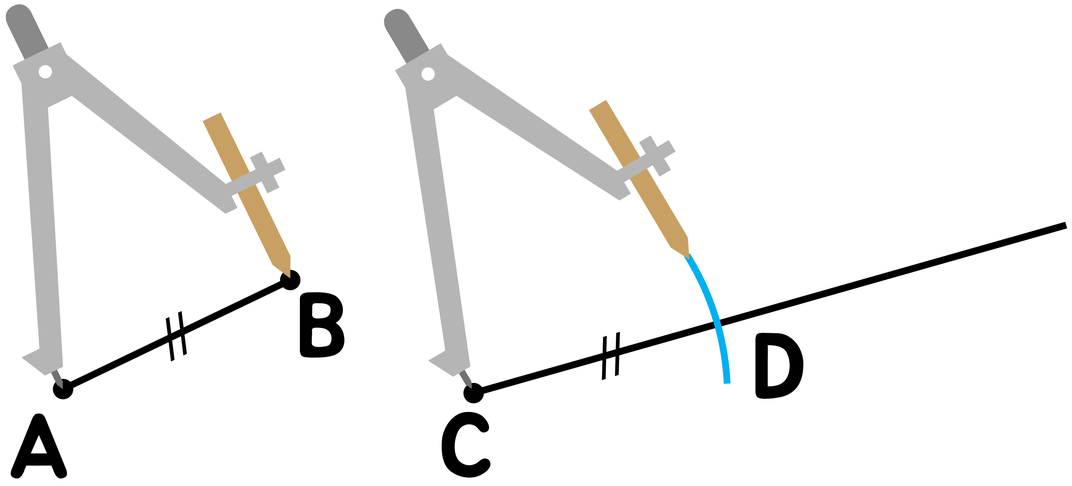
간단한 도형의 작도

■ 작도 : 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 이용하여 정확한 도형을 그리는 것

- 눈금 없는 자 : 두 점을 지나는 직선, 선분을 그릴 때
- 컴퍼스 : 원을 그릴 때, 선분의 길이를 옮길 때

■ 길이가 같은 선분의 작도

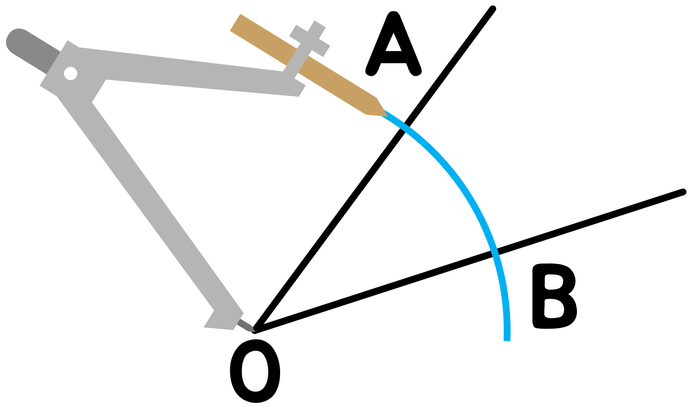
- 점 하나(C)를 찍고 반직선을 그린다.
- 컴퍼스로 선분의 길이를
  반지름으로 하고
  C를 중심으로 하는 원을 그린다.

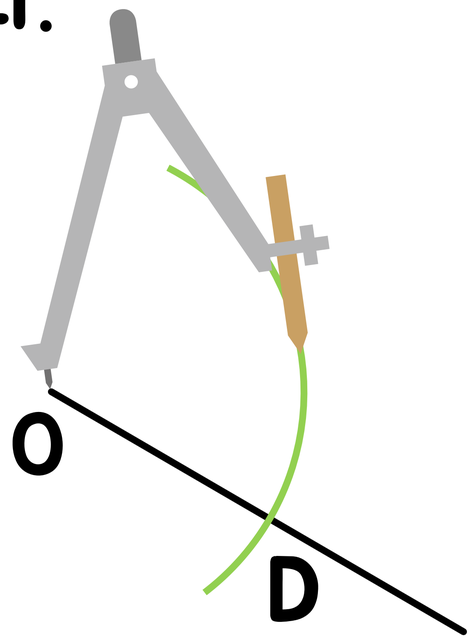


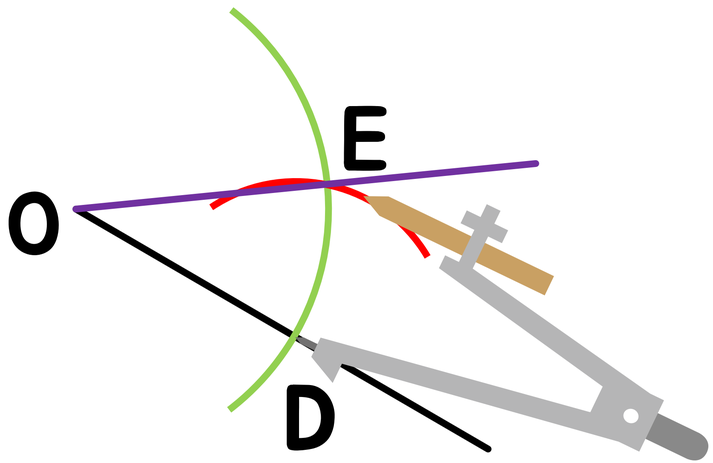
유튜브
슈퍼브레인

■ 크기가 동일한 각의 작도법

- 각의 꼭지점을 중심으로 하는 아무 원을 그린다. 교점 A, B가 나온다.
- 같은 크기 원을 새로운 직선 위에 점O를 찍고 그린다. 교점 D가 나온다.
- 선분 AB를 반지름으로 D점을 중심으로 원을 그린다. 교점 E가 나온다.
- O와 E를 잇는 직선을 그린다.



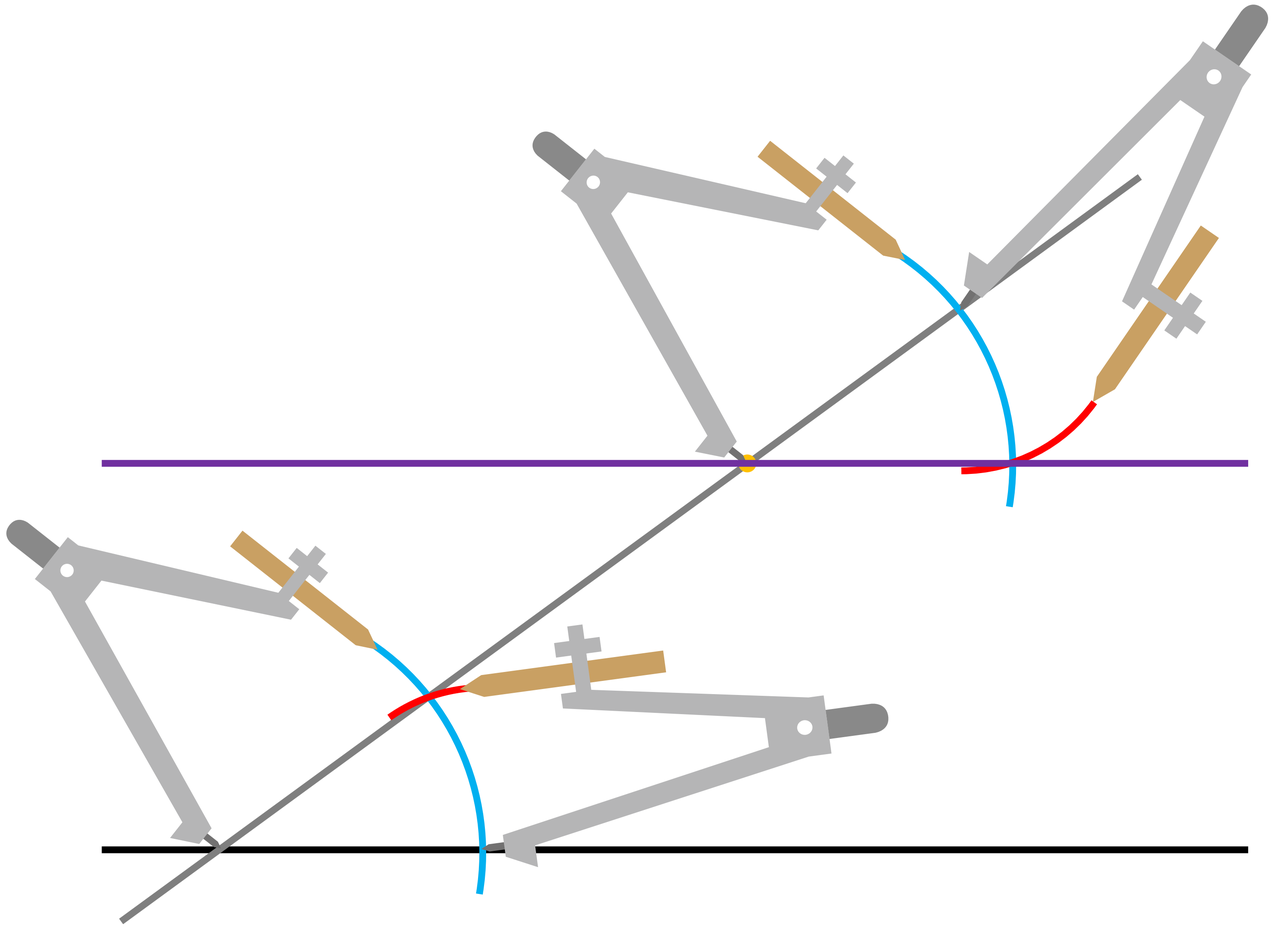




SuperBrain

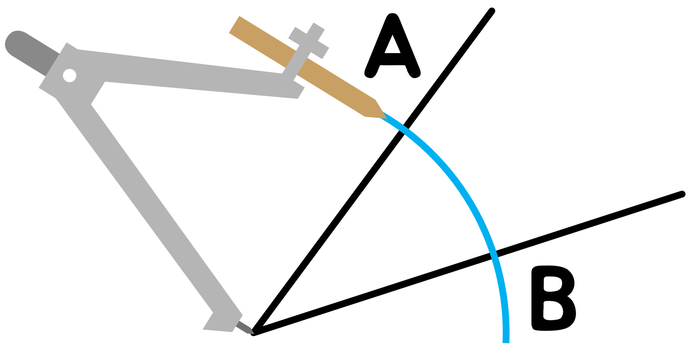
간단한 도형의 작도

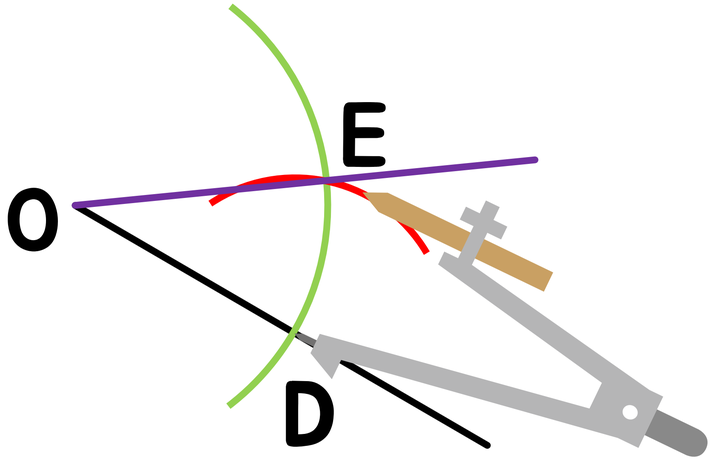
- 평행선의 작도 : 동위각이 같으면 평행임을 이용하여 작도

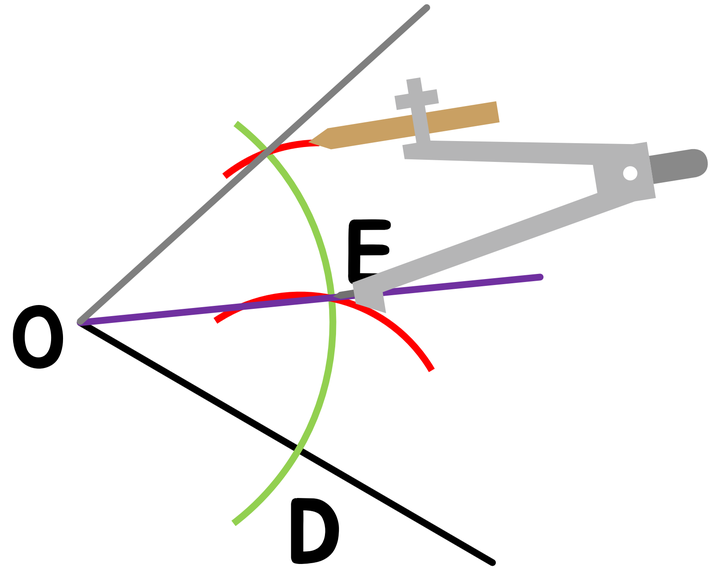


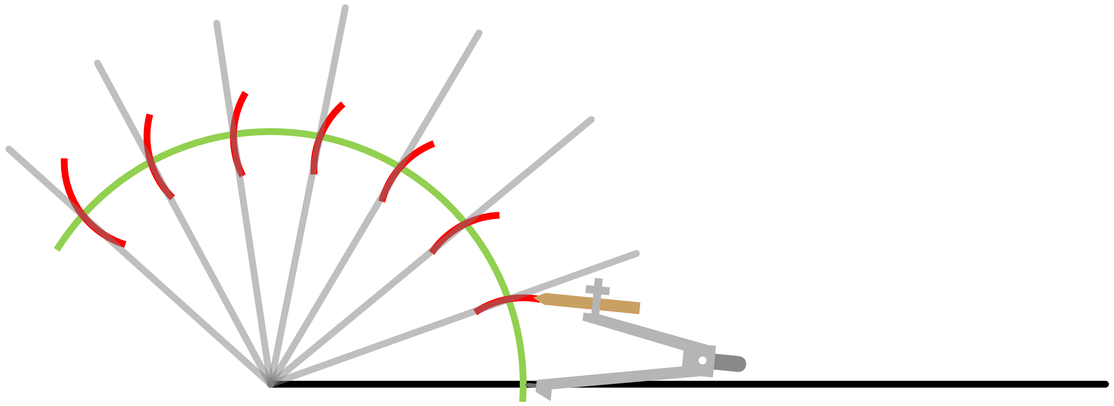
간단한 도형의 작도

■ 각의 n배수



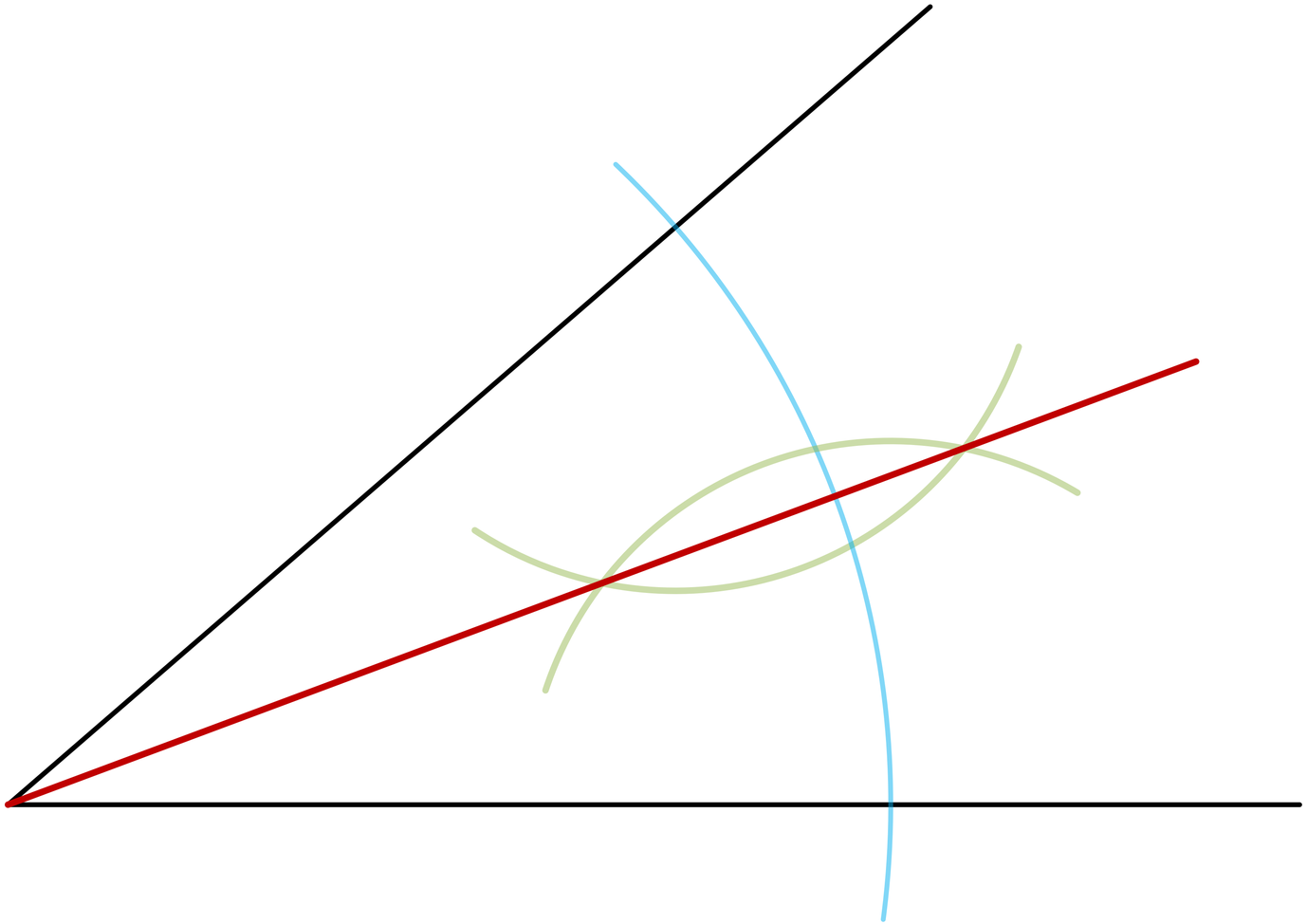






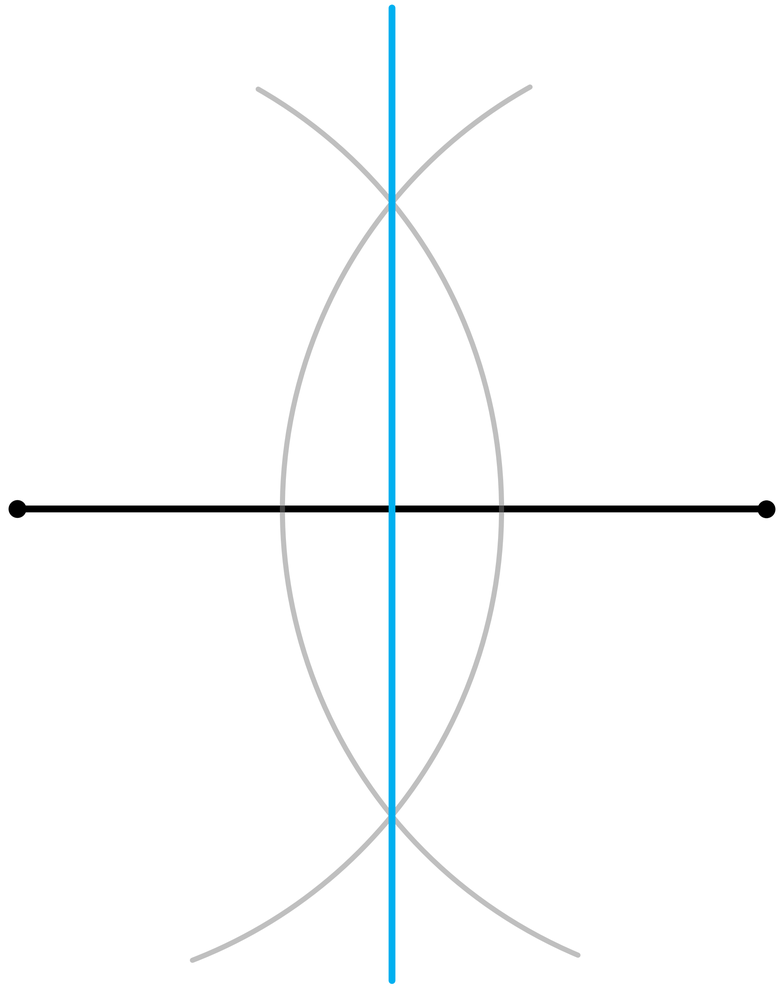
간단한 도형의 작도

■ 각의 이등분



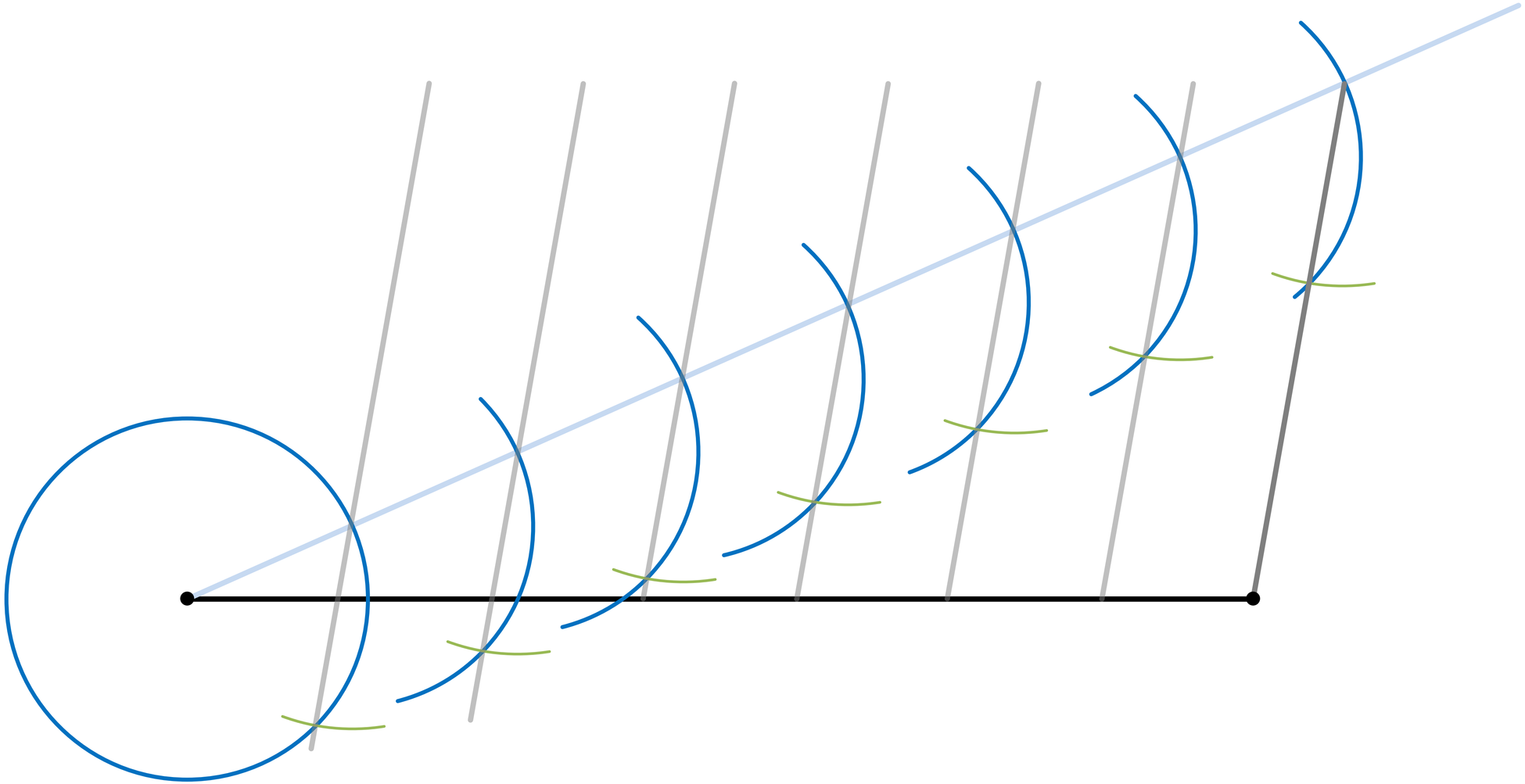
간단한 도형의 작도

■ 선분의 이등분, 수직 이등분선



간단한 도형의 작도

■ 선분의 n등분



삼각형의 요소 명칭

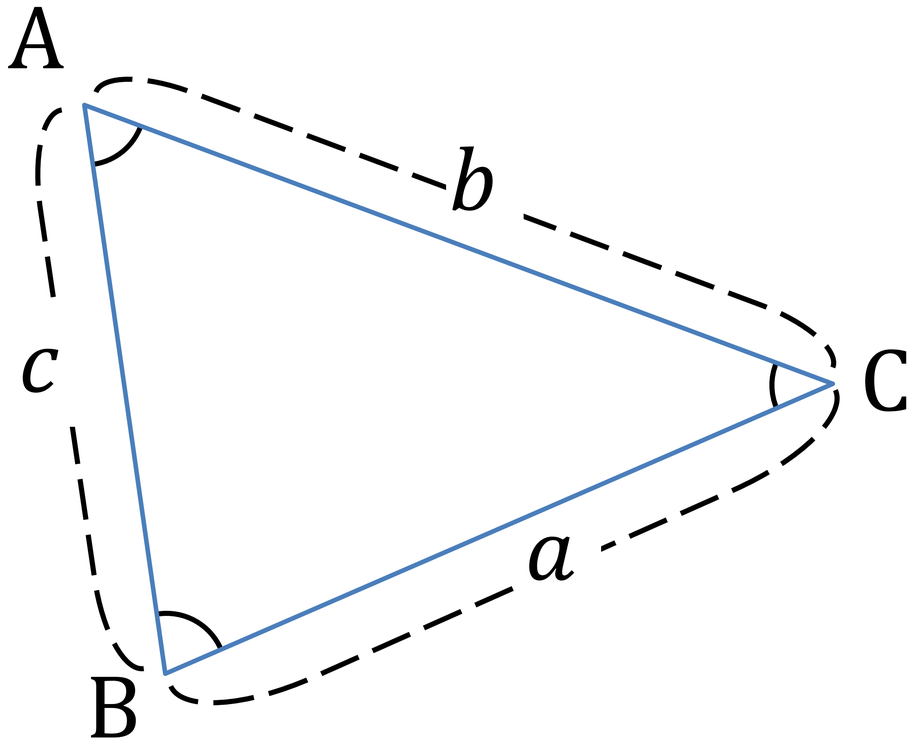
- 대변 : 점 A의 대변은 $\overline{BC}$ 이다.

  $\angle B$의 대변은 $\overline{AC}$ 이다.

- 대각 : $\overline{AB}$ 의 대각은 $\angle C$ 이다.

- 끼인각 : $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 끼인각은 $\angle B$ 이다.

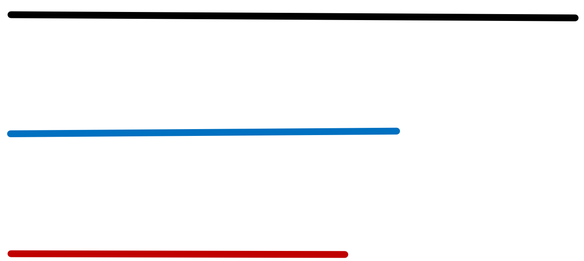
- 삼각형 변의 길이 관계
  - 두 변 길이의 합은 다른 한 변보다 크다.
  - $a+b>c, \quad b+c>a, \quad a+c>b$

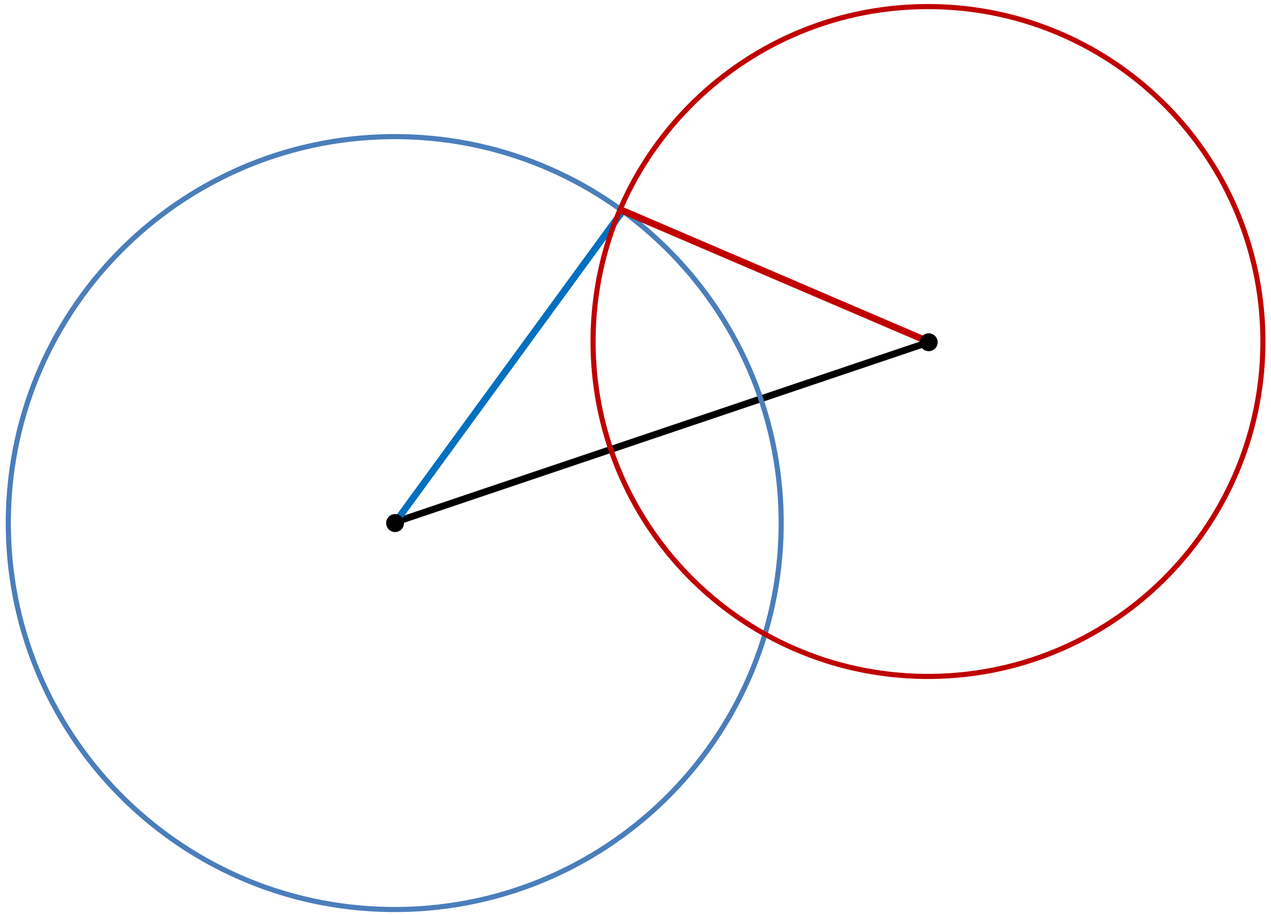


- 삼각형 각의 관계
  - 내각의 모든 합은 $180°$이다. $\angle A+\angle B+\angle C=180°$

삼각형의 작도

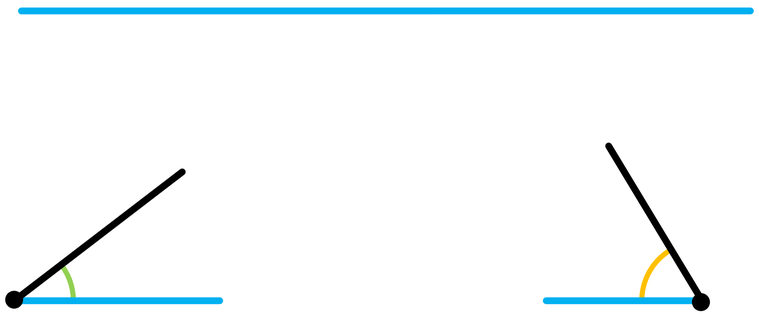
- 세 변의 길이를 알 때 삼각형의 모양과 크기가 확정된다.





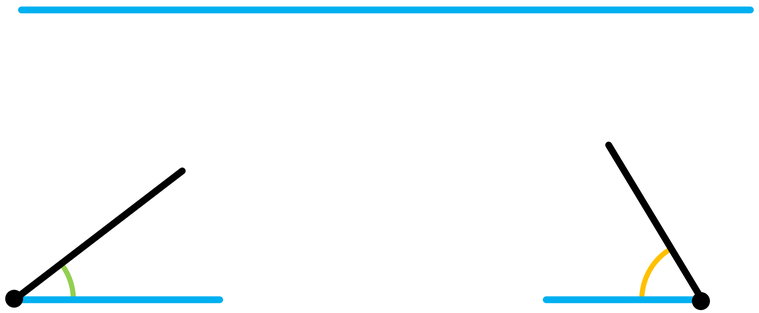
삼각형의 작도

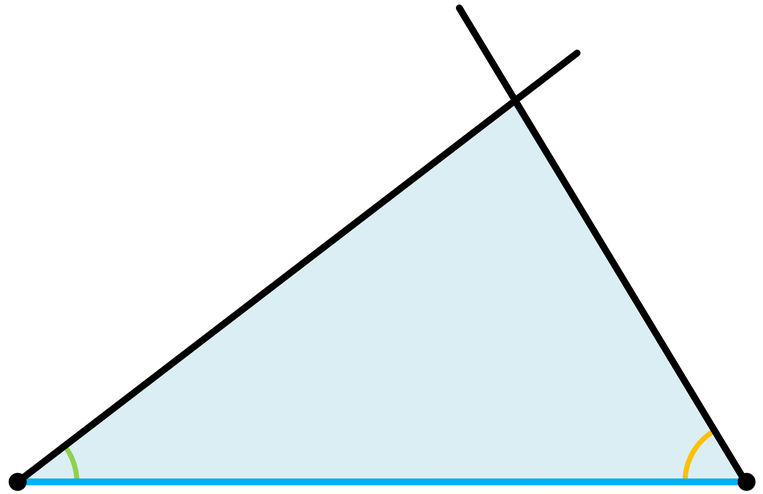
■ 한 변의 길이와 양 끝 각을 알면 삼각형의 모양과 크기가 확정된다.



삼각형의 작도

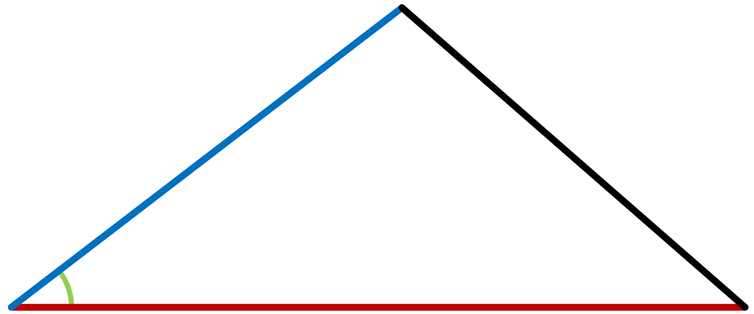
- 한 변의 길이와 양 끝 각을 알면 삼각형의 모양과 크기가 확정된다.





삼각형의 작도

- 두 변의 길이와 끼인각을 알면 삼각형의 모양과 크기가 확정된다.



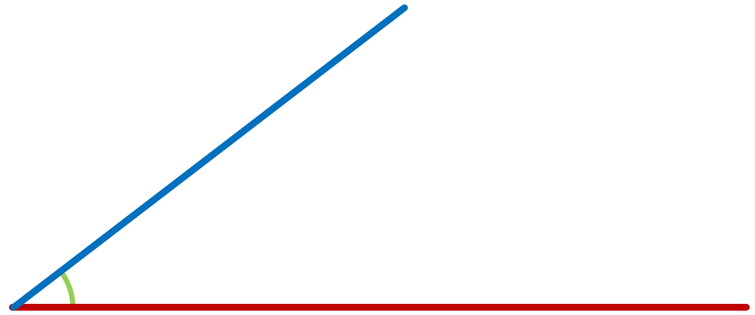
삼각형의 작도

■ 삼각형의 모양과 크기가 확정되는 경우

- 세 변의 길이를 알 때(SSS)

- 한 변의 길이와 양 끝 각을 알 때(ASA)

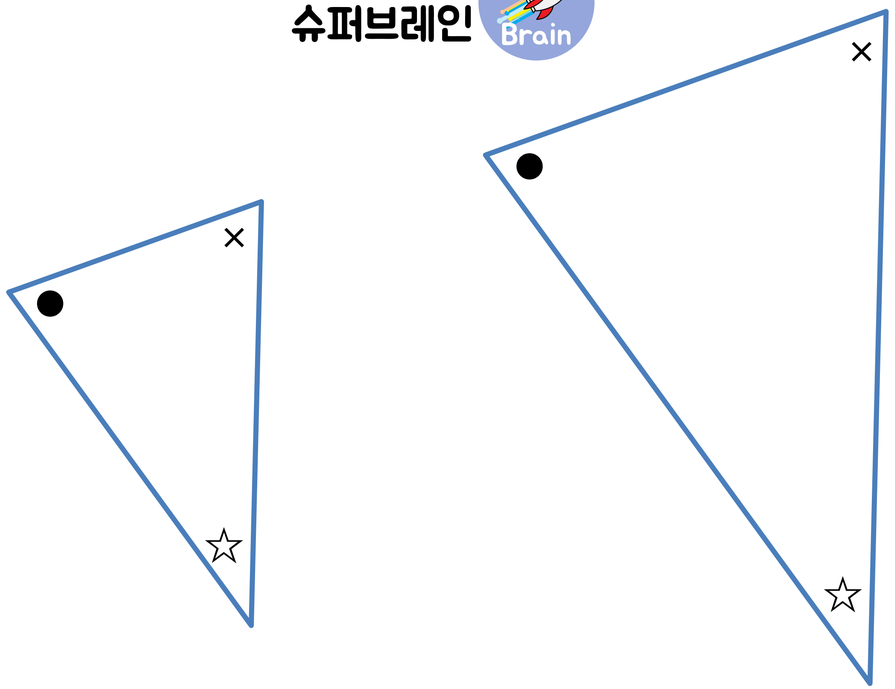
- 두 변의 길이와 끼인각을 알 때(SAS)



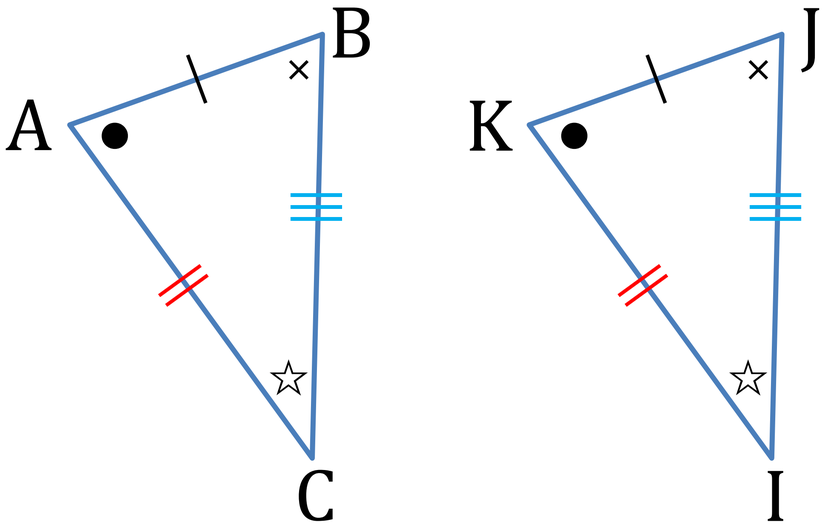
삼각형의 닮음과 합동

유튜브 슈퍼브레인

- 모양은 같고 크기가 다르면 닮음
  - 삼각형은 대응각의 크기가 같으면 닮음



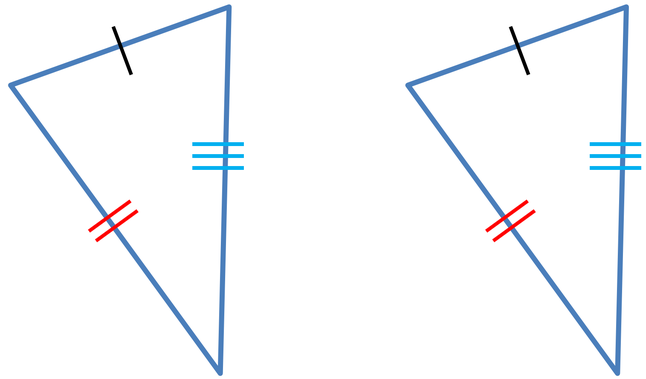
- 모양도 같고 크기도 같으면 합동
  - 삼각형은 SSS, ASA, SAS 합동
  - $\Delta ABC \equiv \Delta KJI$



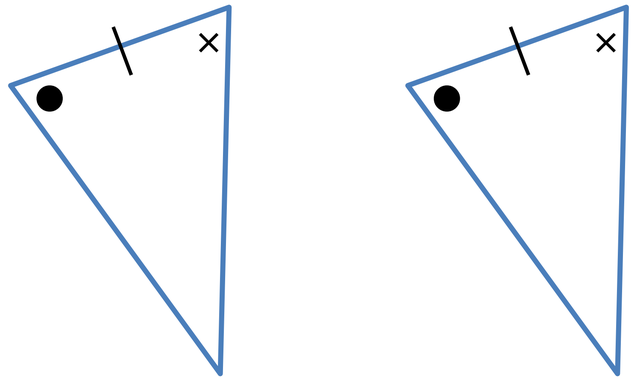
SuperBrain

삼각형의 합동

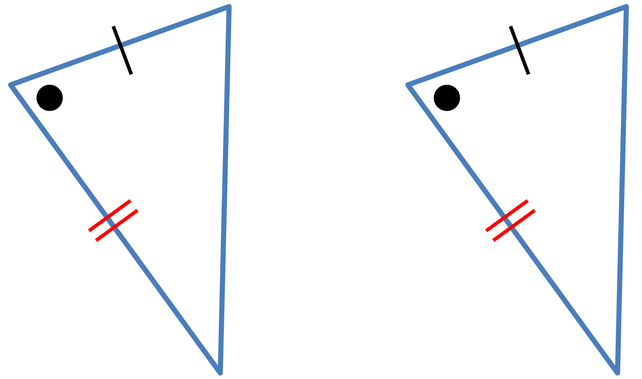
- SSS 합동 : 대응하는 세 변의 길이가 각각 같은 경우



- ASA 합동 : 대응하는 한 변의 길이가 같고 양 끝 각이 같은 경우



- SAS 합동 : 대응하는 두 변의 길이가 같고 끼인각이 같은 경우



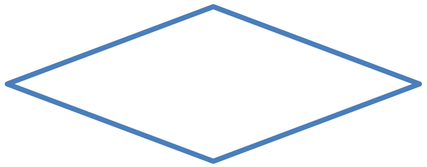
평면도형

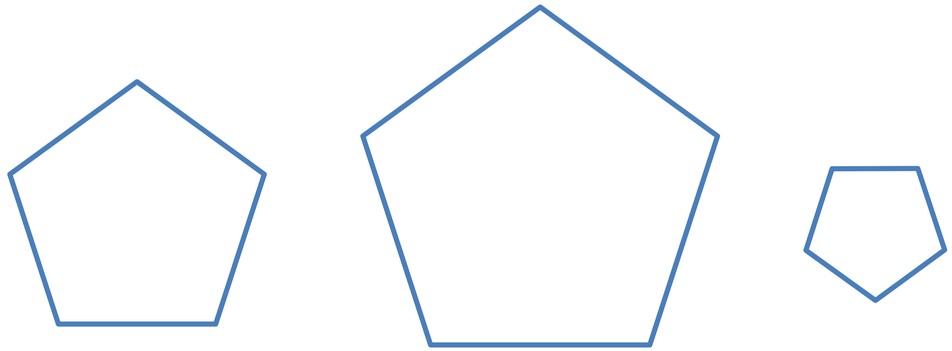
중학교 수학 1-2

슈퍼브레인

다각형과 정다각형의 정의

- 다각형 : 세 개 이상의 선분으로 둘러싸인 평면도형
  - 선분의 개수가 n개 : n각형
- 정다각형 : 모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 같은 다각형
  - 마름모 : 모든 변의 길이는 같지만 내각의 크기가 다르다.
  - 직사각형 : 모든 내각의 크기는 같지만 변의 길이가 다르다.
  - 같은 정n각형끼리는 닮음이다.

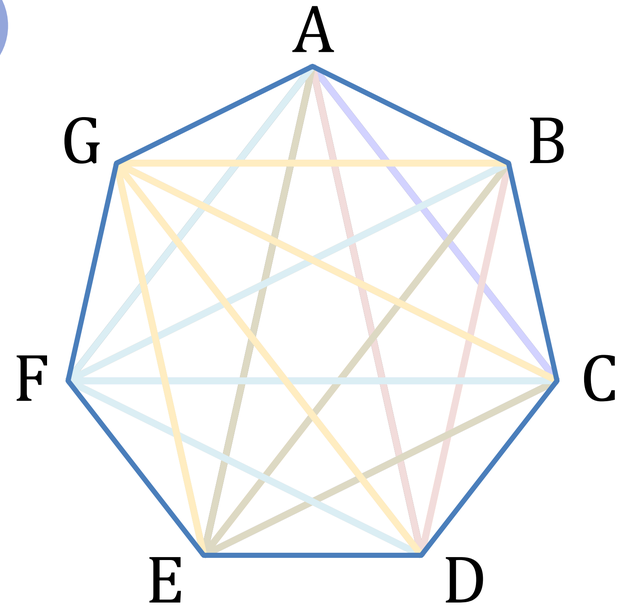




다각형의 성질

유튜브 슈퍼브레인

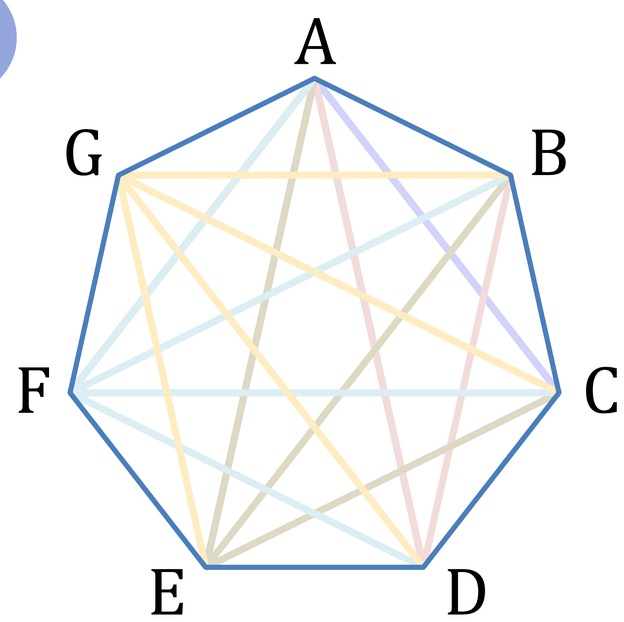
- n각형 대각선의 개수 : $\frac{n(n-3)}{2}$



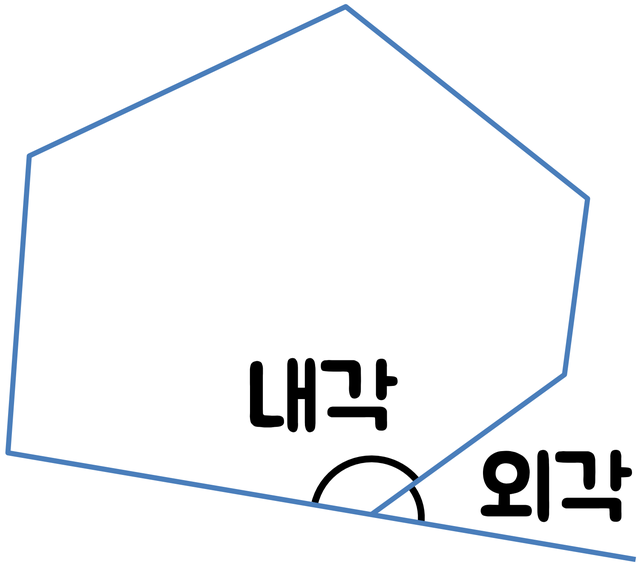
다각형의 성질

유튜브 슈퍼브레인

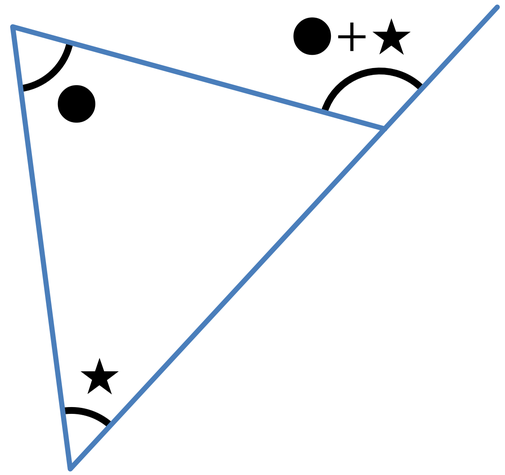
- n각형 대각선의 개수 : $\frac{n(n-3)}{2}$



- 내각+외각= $180°$

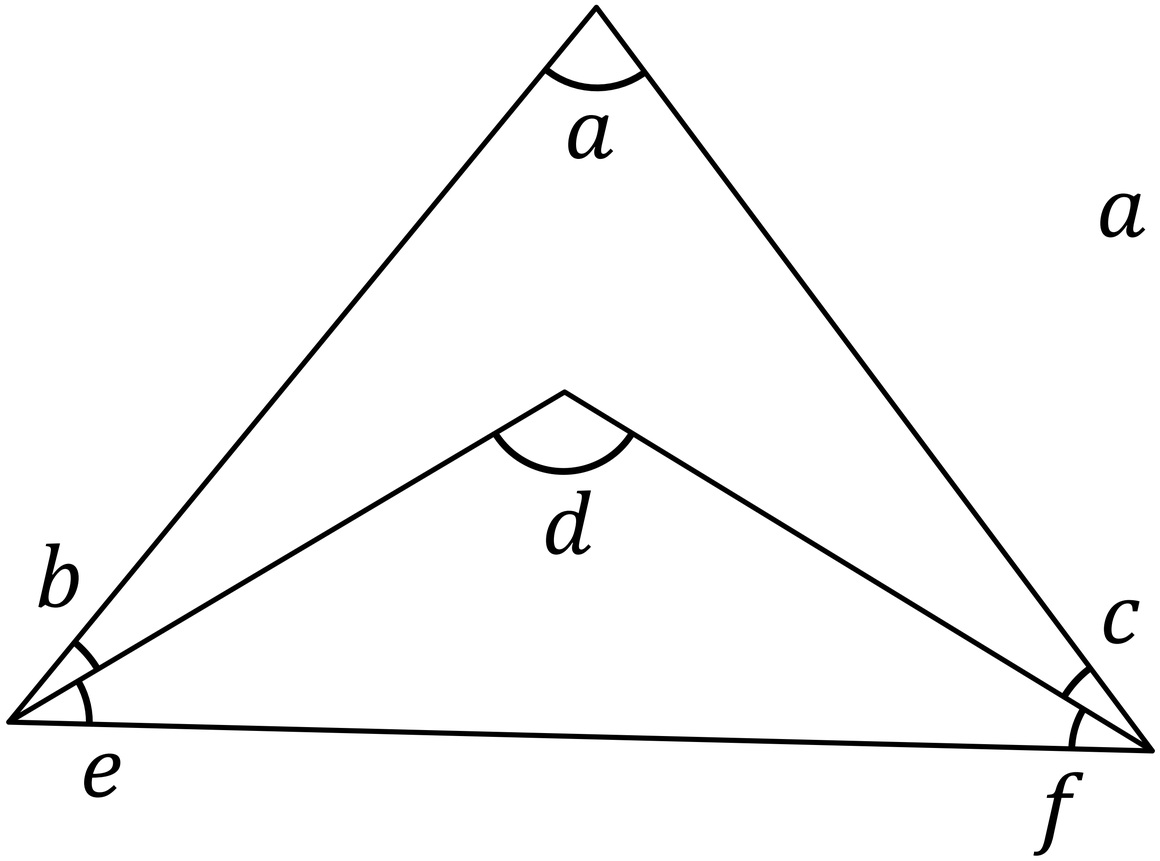


다각형의 성질



- 삼각형 세 내각의 합 $= 180°$
- 삼각형 한 변의 끝각의 합 $=$ 대각의 외각
- n각형 내각의 합 $= 180° \times (n-2)$
- 정n각형 한 내각의 크기 $= 180° \times \frac{n-2}{n} = 180° - \frac{360°}{n}$
- 다각형 모든 외각의 합은 $360°$
- 정n각형 한 외각의 크기 $= \frac{360°}{n}$

다각형과 각도 예시 문제

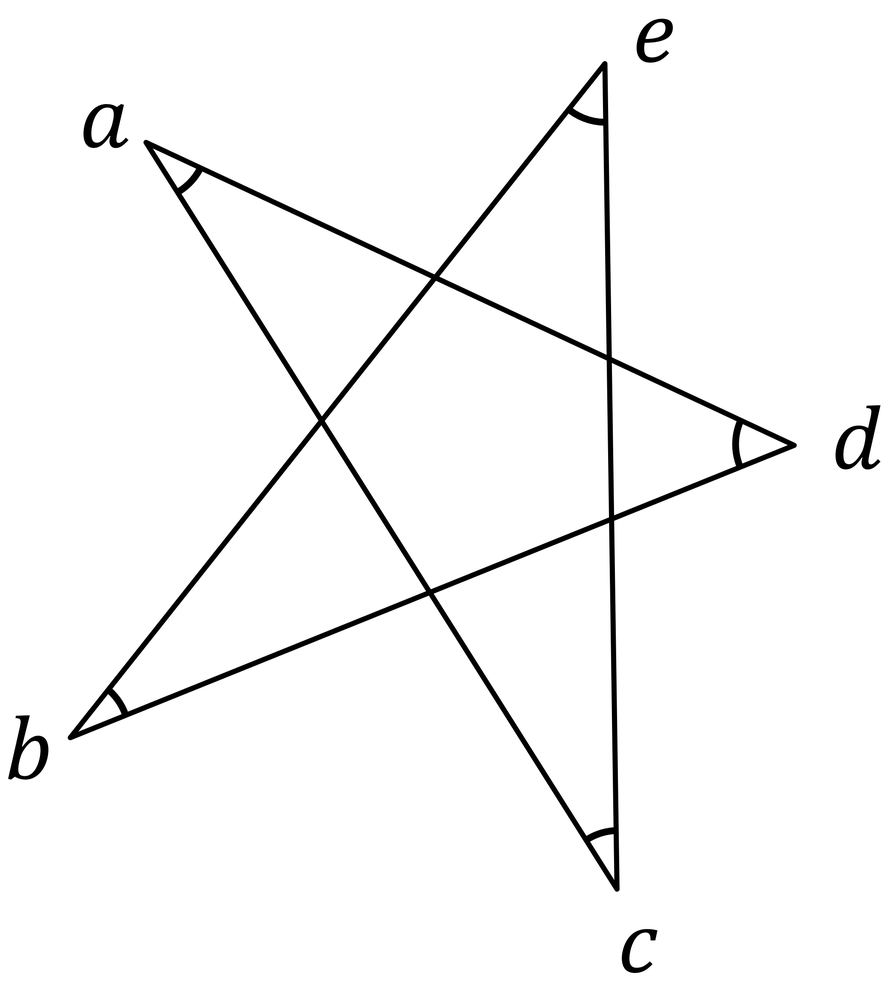


$$a + b + c + e + f = 180°$$

$$d + e + f = 180°$$

$$d = a + b + c$$

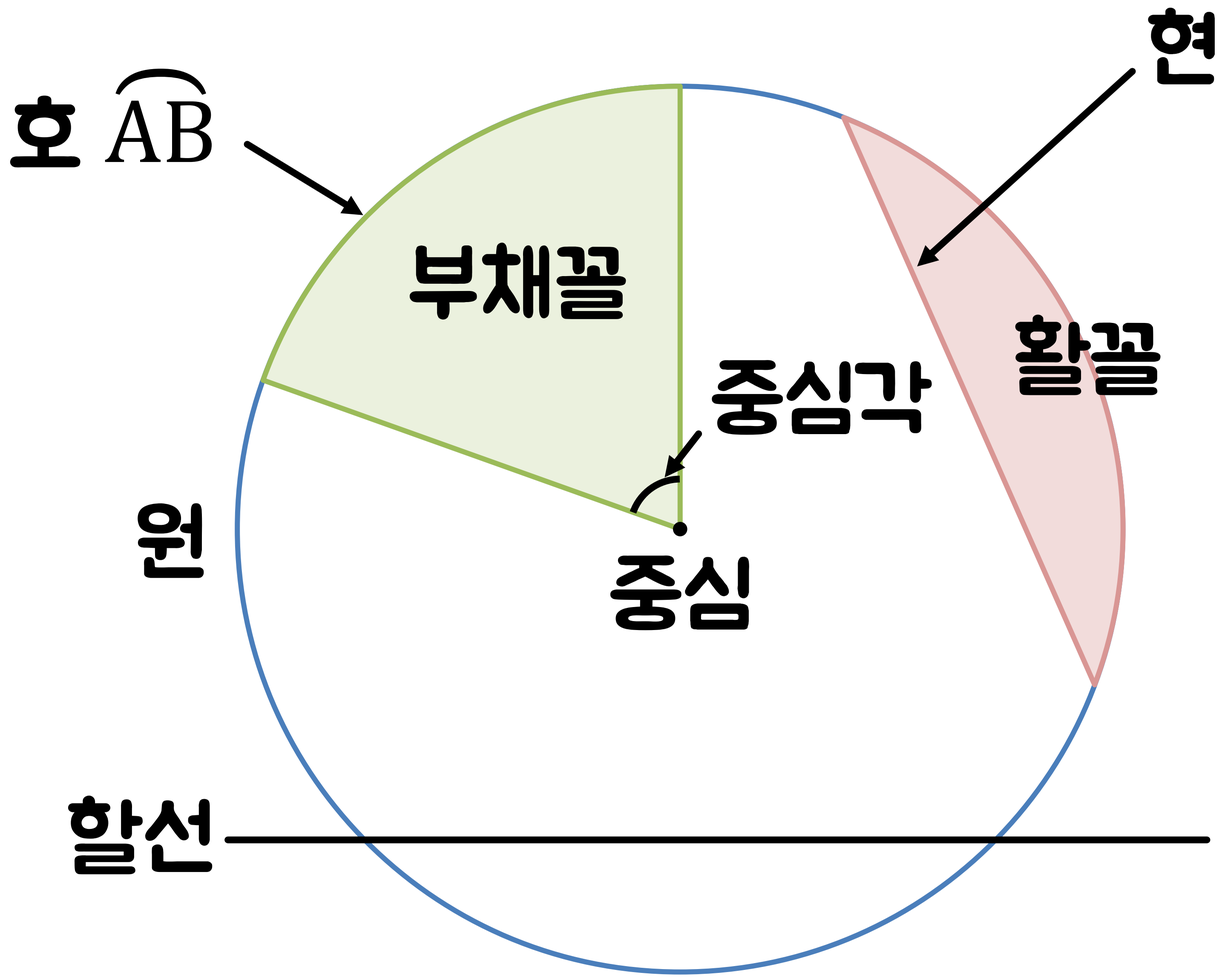
다각형과 각도 예시 문제



$$a + b + c + d + e = 180°$$

원과 부채꼴

■ 용어, 명칭

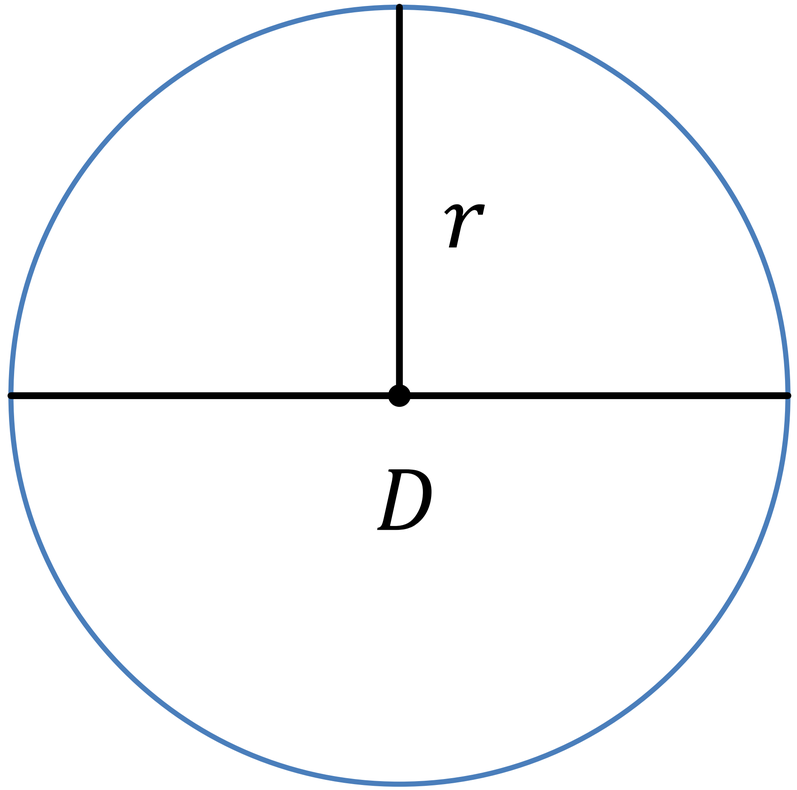


원의 넓이와 원주의 길이

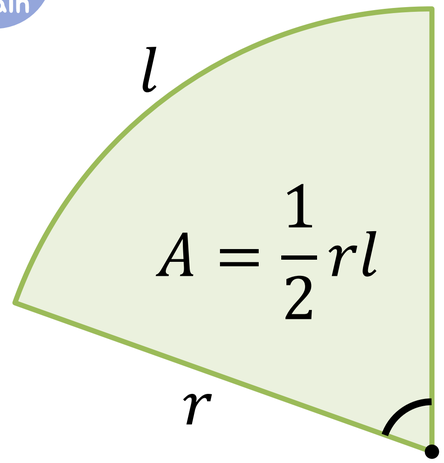
- **원주율** : $\pi = 3.14159265358979323846264338327950\cdots$

- **원주의 길이** : $P = 2\pi r = \pi D$

- **원의 넓이** : $A = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}$



부채꼴의 넓이와 호의 길이



- 부채꼴 및 호는 원의 일부분이다.
  - 원 = 전체($360°$), 부채꼴 = 부분(중심각)
- 호의 길이 : $l = 2\pi r \times \frac{\text{중심각}}{360°} = \pi D \times \frac{\text{중심각}}{360°}$
- 부채꼴의 넓이 : $A = \pi r^2 \times \frac{\text{중심각}}{360°} = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{\text{중심각}}{360°}$
- 부채꼴 넓이, 호의 길이, 반지름과의 관계

$$A = \frac{1}{2}rl$$

입체도형

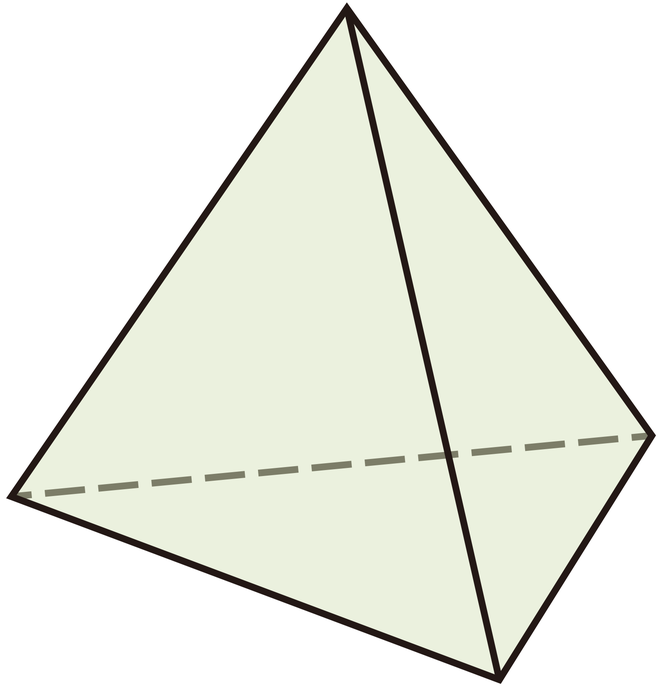
중학교 수학 1-2

슈퍼브레인

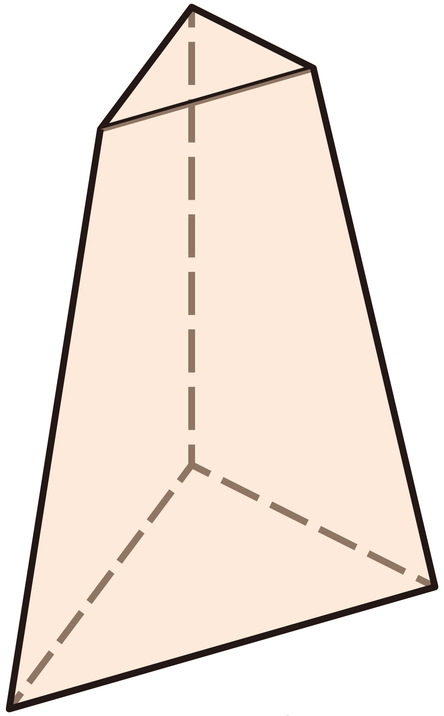
입체도형

- 다면체 : 다각형으로 둘러싸인 입체도형

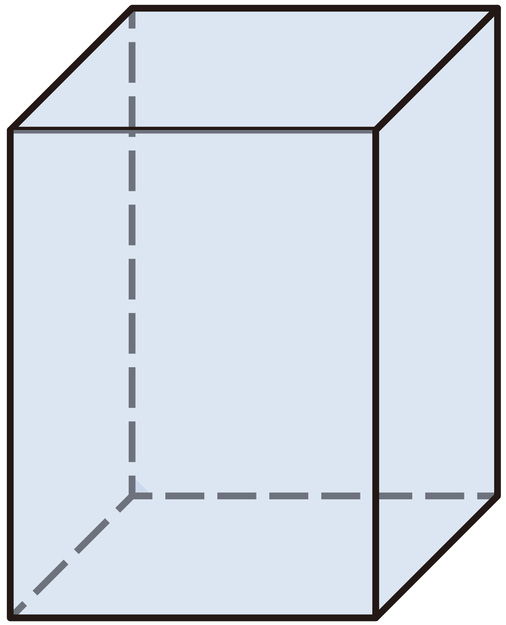
  n개의 면으로 둘러싸이면 n면체 polyhedron



사면체



오면체

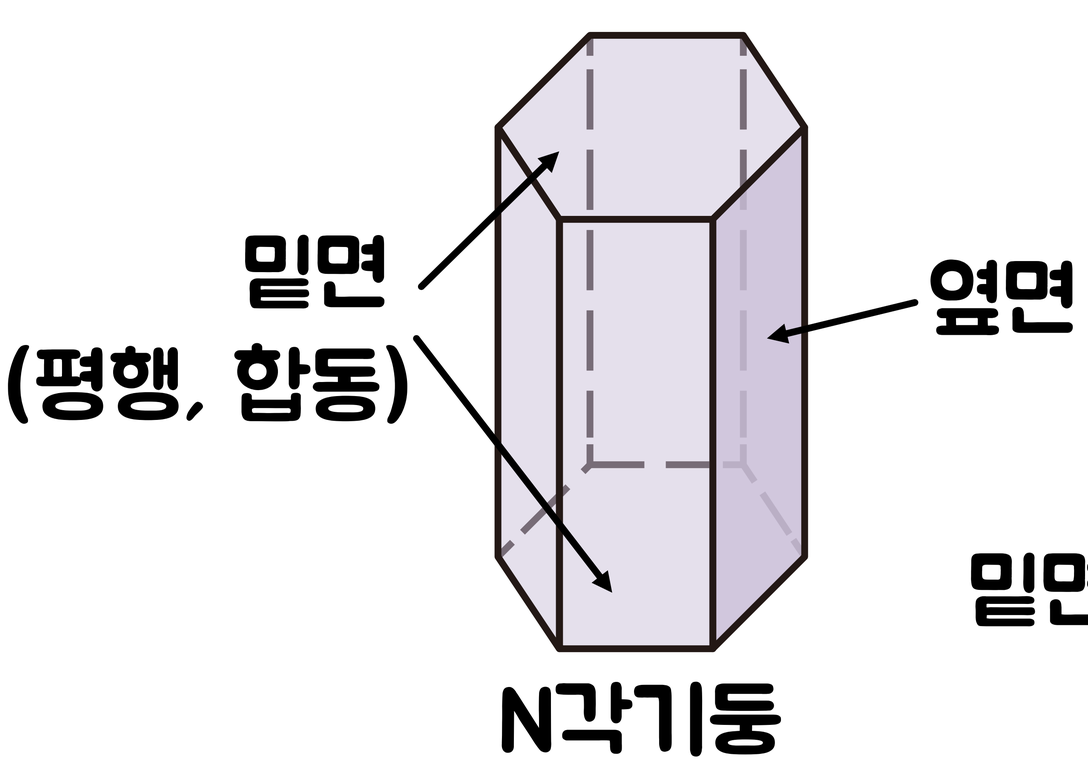


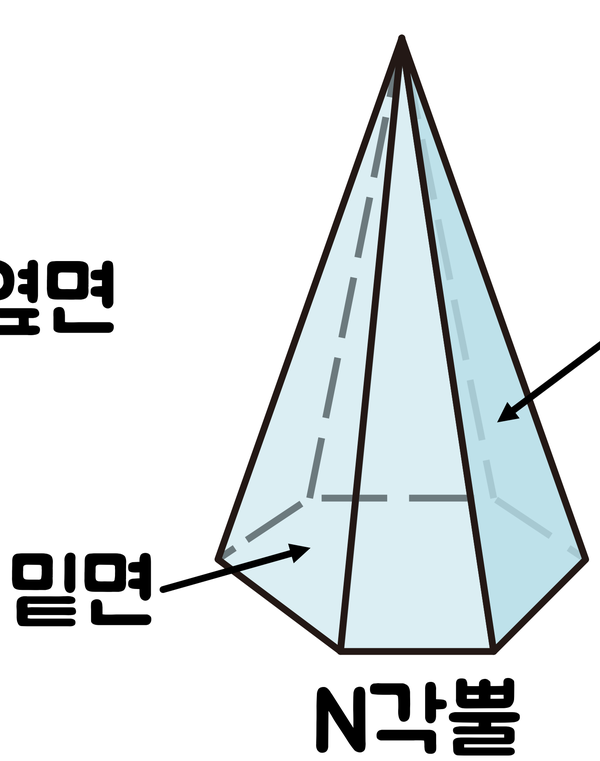
육면체

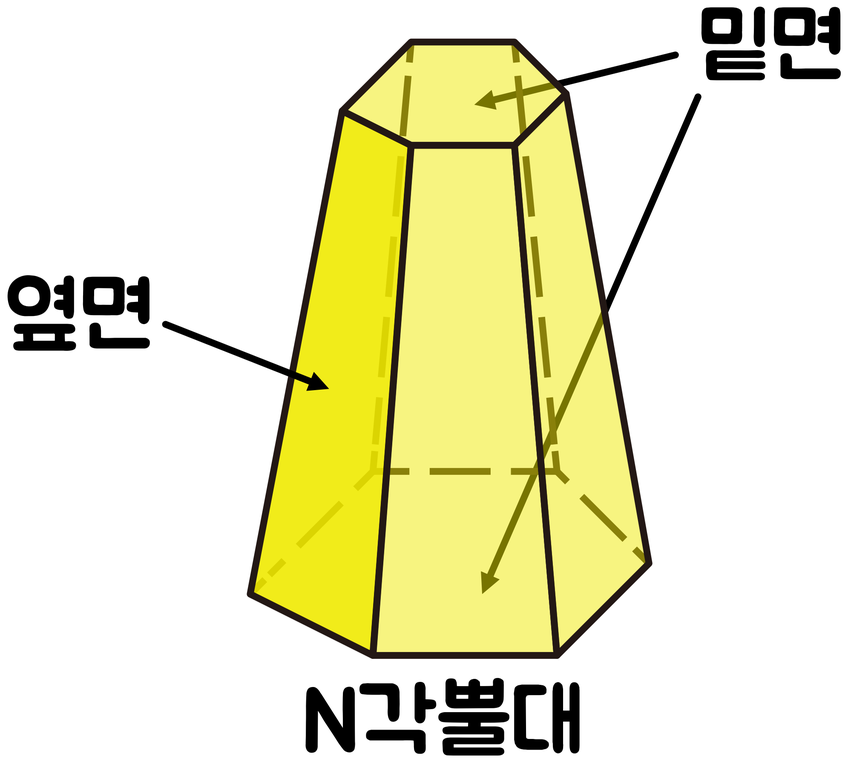
SuperBrain

입체도형

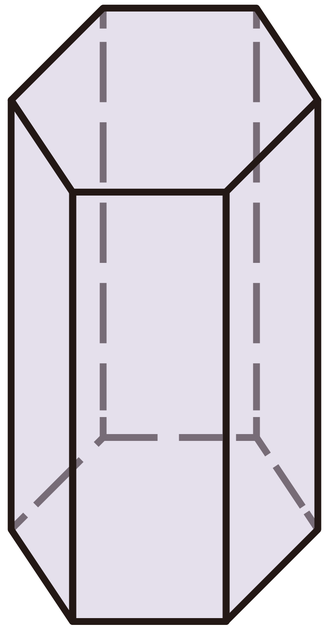
- N각기둥 : 두 밑면은 평행하고 합동인 다각형, 옆면은 모두 직사각형
- N각뿔 : 밑면은 다각형, 옆면은 모두 삼각형
- N각뿔대 : N각뿔을 밑면에 평행하게 잘라낸 모습, 옆면은 모두 사다리꼴



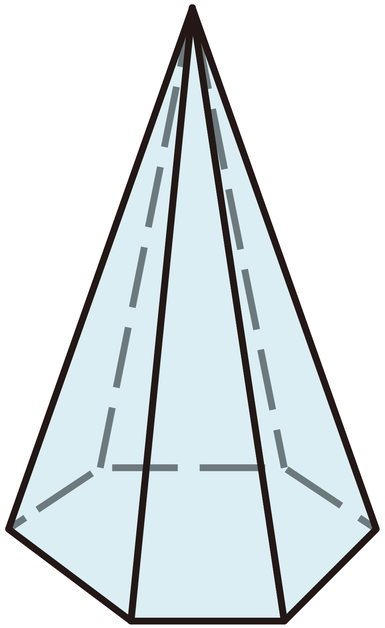




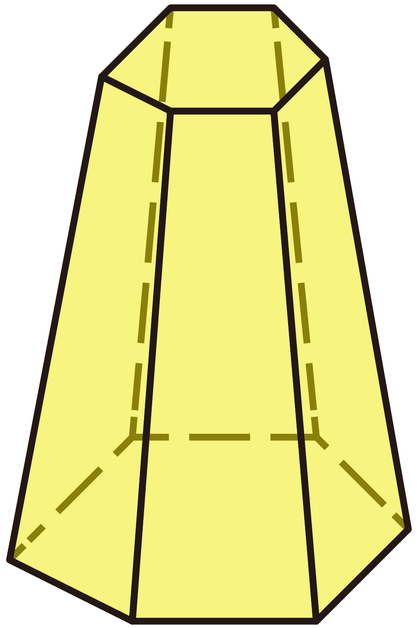
입체도형



N각기둥



N각뿔

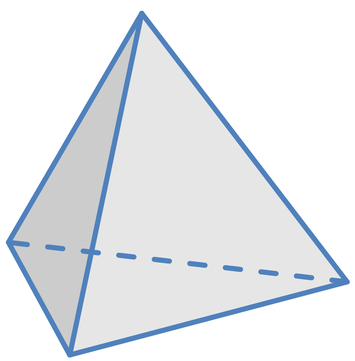
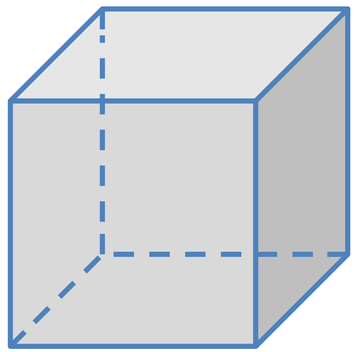
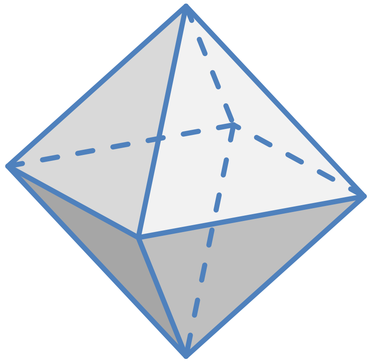
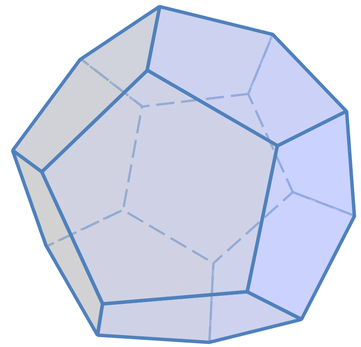
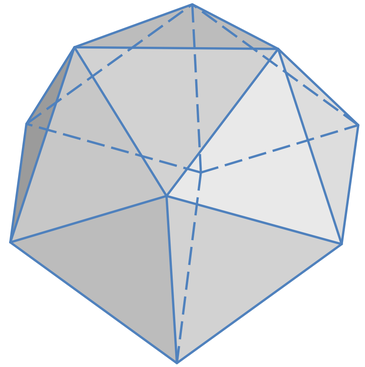


N각뿔대

이름	N각기둥	N각뿔	N각뿔대
면의 수	N+2	N+1	N+2
모서리 수	3N	2N	3N
꼭짓점 수	2N	N+1	2N

입체도형

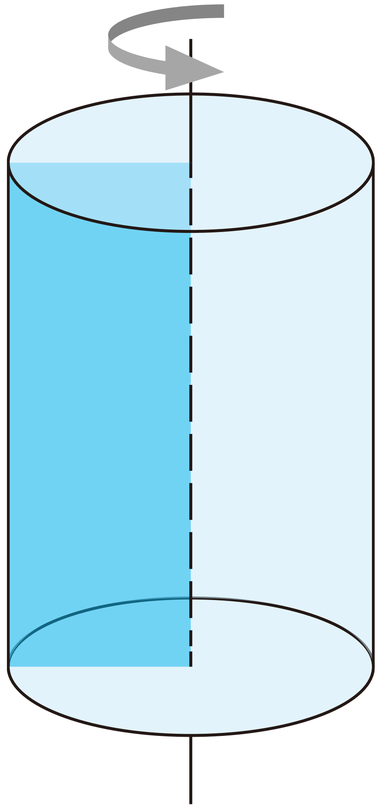
■ 정다면체 : 각 면이 모두 합동인 정다각형으로 이루어지며,
각 꼭짓점에서 만나는 면의 개수가 같은 입체 도형

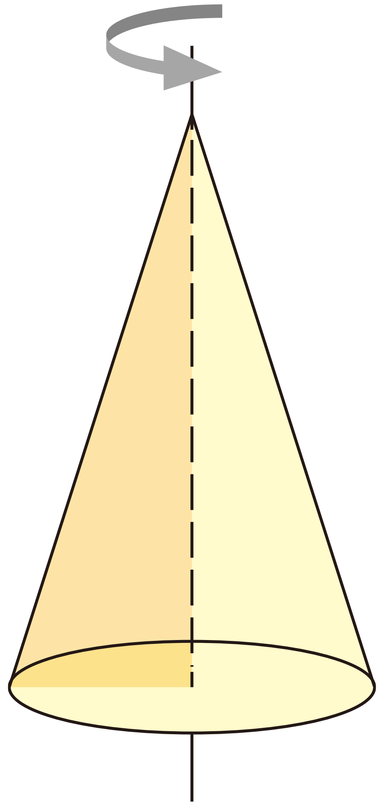
이름	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 수	4	6	8	12	20
면의 모양	정삼각형	정사각형	정삼각형	정오각형	정삼각형
변의 수	6	12	12	30	30
꼭짓점 수	4	8	6	20	12
꼭짓점 면의 수	3	3	4	3	5

입체도형

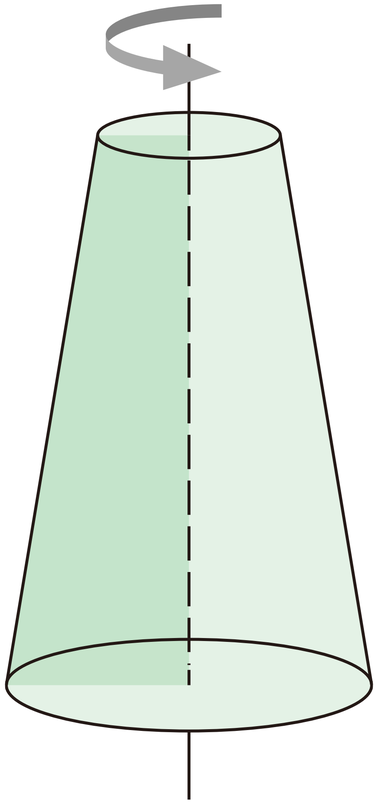
■ 회전체 : 평면도형을 회전축 중심으로 1회전 할 때 생기는 입체도형



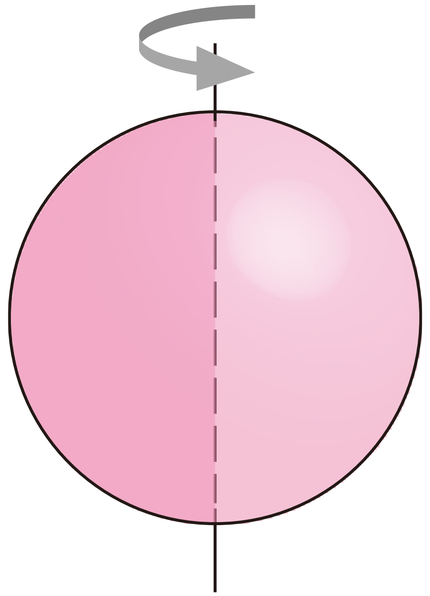
원기둥
cylinder



원뿔
cone

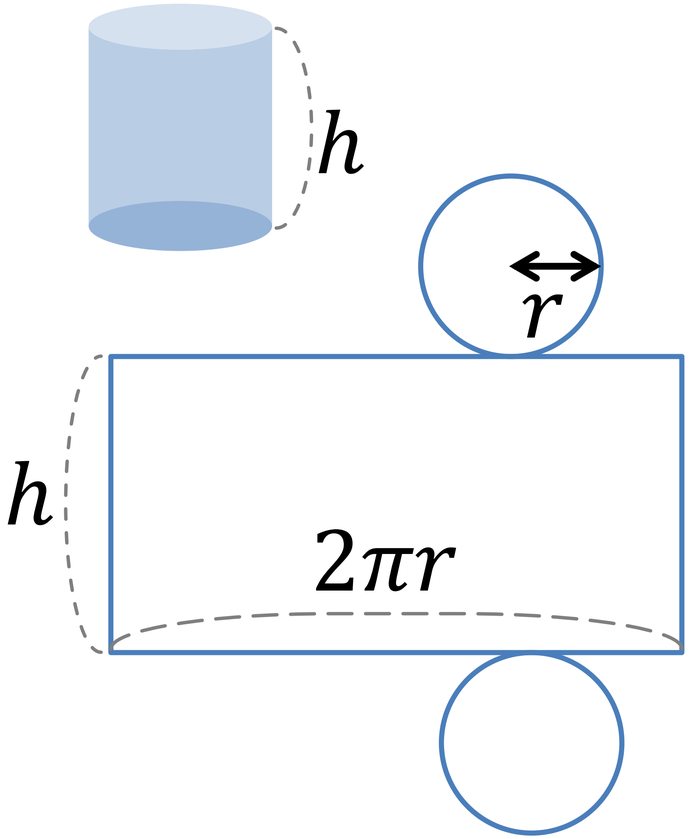


원뿔대
conical frustum

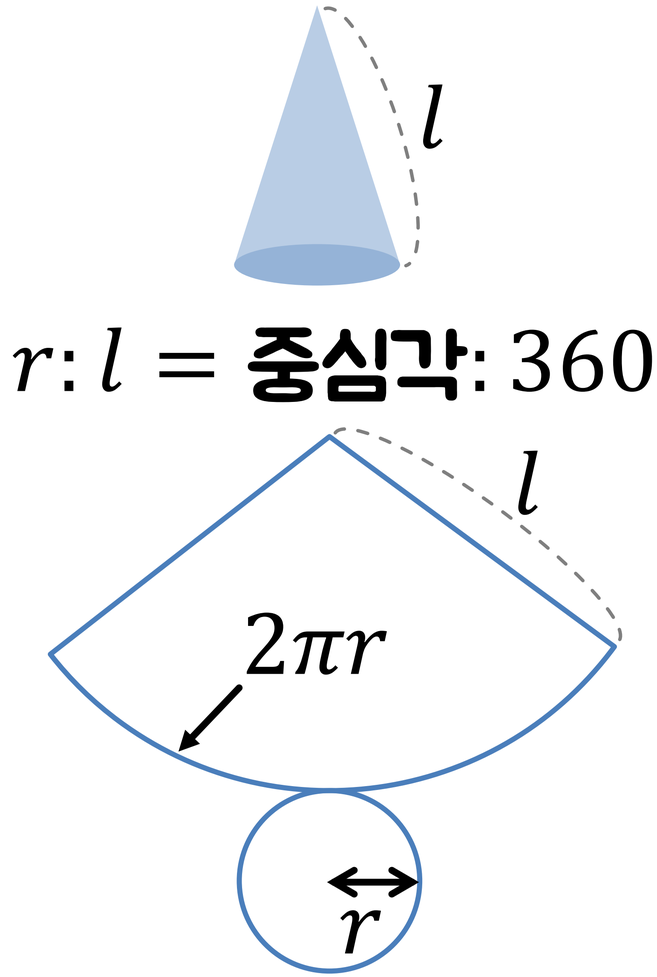


구
球sphere

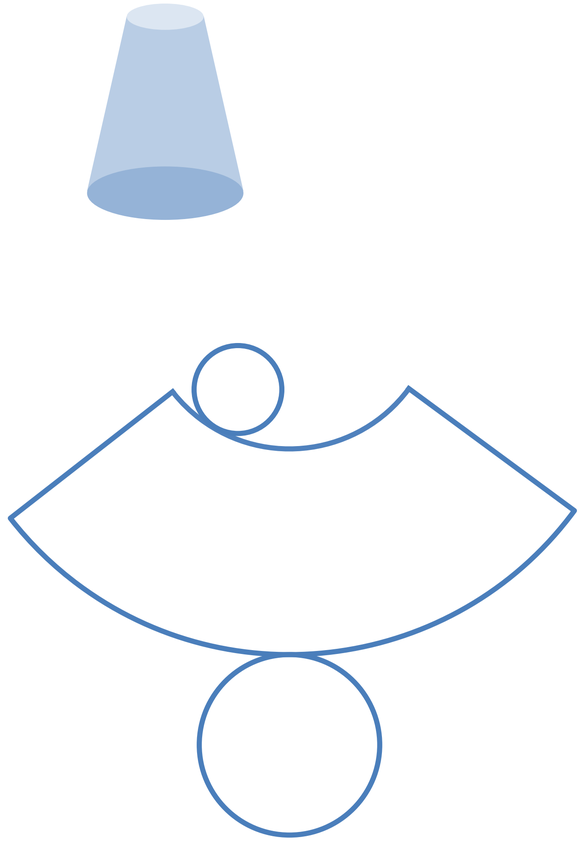
■ 회전체의 전개도



원기둥
cylinder



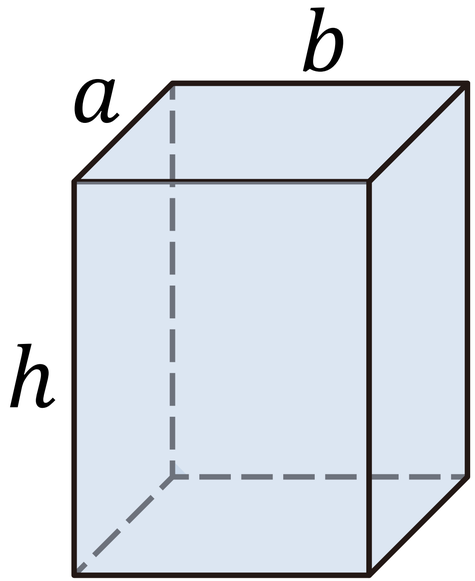
원뿔
cone



원뿔대
conical frustum

입체도형의 겉넓이와 부피

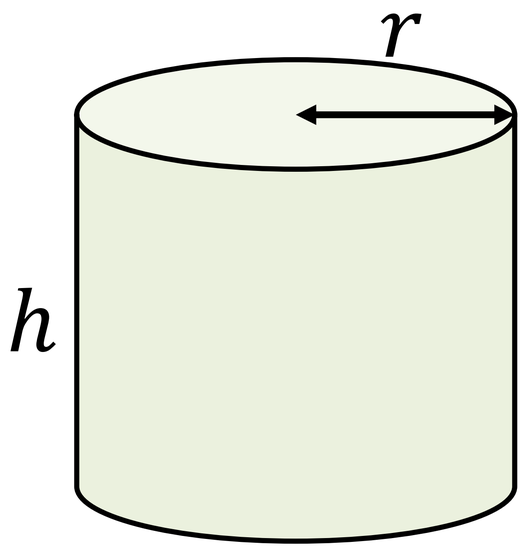
- 기둥의 겉넓이= (2 ×밑넓이)+옆넓이=(2 ×밑넓이)+(밑면둘레×높이)
- 기둥의 부피 = 밑넓이 × 높이



겉넓이 : $(2 \times ab) + (ah + bh + ah + bh)$

$= 2ab + 2(a + b)h$

부피 : $ab \times h$



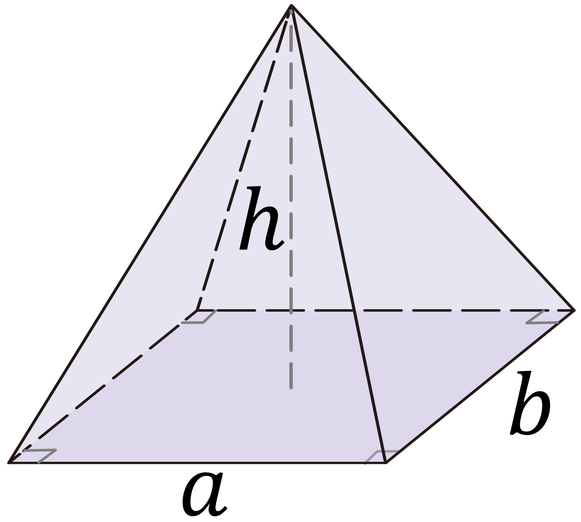
겉넓이 : $(2 \times \pi r^2) + (2\pi r \times h)$

$= 2\pi r(r + h)$

부피 : $\pi r^2 \times h$

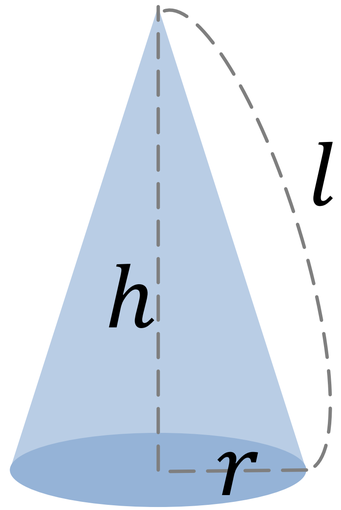
입체도형의 겉넓이와 부피

- 뿔의 겉넓이=밑넓이+옆넓이
- 뿔의 부피= $\frac{1}{3}$ ×밑넓이×높이



겉넓이 : 모든 면의 넓이를 구해서 더해야 함

부피 : $\frac{1}{3}abh$



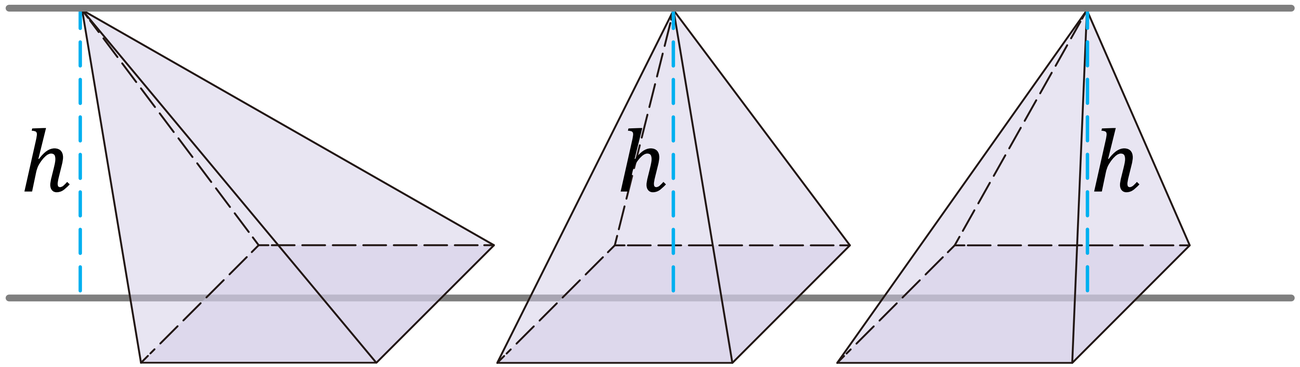
겉넓이 : $(\pi r^2)+\left(\frac{1}{2}\times l\times 2\pi r\right)$

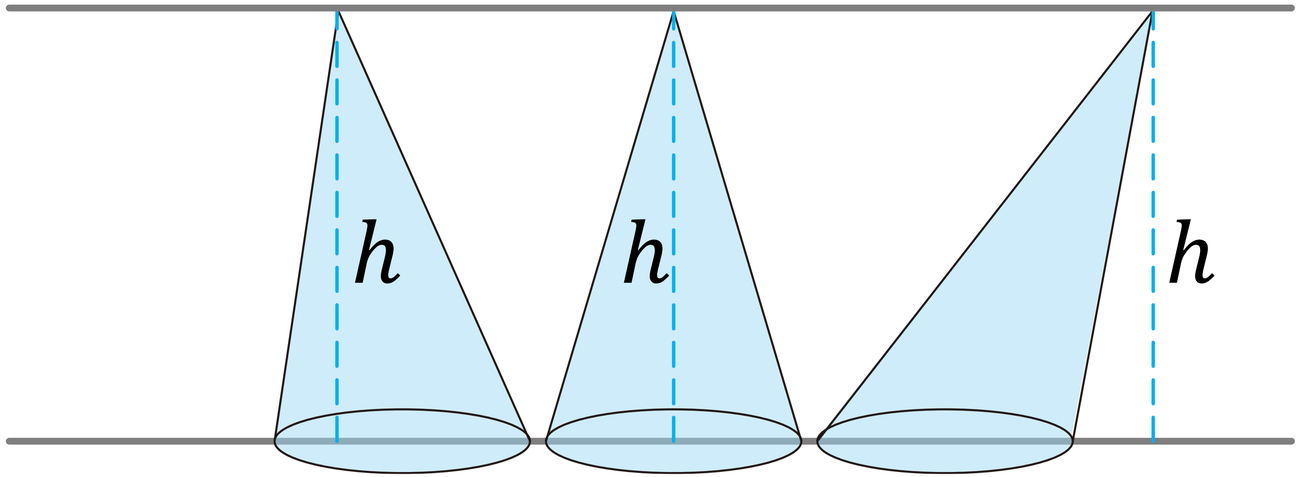
$=\pi r^2+\pi rl$

부피 : $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

입체도형의 겉넓이와 부피

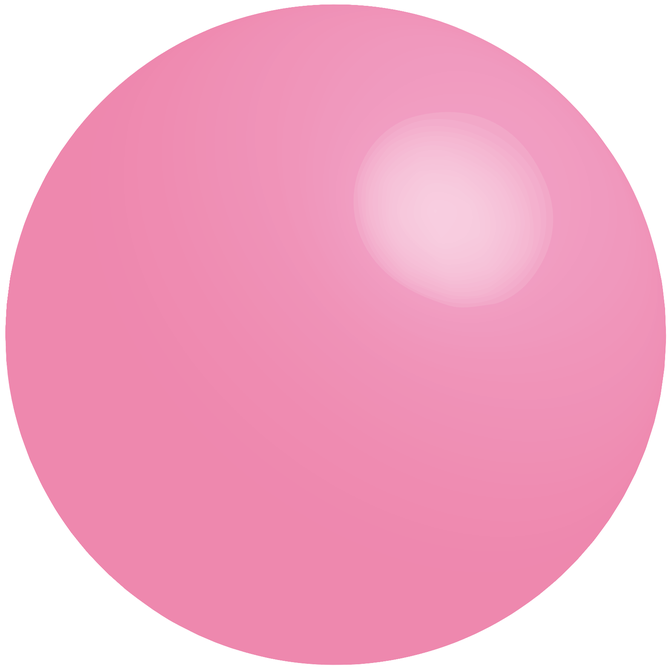
- 뿔의 경우 모양이 다르더라도 밑면의 넓이와 높이만 동일하면 부피가 동일하다.



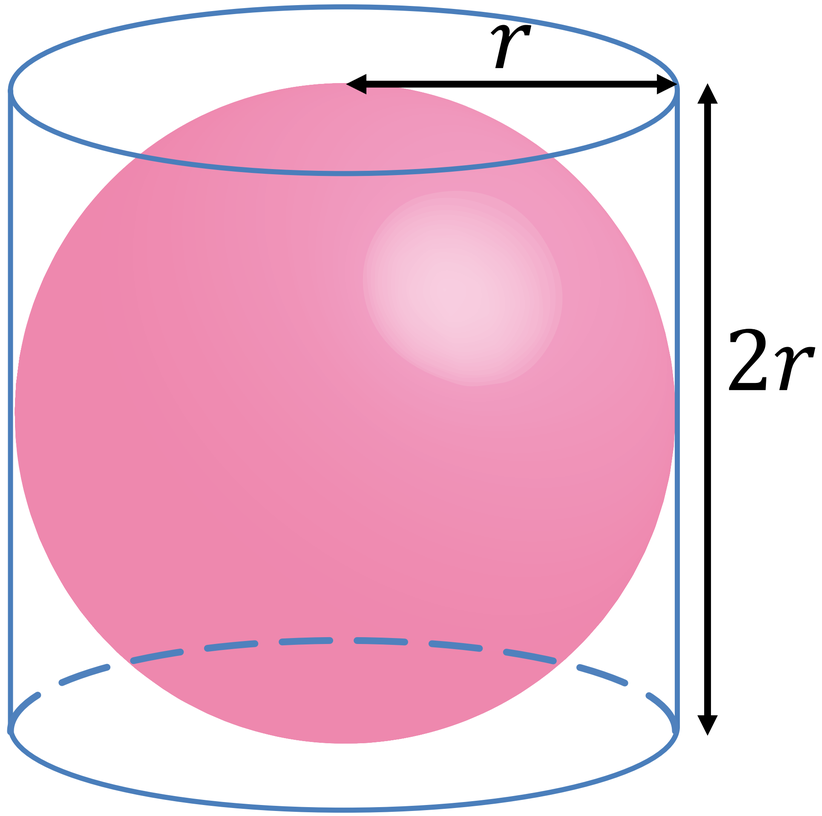


입체도형의 겉넓이와 부피

- 구의 겉넓이$= 4\pi r^2$
- 구의 부피$= \frac{4}{3}\pi r^3$



구의 부피는 원기둥 부피의 $\frac{2}{3}$



통계

중학교 수학 1-2

슈퍼브레인

줄기와 잎 그림

- 변량 : 자료(데이터)를 수치로 나타낸 것. 나이, 점수, 키, 가격, 기온 등
- 줄기와 잎 그림 : 변량을 큰 단위(줄기)와 작은 단위(잎)로 분리하여 나타낸 표 혹은 그림

1분당 턱걸이 횟수 (4|6은 46회)

줄기	잎
0	1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 4 5 5 5 8 9
1	0 0 0 1 3 4 5 8 9 9
2	0 1 2 4 8
3	1 5 8
4	6

도수분포표 frequency table

- 계급 : 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간
  - 계급값 : 계급을 대표하는 값, $\frac{\text{계급의 양 끝 값의 합}}{2}$

계급의 크기 : 1시간
계급의 개수 : 7개
도수가 가장 큰 계급 : 2시간 이상~3시간 미만
도수가 가장 큰 계급의 계급값 : 2.5

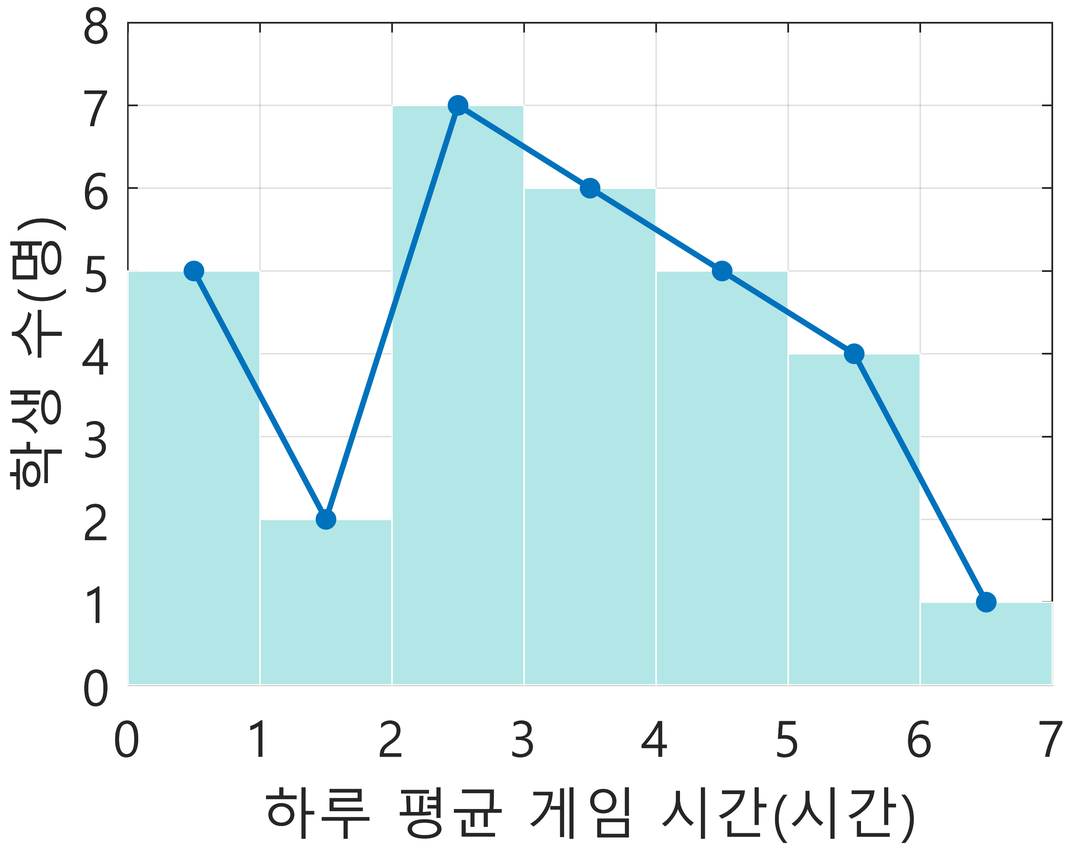
1일 평균 게임 시간(시간)	학생 수(명)
0이상~1미만	5
1~2	2
2~3	7
3~4	6
4~5	5
5~6	4
6~7	1
합계	30

계급 → 1일 평균 게임 시간(시간)
도수 → 학생 수(명)

히스토그램과 도수분포다각형 histogram and frequency polygon

유튜브 슈퍼브레인

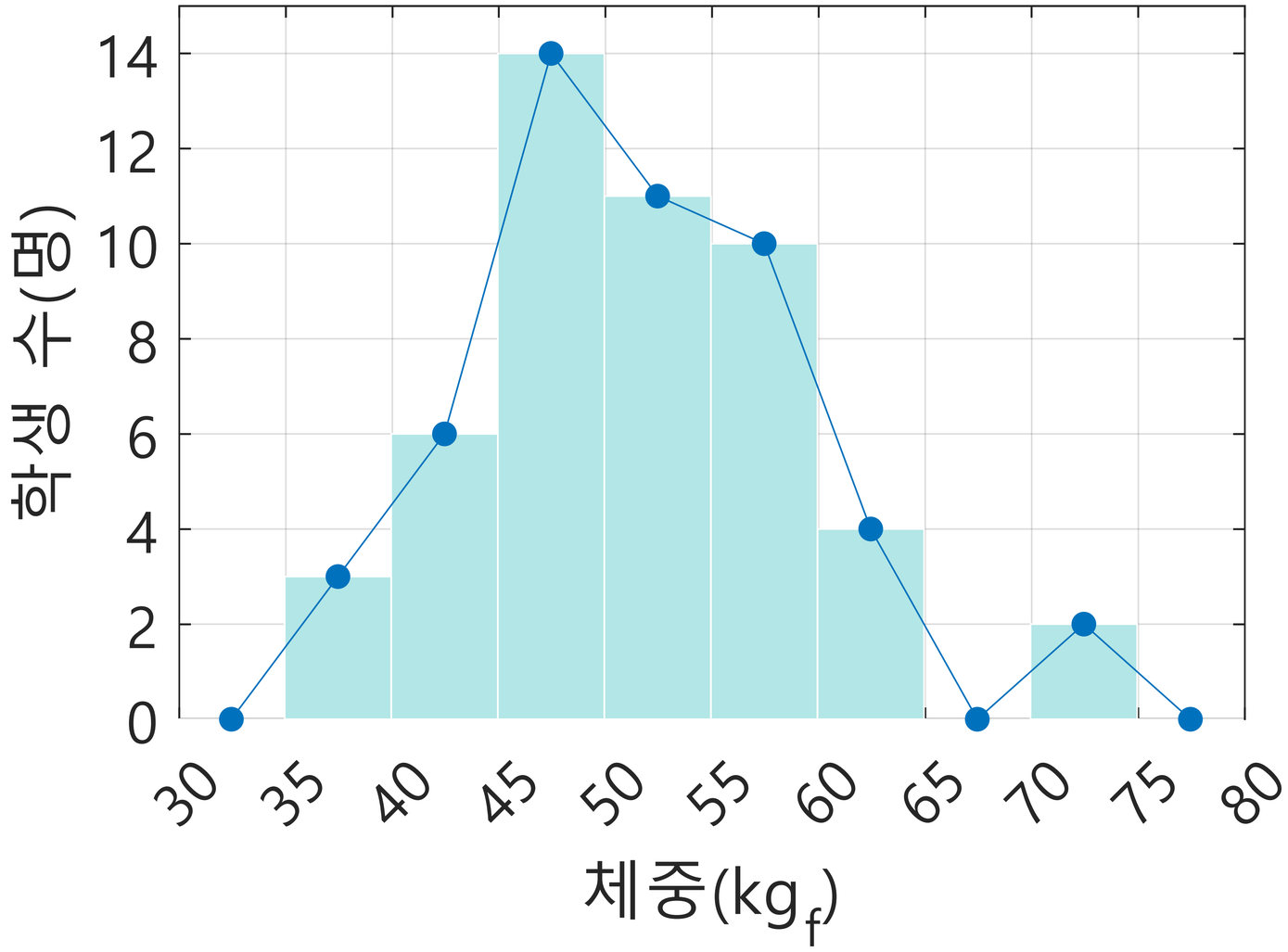
1일 평균 게임 시간(시간)	학생 수(명)
0이상~1미만	5
1~2	2
2~3	7
3~4	6
4~5	5
5~6	4
6~7	1
합계	30



히스토그램과 도수분포다각형 histogram and frequency polygon

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

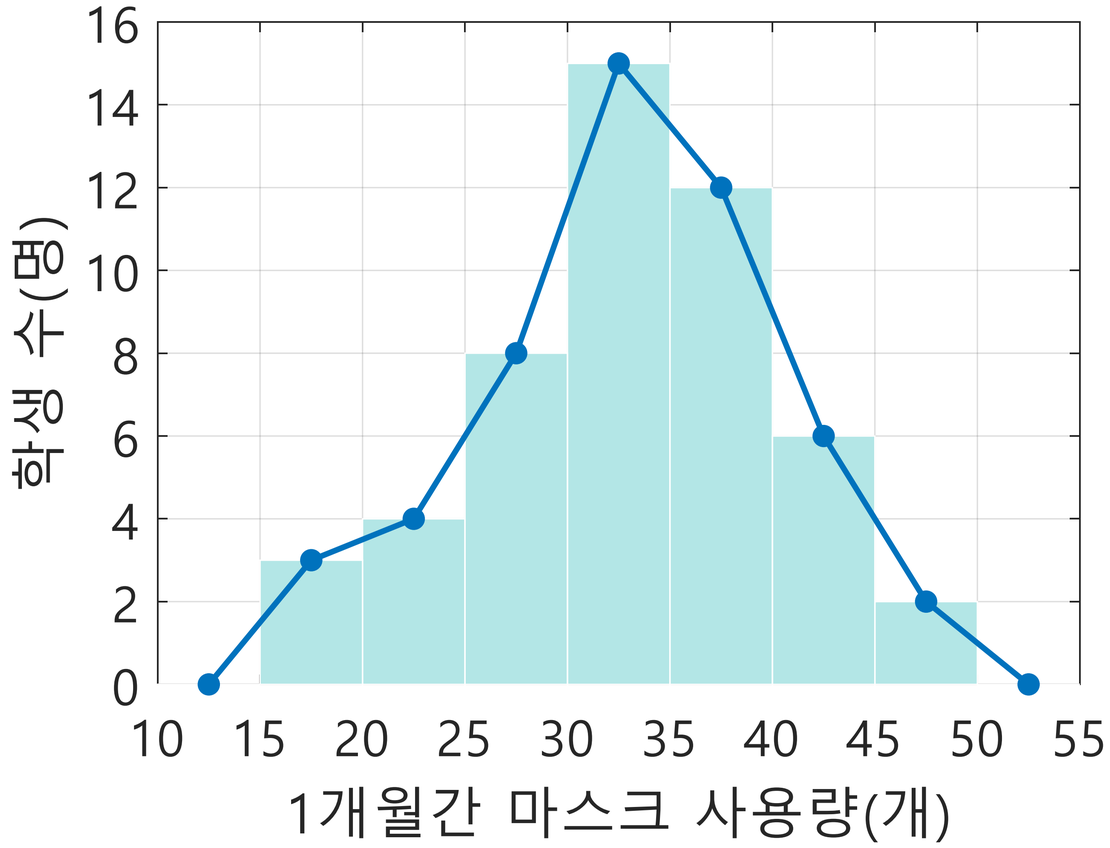
- 도수분포다각형과 히스토그램의 넓이는 같다.



상대도수

■ $\text{상대도수} = \dfrac{\text{해당 계급의 도수}}{\text{도수 전체 총합}}$

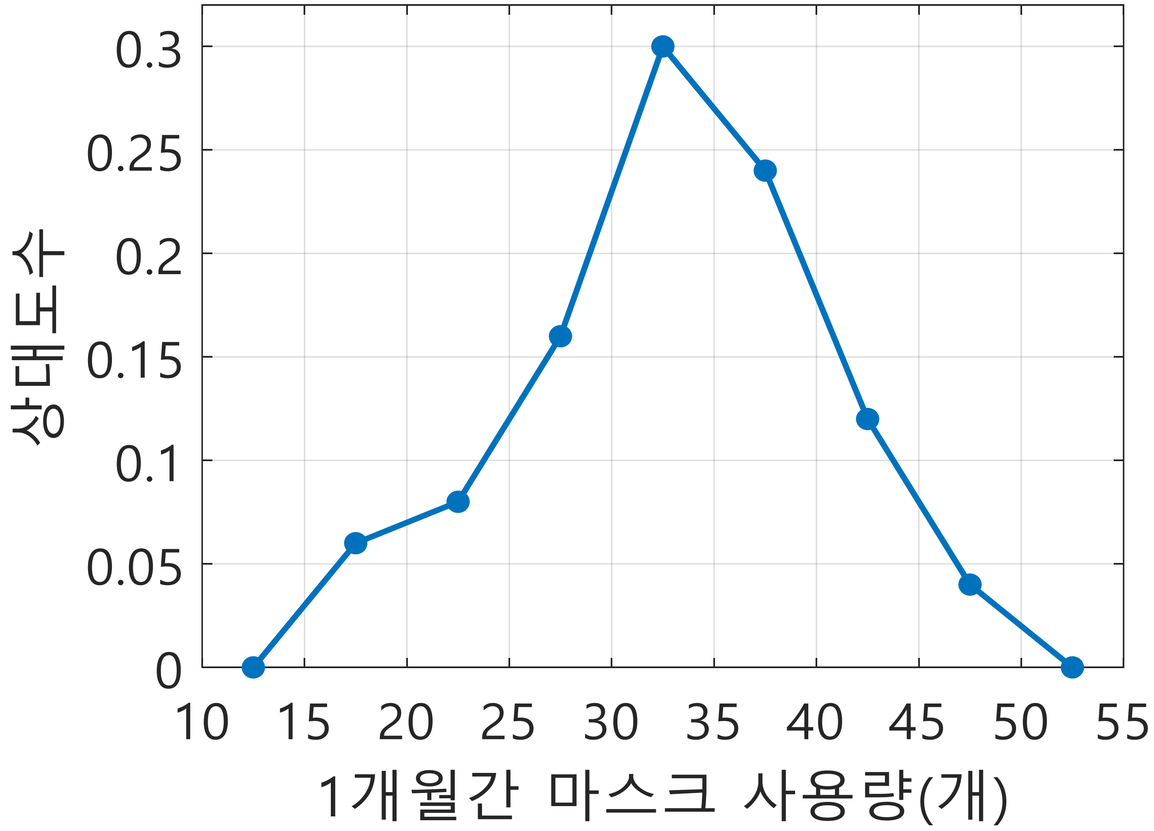
1개월간 마스크 사용량(개)	학생 수(명)	상대도수
15~20	3	0.06
20~25	4	0.08
25~30	8	0.16
30~35	15	0.30
35~40	12	0.24
40~45	6	0.12
45~50	2	0.04
합계	50	1



상대도수

■ 상대도수 $=\frac{\text{해당 계급의 도수}}{\text{도수 전체 총합}}$

1개월간 마스크 사용량(개)	학생 수(명)	상대도수
15~20	3	0.06
20~25	4	0.08
25~30	8	0.16
30~35	15	0.30
35~40	12	0.24
40~45	6	0.12
45~50	2	0.04
합계	50	1



중학교 수학 2-1
전체 빠르게 요점정리

슈퍼브레인

중학교 2-1 수학 목차

유튜브 슈퍼브레인

- 수와 식의 계산
  - 유리수와 순환소수(무한소수)
  - 지수법칙
  - 단항식, 다항식의 계산
- 부등식과 연립방정식
  - 일차부등식
  - 연립방정식
- 일차함수
  - 함수의 개념과 의미
  - 일차함수의 그래프
  - 기울기, x절편, y절편
  - 일차함수와 일차방정식

SuperBrain

순환소수

중학교 수학 2-1

슈퍼브레인

유리수 rational number

- **정수** : $\cdots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$
  - 음의 정수, 0, 양의 정수(자연수)
- **유리수**
  - 정수를 이용하여 분수를 만들 수 있다면 유리수(단, 분모는 0이 아님)
  - 정수를 이용하여 분수를 만들 수 없다면 유리수가 아님 = 무리수

실수
- 유리수
  - 정수
    - 자연수(양의 정수)
    - 0, 음의 정수
  - 정수가 아닌 유리수 $\frac{5}{3}, -\frac{3}{9}, 0.2, 0.\dot{2}\dot{5}$
- 무리수 $\pi, \sqrt{2}, e, \log 2, \cdots$

유한소수와 무한소수

■ 유한소수

- 소수점 아래로 0이 아닌 숫자가 유한번 나타나는 소수
- $\frac{2}{5} = 0.4$ $\frac{7}{2} = 3.5$ $\frac{9}{200} = 0.045$

■ 무한소수

- 소수점 아래로 0이 아닌 숫자가 무한번 나타나는 소수
- 무한소수 중에는 유리수도 있고 무리수도 있음
- 유리수인 무한소수 : $\frac{4}{7} = 0.571428571428571428 \ldots$, $\frac{8}{3} = 2.66666 \ldots$
- 무리수인 무한소수 : $\pi = 3.14159265358979 3 \ldots$

분수와 유한소수와 무한소수

- 분모와 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 있으면 유리수
  - 유리수에는 정수와 유한소수와 무한소수가 있음
  - 유한소수는 당연히 분수로 나타낼 수 있음 $0.74 = \frac{74}{100} = \frac{37}{50}$
  - 무한소수 중 유리수는 당연히 분수로 나타낼 수 있어야 함
  - (무한소수 중 무리수는 분수로 나타낼 수 없음)

순환소수를 분수로 나타내기

- $\frac{1}{9} = 0.1111\ldots$
- $\frac{2}{9} = 0.2222\ldots$
- $\frac{3}{9} = 0.3333\ldots$
- $\frac{4}{9} = 0.4444\ldots$
- $\frac{5}{9} = 0.5555\ldots$
- $\frac{6}{9} = 0.6666\ldots$
- $\frac{7}{9} = 0.7777\ldots$
- $\frac{8}{9} = 0.8888\ldots$
- $\frac{9}{9} = 0.9999\ldots$
- $\frac{1}{90} = 0.01111\ldots$
- $\frac{2}{90} = 0.0222\ldots$
- $\frac{3}{90} = 0.0333\ldots$
- $\frac{4}{90} = 0.0444\ldots$
- $\frac{5}{90} = 0.0555\ldots$
- $\frac{6}{90} = 0.0666\ldots$
- $\frac{7}{90} = 0.0777\ldots$
- $\frac{8}{90} = 0.0888\ldots$
- $\frac{9}{90} = 0.0999\ldots$

순환소수를 분수로 나타내기

$\frac{1}{9} = 0.1111\ldots$	$\frac{2}{9} = 0.2222\ldots$	$\frac{3}{9} = 0.3333\ldots$
$\frac{4}{9} = 0.4444\ldots$	$\frac{5}{9} = 0.5555\ldots$	$\frac{6}{9} = 0.6666\ldots$
$\frac{7}{9} = 0.7777\ldots$	$\frac{8}{9} = 0.8888\ldots$	$\frac{9}{9} = 0.9999\ldots$
$\frac{1}{90} = 0.01111\ldots$	$\frac{1}{900} = 0.001111\ldots$	$\frac{1}{9000} = 0.0001111\ldots$
$\frac{1}{99} = 0.010101\ldots$	$\frac{1}{999} = 0.00100100100\ldots$	$\frac{1}{9999} = 0.00010001000\ldots$

순환소수를 분수로 나타내기

- $0.08888\ldots = 0.0\dot{8}$
  - $8 \times 0.01111\ldots = 8 \times \frac{1}{90} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$
- $0.00272727\ldots = 0.00\dot{2}\dot{7}$
  - $27 \times 0.00010101010\ldots = 27 \times \frac{1}{9900} = \frac{27}{9900} = \frac{3}{1100}$
- $2.25320320320\ldots = 2.25\dot{3}2\dot{0}$
  - $2.25 + 320 \times 0.0000100100100\ldots$

$$= 2.25 + \frac{320}{99900} = \frac{99900 \times 2.25 + 320}{99900} = \frac{1000 \times 225 - 225 + 320}{99900}$$

순환소수를 분수로 나타내기

$$ab.cd\dot{e}f\dot{g} = \frac{abcdefg - abcd}{99900}$$

- $2.25320320320\ldots = 2.25\dot{3}2\dot{0}$
  - $2.25 + 320 \times 0.0000100100100\ldots$

$$= 2.25 + \frac{320}{99900} = \frac{99900 \times 2.25 + 320}{99900}$$

$$= \frac{1000 \times 225 - 225 + 320}{99900} = \frac{225320 - 225}{99900}$$

순환소수를 분수로 나타내기

- $0.\dot{7}\dot{5}$
- $0.\dot{1}0\dot{8}$
- $0.0\dot{7}\dot{2}$
- $5.\dot{4}\dot{5}$
- $2.\dot{4}28571\dot{4}$
- $0.\dot{4}950\dot{0}$
- $6.2\dot{2}\dot{5}$
- $8.21711711711711711\ldots$

지수법칙

중학교 수학 2-1

슈퍼브레인

$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 3^4$$

밑 지수

삼의 네제곱
3의 4승

$$x \times x \times x = x^3$$

$$x \times x \times y \times y \times y \times y = x^2 y^4$$

지수법칙

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

- $3^4 \times 3^3 = \overset{\text{4번 곱함}}{(3 \times 3 \times 3 \times 3)} \times \overset{\text{3번 곱함}}{(3 \times 3 \times 3)} = 3^7 = 2187$

- $a^x \times a^y = \overset{x\text{번 곱함}}{(a \times a \times \cdots \times a)} \times \overset{y\text{번 곱함}}{(a \times a \times \cdots \times a \times a)} = a^{x+y}$

- $x \times y^2 \times x^3 y^2 \times y^3 = x^4 y^7$

지수법칙

$$a^x \div a^y = a^{x-y} \qquad (a \neq 0)$$

- $2^6 \div 2^4 = \dfrac{\overbrace{2\times2\times2\times2\times2\times2}^{2\text{가 }6\text{개}}}{\underbrace{2\times2\times2\times2}_{2\text{가 }4\text{개}}} = \overbrace{2\times2}^{2\text{가 }2\text{개}} = 2^2 = 4$

- $a^x \div a^y = \dfrac{a^x}{a^y} = \dfrac{\overbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}^{a\text{가 }x\text{개}}}{\underbrace{a\times a\times\cdots\times a}_{a\text{가 }y\text{개}}} = a^{x-y}$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-k} = \frac{1}{a^k}$$

지수법칙

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

- $(3^4)^3$

$$= \overbrace{(3\times3\times3\times3)}^{\text{4번 곱함}} \times \overbrace{(3\times3\times3\times3)}^{\text{4번 곱함}} \times \overbrace{(3\times3\times3\times3)}^{\text{4번 곱함}}$$

$$= 3^{4\times3} = 3^{12}$$

- $(a^x)^y$

$$= (a\times a\times\cdots\times a)^{\text{x번 곱함}} \times (a\times a\times\cdots\times a)^{\text{x번 곱함}} \times \cdots \times (a\times a\times\cdots\times a)^{\text{x번 곱함}}$$

$$= a^{xy}$$

지수법칙

$$(ab)^k = a^k b^k$$

$$(a^x b^y)^k = a^{kx} b^{ky}$$

- $15^3 = (3 \times 5)^3 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) = 3^3 5^3 = 3375$

- $(ab)^k = \underbrace{(ab) \times (ab) \times \cdots \times (ab)}_{ab\text{가 } k\text{개}} = (\underbrace{aaa \cdots a}_{a\text{가 } k\text{개}}) \times (\underbrace{bbb \cdots b}_{b\text{가 } k\text{개}})$

지수법칙 정리

- $a^x \times a^y = a^{x+y}$
- $a^x \div a^y = a^{x-y}$ $(a \neq 0)$
- $(a^x)^y = a^{xy}$
- $(ab)^k = a^k b^k$
- $(a^x b^y)^k = a^{kx} b^{ky}$
- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $(a \neq 0)$
- $\left(\frac{a^x}{b^y}\right)^k = \frac{a^{kx}}{b^{ky}}$ $(b \neq 0)$
- **참고 : 0^0은 undefined (부정)**

지수법칙 연습

- $a^3 \times a^5 =$?
- $b^2 \times b^{10} =$?
- $(ab^2)^3 =$?
- $2^3 \times 3^2 \times 5^3$

  $=$?
- $x^8 \div x^3 =$?
- $\left(\frac{x^2}{y^5}\right)^3 =$?
- $(x^3y^2)^4 \div (x^2y^5)^2$

  $=$?
- $(x^5y^8z^9)^{15} \div (x^5y^8z^9)^{14}$

  $=$

  $=$?
- $(2^x)^2 = 64$
  - $x =$?

지수법칙 함정, 많이 하는 실수

- $x^3 + x^3 + x^3 + x^3 = x^{12}$ **(X)**
- $a^3 \times a^4 = a^{12}$ **(X)**
- $b^3 \times d^4 = b^7$ **(X)**
- $(ab^3)^3 = ab^9$ **(X)**
- $2^4 = 8$ **(X)**

단항식과 다항식

중학교 수학 2-1

슈퍼브레인

단항식의 곱셈과 나눗셈

- 단항식 : 덧셈과 뺄셈이 없는 식, 항의 구분은 덧셈과 뺄셈
- 숫자는 숫자끼리, 문자는 같은 문자끼리 지수법칙을 이용하여 계산
- $(3a^3b^4)^2 \times (-2a^2b^2)^3 = -72a^{12}b^{14}$
- $\frac{9}{8}x^9y^5 \div \frac{3}{32}x^4y^3 = \left(\frac{9}{8} \times \frac{32}{3}\right) \times x^5y^2$
- $-\frac{7y^2}{11x^3} \times (-x^5y^2)^2 \div \left(\frac{21}{22}(x^2y^3)^3\right) = -\frac{2}{3}xy^{-3} = -\frac{2x}{3y^3}$

다항식의 계산

- 전개 : 곱으로 이루어진 형태를 다항식으로 나타내는 것
  - 상수끼리, 동류항끼리 계산
  - 관례상 알파벳 앞 글자부터, 차수가 높은 것부터 표기
- 분배법칙
  - $a(x+y)=ax+ay$
  - $a(x-y)=ax-ay$
  - $(x+y)\div a=(x+y)\times\frac{1}{a}$ $(a\neq 0)$
  - $\frac{x+y+z}{a}=\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}$ $(a\neq 0)$

다항식의 계산 연습

- $5xy(3x+2y^2)=$?
- $-3k(5x^2-2kx)=$?
- $2a(-2x+4y)-4a(-3x+y)=$?
- $(x^2y^3-3x^3y^2)\div 3y^3=$?
- $\frac{yz+xz+xy}{xyz}=$?

다항식의 계산 연습

- $\frac{2x-3y+3y^2}{xy^2} - \frac{2x^2+5x-xy}{2x^2y}$

  - $= \left(\frac{2x}{2x} \times \frac{2x-3y+3y^2}{xy^2}\right) - \left(\frac{y}{y} \times \frac{2x^2+5x-xy}{2x^2y}\right)$

  - $= \frac{1}{2x^2y^2}\left((4x^2 - 6xy + 6xy^2) - (2x^2y + 5xy - xy^2)\right)$

  - $= \frac{-2x^2y+4x^2-11xy+7xy^2}{2x^2y^2}$

다항식의 계산 연습

- $\frac{2x-3y+3y^2}{xy^2} - \frac{2x^2+5x-xy}{2x^2y}$
  - $= \left(\frac{2}{y^2} - \frac{3}{xy} + \frac{3}{x}\right) - \left(\frac{1}{y} + \frac{5}{2xy} - \frac{1}{2x}\right)$
  - $= \frac{7}{2x} - \frac{11}{2xy} - \frac{1}{y} + \frac{2}{y^2}$

부등식

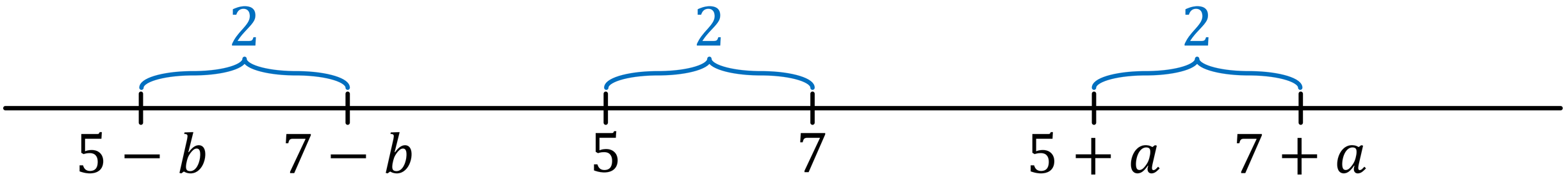
중학교 수학 2-1

슈퍼브레인

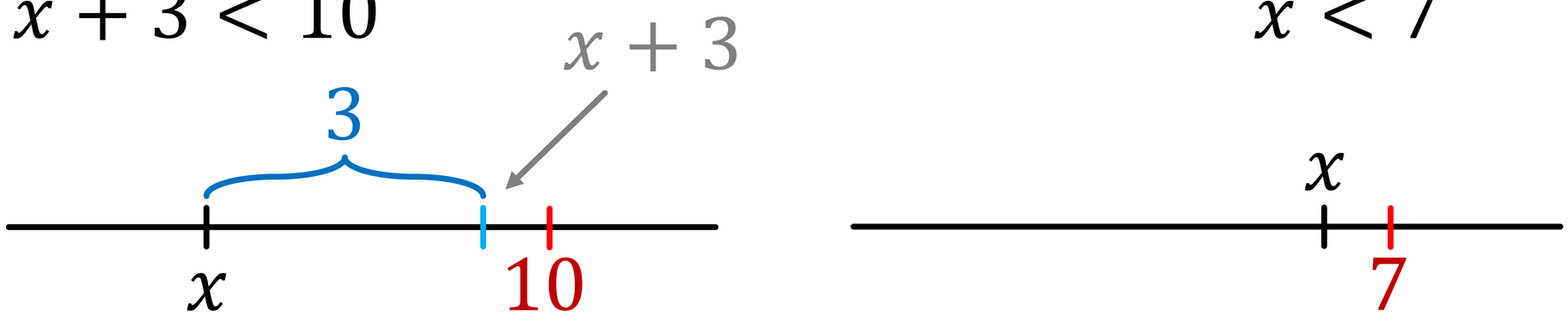
유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

■ 부등식도 방정식처럼 양 변에 같은 수를 더하거나 빼도 됨 !

- $5-b<7-b$ $\qquad 5<7$ $\qquad 5+a<7+a$



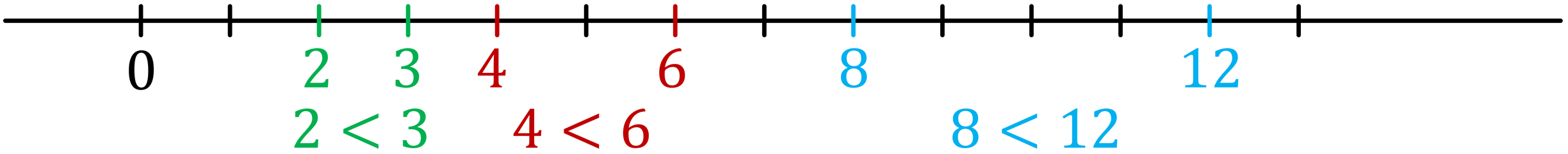
- $x+3<10$ $\qquad x<7$



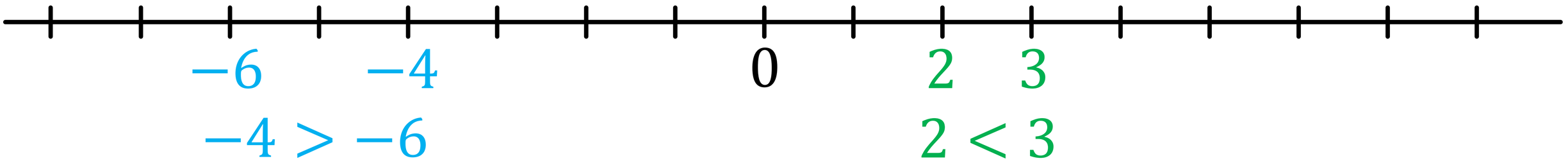
SuperBrain

■ 부등식도 방정식처럼 양 변에 같은 수를 곱하거나 나눠도 됨?

- 양수를 곱하거나 나누는 것은 OK

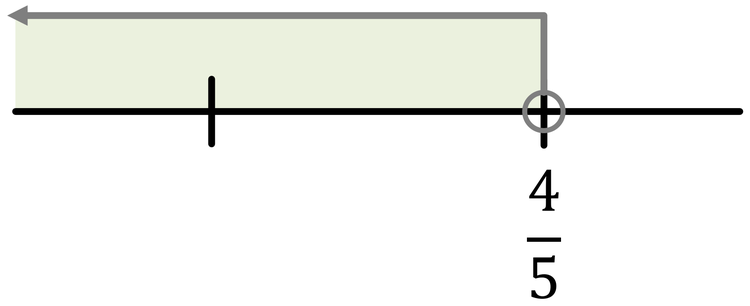


- **음수를 곱하거나 나누면**(0 제외) **부등호 방향이 바뀜**

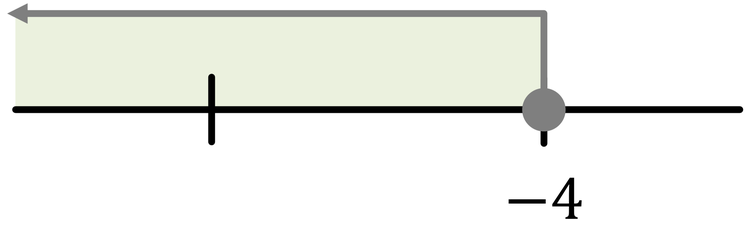


부등식 연습

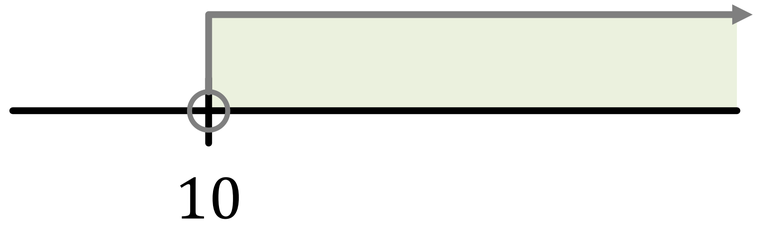
- $5x - 7 < -3$ $\quad 5x < 4$ $\quad x < \frac{4}{5}$



- $-3x - 5 \geq 7$ $\quad -3x \geq 12$ $\quad x \leq -4$

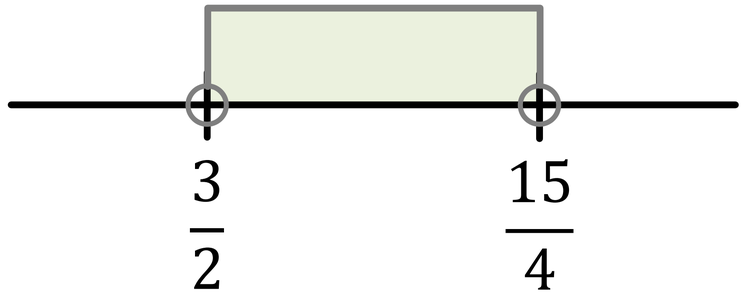


- $120 - 6x < 2x + 40$ $\quad -8x < -80$ $\quad x > 10$



부등식 연습

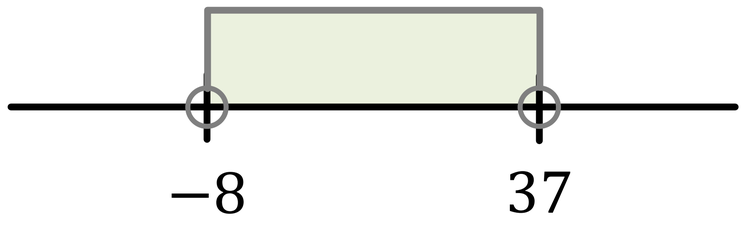
- $-5 < 2x < 3, \quad x = 5 - 2a$
  - $-5 < 2(5 - 2a) < 4$
  - $-5 < 10 - 4a < 4$
  - $-15 < -4a < -6$
  - $\frac{15}{4} > a > \frac{3}{2}$



$$\frac{3}{2} < a < \frac{15}{4}$$

부등식 연습

- $-7 < a < 2,\ A = 2 - 5a$
  - $-35 < 5a < 10$ $\quad 35 > -5a > -10$
  - $37 > 2 - 5a > -8$ $\quad 37 > A > -8$
- **다른 풀이**
  - $A = 2 - 5a$ **로부터** $a = -\frac{1}{5}(A - 2)$
  - $-7 < -\frac{1}{5}(A - 2) < 2$
  - $35 > (A - 2) > -10$ $\quad 37 > A > -8$



연립방정식

중학교 수학 2-1

슈퍼브레인

연립방정식

- 미지수가 두 개 이상인 일차방정식 : 식도 두 개 이상이어야 풀이 가능
- 연립방정식
  - 미지수가 두 개 이상인 일차방정식이 여러 개 세트로 있는 방정식
  - 대입법, 가감법 등을 이용하여 푼다.
  - A=B=C꼴의 경우 A=C, B=C로 생각하여 푼다.

연립방정식의 풀이 - 대입법

■ 한 식을 다른 식에 대입

$$\begin{cases} 3x-2y=-2 \\ x-y=-4 \end{cases} \longrightarrow y=x+4$$

$$3x-2(x+4)=-2$$

$$3x-2x-8=-2$$

$$x=6$$

$x=6$ 을 두 번째 식에 대입하면

$$6-y=-4$$

$$y=10$$

$$x=6, y=10$$

연립방정식의 풀이 - 가감법

- 등식이기 때문에 양 변이 같음 → 식끼리 더하거나 빼도 성립

$$\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$-\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$2x + y = 7$$

$$-\begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ x + y = 5 \end{array}$$

$$x = 2$$

$x = 2$를 두번째 식에 대입하면 $y = 3$

$$x = 2, y = 3$$

연립방정식 대입법 연습

$$\begin{cases} y = 3x + 2 \\ 2x + 2y = -52 \end{cases}$$

$$2x + 2(3x + 2) = -52$$

$$2x + 6x + 4 = -52$$

$$8x = -56$$

$$x = -7 \qquad y = -21 + 2 = -19$$

$$x = -7, \qquad y = -19$$

$$\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = -4x - 12 \end{cases}$$

$$3x + 2 = -4x - 12$$

$$7x = -14$$

$$x = -2, \qquad y = -4$$

연립방정식 가감법 연습

$$\begin{cases} x+3y=-3 \cdots ① \\ 2x-2y=10 \cdots ② \end{cases}$$

$(① \times 2) - ②$

$6y+2y=-6-10$

$8y=-16$

$y=-2 \qquad x=3$

$$\begin{cases} 5x-4y=11 \cdots ① \\ 2x-3y=3 \cdots ② \end{cases}$$

$(① \times 3) - (② \times 4)$

$15x-8x=33-12$

$7x=21$

$x=3 \qquad y=1$

연립방정식 A=B=C 형태

A=B=C꼴의 경우 A=C, B=C로 생각하여 푼다.

- $2x+y-2=3x+2y=x+y$

- $\begin{cases} 2x+y-2=3x+2y \cdots ① \\ x+y=3x+2y \cdots ② \end{cases}$

$① - ②$ $\quad x-2=0$

$x=2, \quad y=-4$

미지수의 개수와 방정식의 개수

- 미지수의 개수 $>$ 방정식의 개수 : 부정. 해가 무수히 많다.
- 미지수의 개수 $=$ 방정식의 개수 : 해가 1 set 나온다.

$3x+y=13$ 미지수 : 2개, 식 : 1개 부정

x	$\cdots$	1	2	3	4	5	$\cdots$
y	$\cdots$	10	7	4	1	-2	$\cdots$

$\begin{cases} 3x+y=13 \\ x+y=7 \end{cases}$ 미지수 : 2개, 식 : 2개 해가 1 set $x=3, y=4$

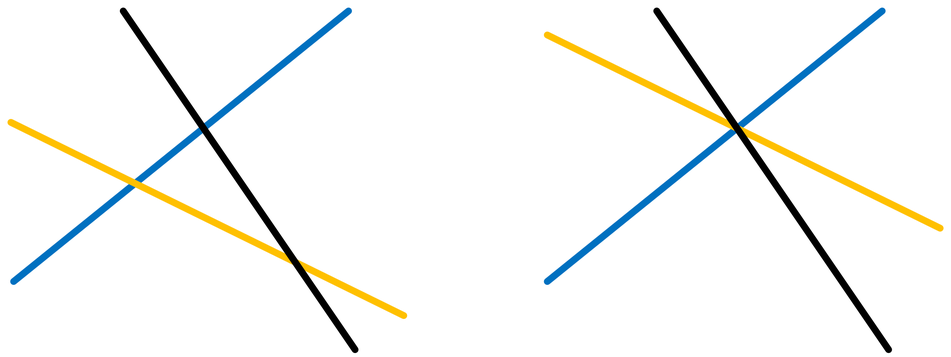
$x-2y=2$ $2x-4y=4$ $3x-6y=6$

미지수의 개수와 방정식의 개수

■ 해가 없는 경우

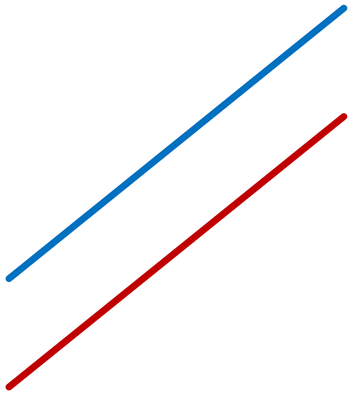
- **미지수의 개수 < 방정식의 개수 : 해가 없다. (있는 경우도 있음)**

$$\begin{cases} 3x+y=13 \\ x+y=7 \\ x+2y=15 \end{cases}$$



- **미지수 식은 같은데 상수가 다른 경우**

$$\begin{cases} 3x+2y=10 \\ 3x+2y=15 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+2y=20 \\ 2x+4y=30 \end{cases}$$



함수

중학교 수학 2-1

슈퍼브레인

함수의 정의와 함숫값

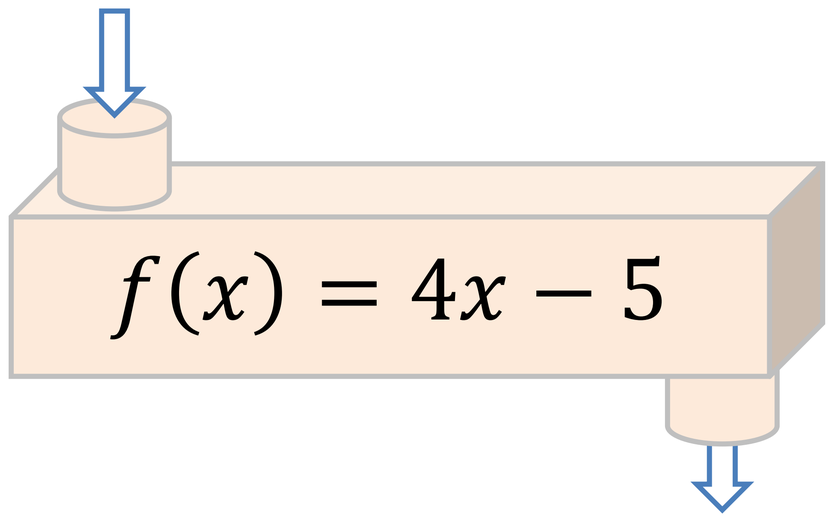
- **함수 : 어떠한 수를 수학적, 논리적 연산을 통해 다른 수로 변환하는 체계**
- **변수 : x, y 등과 같이 결정되어 있지 않고 달라질 수 있는 값**

$f(x) = 5x^2 + 3x + 7$: x**의 함수, 2차 함수**

$g(x) = -2x + 3$: x**의 함수, 1차 함수**

$h(x, y) = 4x^2 - 2xy + y^2$

: x, y**의 함수, 2차 함수**



함수의 정의와 함숫값

- $y = f(x)$라는 함수에서 y는 f함수에서 x값에 대한 함숫값
  - $f(x) = 5x^2 + 3x + 7$
    - $f(-1) = 5 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 7 = 9$
    - $f(0) = 7$ $\quad$ $f(1) = 15$
  - $g(x) = -2x + 3$
    - $g(3) = -3$ $\quad$ $g(0) = 3$ $\quad$ $g(1) = 1$ $\quad$ $g(-5) = 13$
  - $h(x, y) = 4x^2 - 2xy + y^2$
    - $h(2,3) = 16 - 12 + 9 = 13$

함수의 정의와 함숫값

■ 함숫값이 정의되지 않을 때

- $f(x) = \frac{3}{x} + x$
  - $f(0) = ?$ 0에 대해 함수를 정의할 수 없음(3을 0으로 나누지 못함)

■ 하나의 변수값에 대해 함숫값이 여러 개일 수 없음

- $f(2) = 4 \text{ or } 5$ 이렇게는 안됩니다.

- $f(x) = \begin{cases} 0, (x\text{가 정수가 아닐 때}) \\ 1, (x\text{가 정수일 때}) \end{cases}$, 이런건 됩니다.

일차함수

- **일차함수 : $y = f(x)$ 에서 $f(x)$가 x에 대한 일차식인 함수**
  - a, b는 상수, $a \neq 0$일 때,

$$y = ax + b$$

$$f(x) = ax + b$$

- **일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프**
  - a : 그래프의 기울기 (x의 증가량 분의 y의 증가량, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$)
  - b : y절편(y축을 자르고 지나가는 지점)

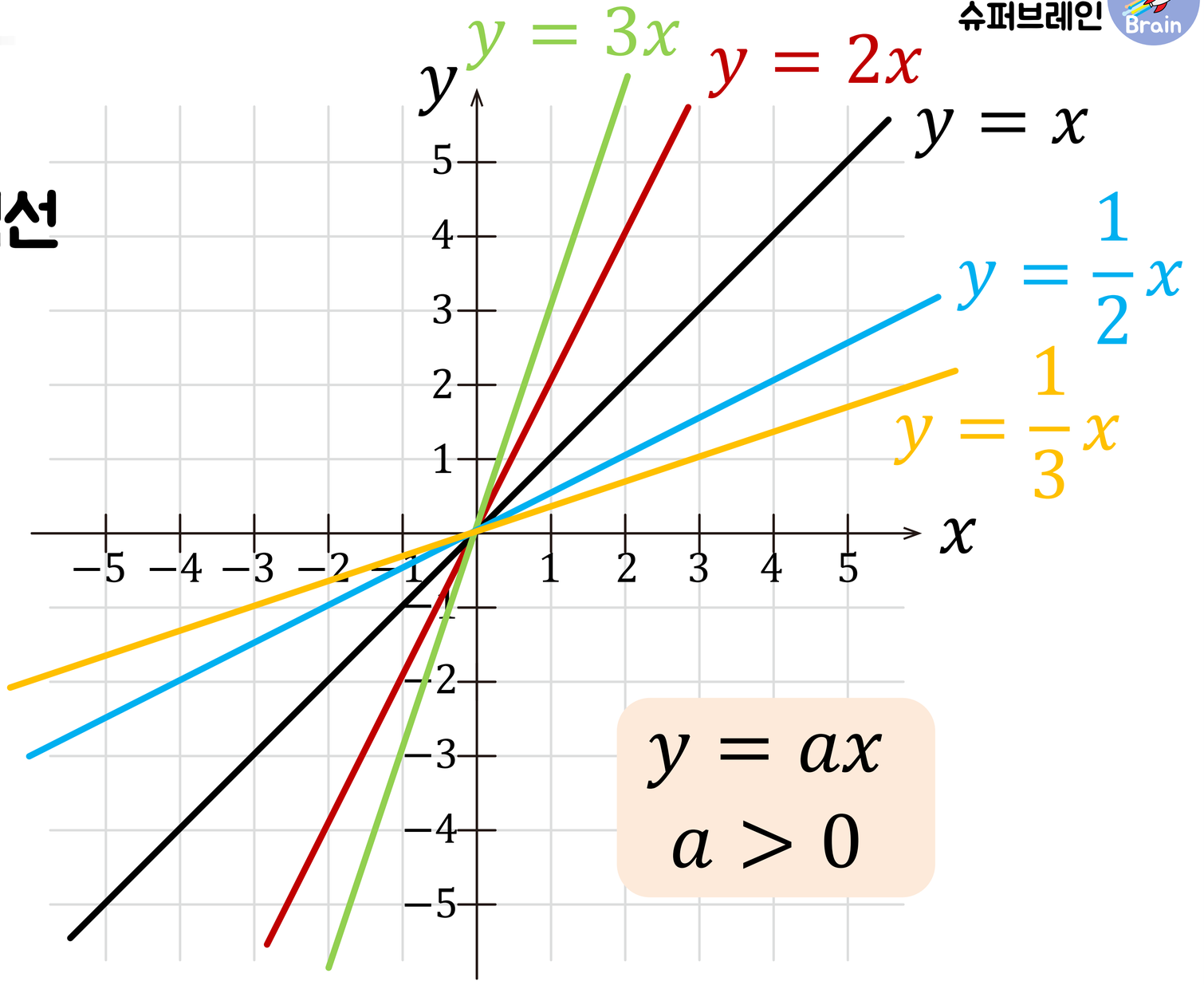
정비례 관계와 그래프

■ 정비례 관계

- 그래프가 원점을 지나는 직선
- $y = ax$의 식을 만족
- (단, $a \neq 0$)

a값이 커질수록
그래프는 반시계 방향

$|a|$값이 커질수록
그래프는 y축과 가까워짐



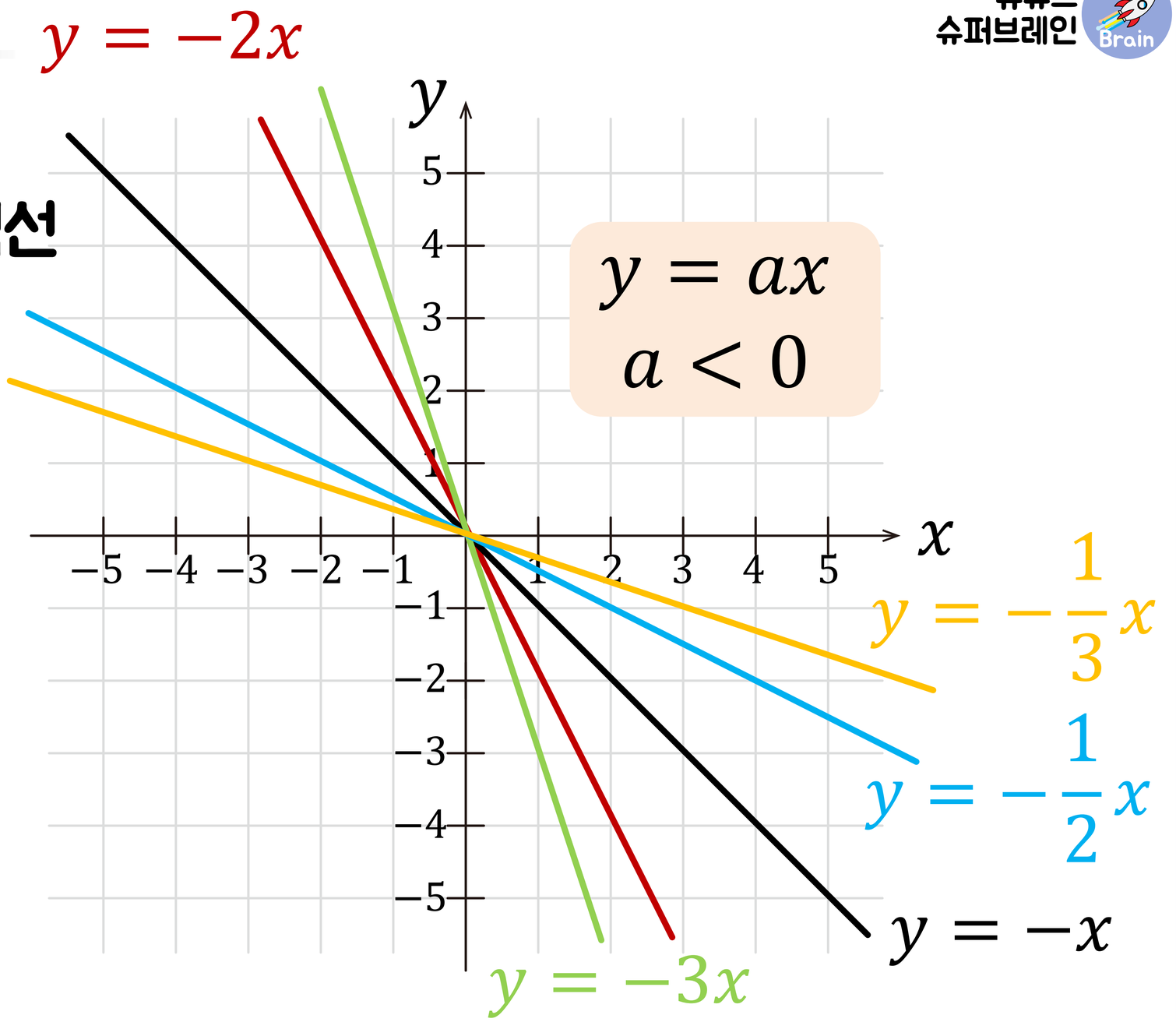
정비례 관계와 그래프

■ 정비례 관계

- 그래프가 원점을 지나는 직선
- $y = ax$의 식을 만족
- (단, $a \neq 0$)

a값이 커질수록
그래프는 반시계 방향

$|a|$값이 커질수록
그래프는 y축과 가까워짐



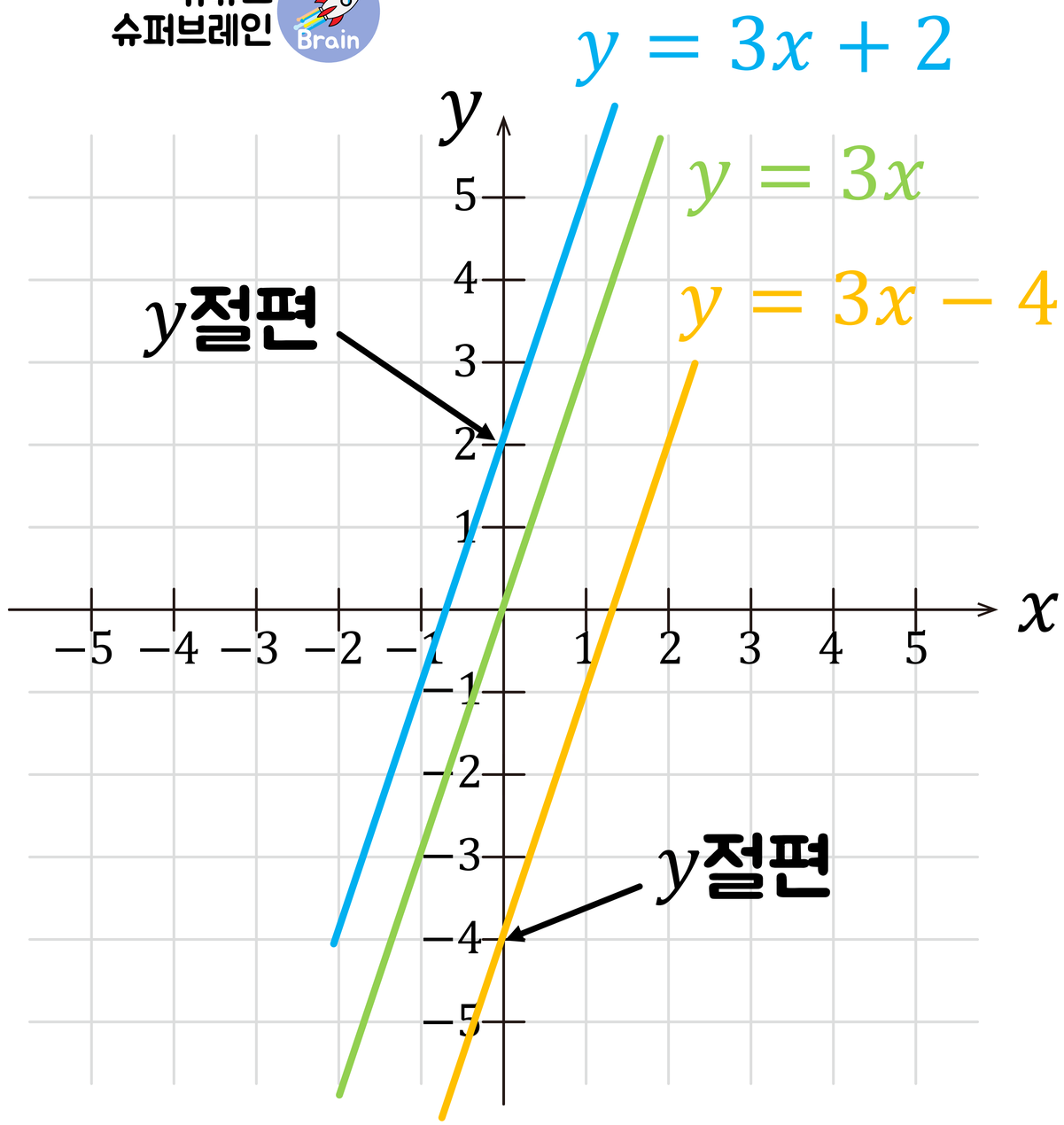
일차함수의 그래프

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

- 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프
  - a : 그래프의 기울기
  - b : y절편

- a가 같은 그래프들은 서로 평행

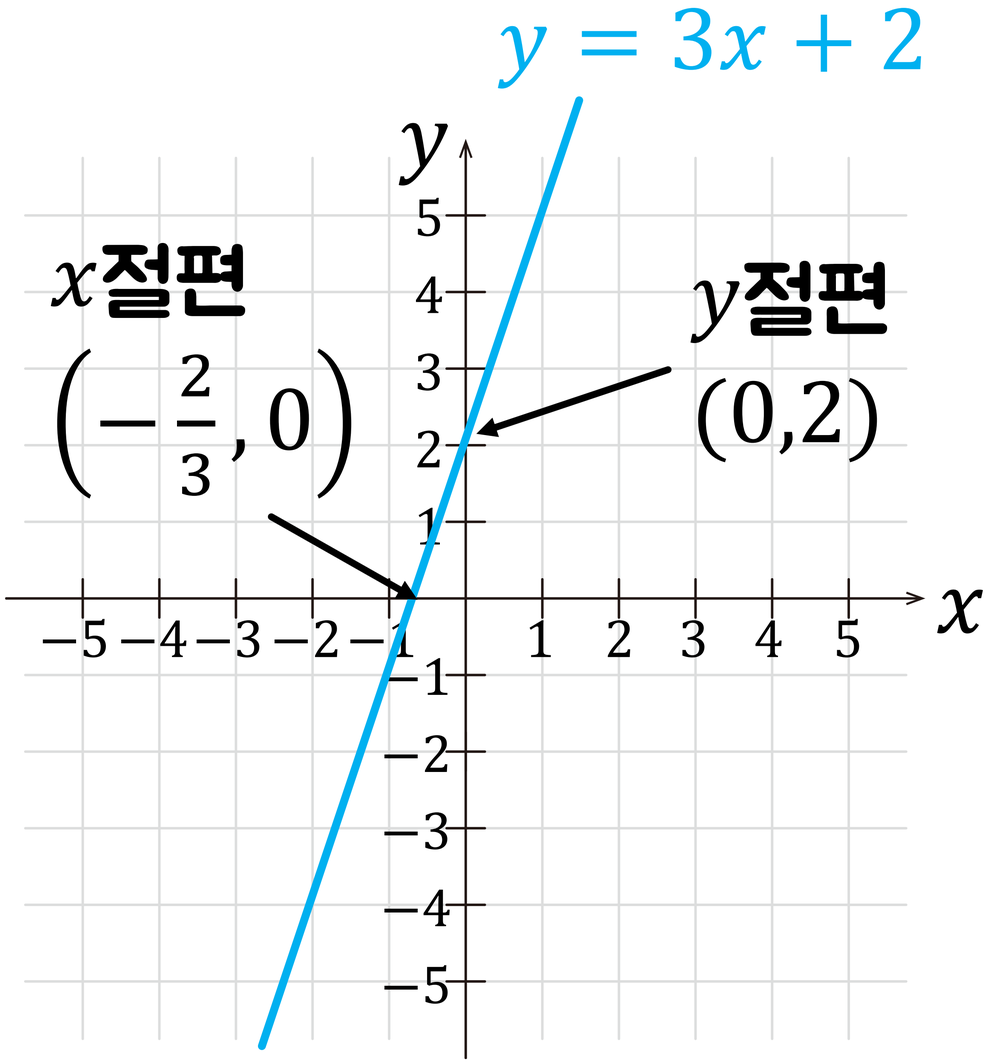
- $y = ax + b$ 는 $y = ax$ 그래프를 y축으로 b만큼 평행이동한 그래프



SuperBrain

일차함수 그래프 x절편, y절편 구하기

- $y = ax + b$ 에서
  - $y = 0$ 을 대입해서 나오는 x값이 x절편
  - $x = 0$ 을 대입해서 나오는 y값이 y절편
  - $-\frac{b}{a}$ 값이 x절편, b 값이 y절편
  - x절편 : $(-\frac{b}{a}, 0)$, y절편 : $(0, b)$
  - 그래프의 기울기 $= -\frac{y\text{절편의 } y\text{좌표}}{x\text{절편의 } x\text{좌표}}$
  - 그래프의 기울기 $= \frac{y \text{ 변화량}}{x \text{ 변화량}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$



일차함수 그래프의 결정

■ 직선 그래프의 결정

- 두 점의 좌표(위치)를 알면 직선이 결정 (중 1-2)
- 기울기와 한 점을 알면 직선이 결정
  - 기울기 a와 y절편 $(0, b)$를 알면 결정

일차함수와 연립방정식

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

$(a, b, c$는 상수, $a \neq 0$ 혹은 $b \neq 0)$

$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
$\begin{cases} 2x + 5y - 7 = 0 \\ 3x + 4y - 7 = 0 \end{cases}$ • 해는 $x = 1, y = 1$ • 두 그래프가 (1,1)에서 만남	$\begin{cases} 2x + 5y - 7 = 0 \cdots (1) \\ 4x + 10y - 10 = 0 \cdots (2) \end{cases}$ • $(1) \times 2 - (2)$을 하면 $-4 = 0$	$\begin{cases} x + 5y - 7 = 0 \cdots (1) \\ 3x + 15y - 21 = 0 \cdots (2) \end{cases}$ • $(1) \times 3$ 을 하면 (2) • 사실상 두 식은 하나의 식
• 기울기가 서로 다름 • 두 그래프가 한 점에서 만남 • 한 쌍의 해(교차점)를 가짐	• 두 직선이 서로 평행 • 해가 없음	• 두 직선이 일치 • 해가 무수히 많음

일차함수와 연립방정식

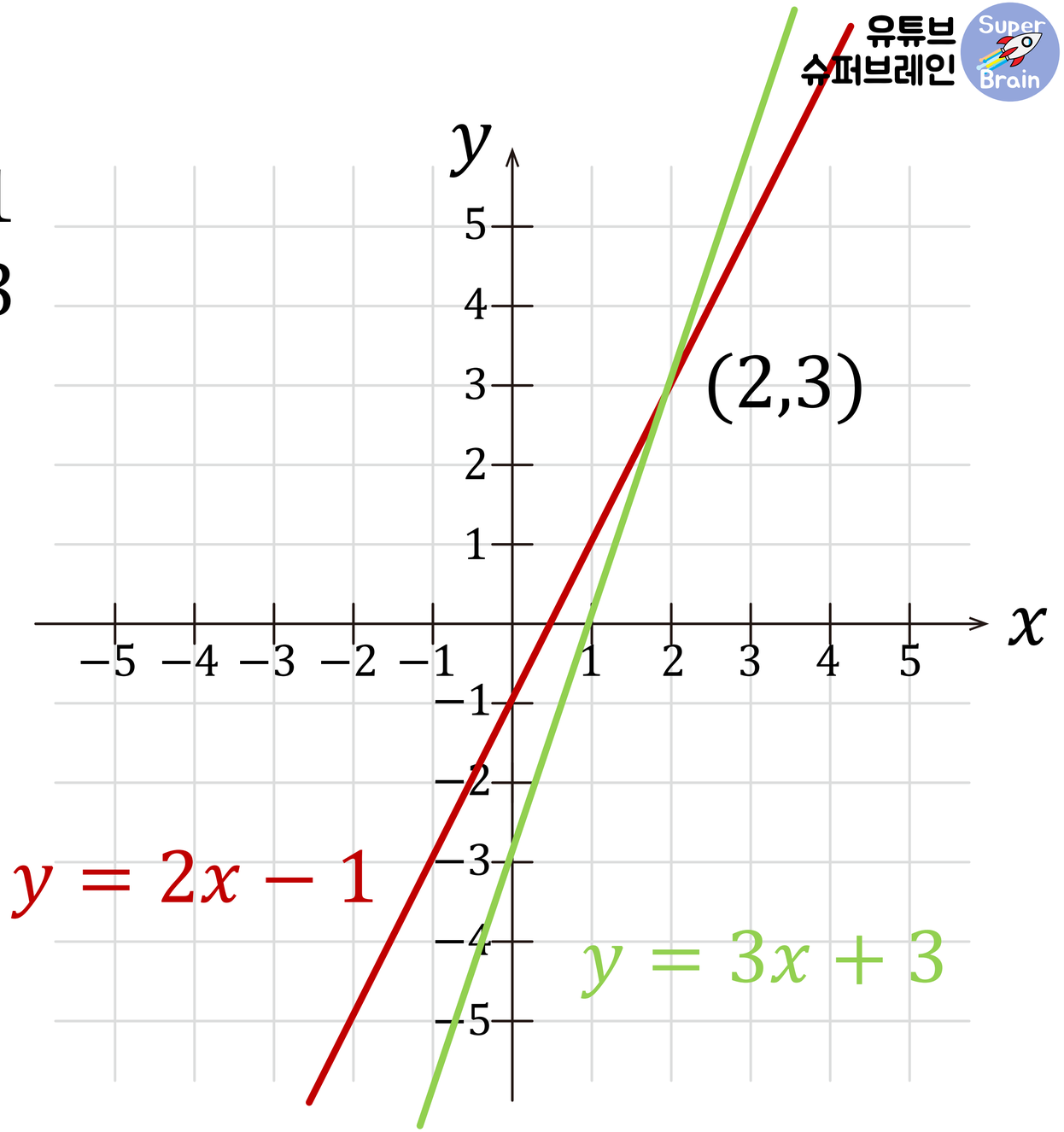
유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

- $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$

가감법을 이용하여 풀면

$x = 2, \qquad y = 3$

두 직선의 교차점은 $(2,3)$



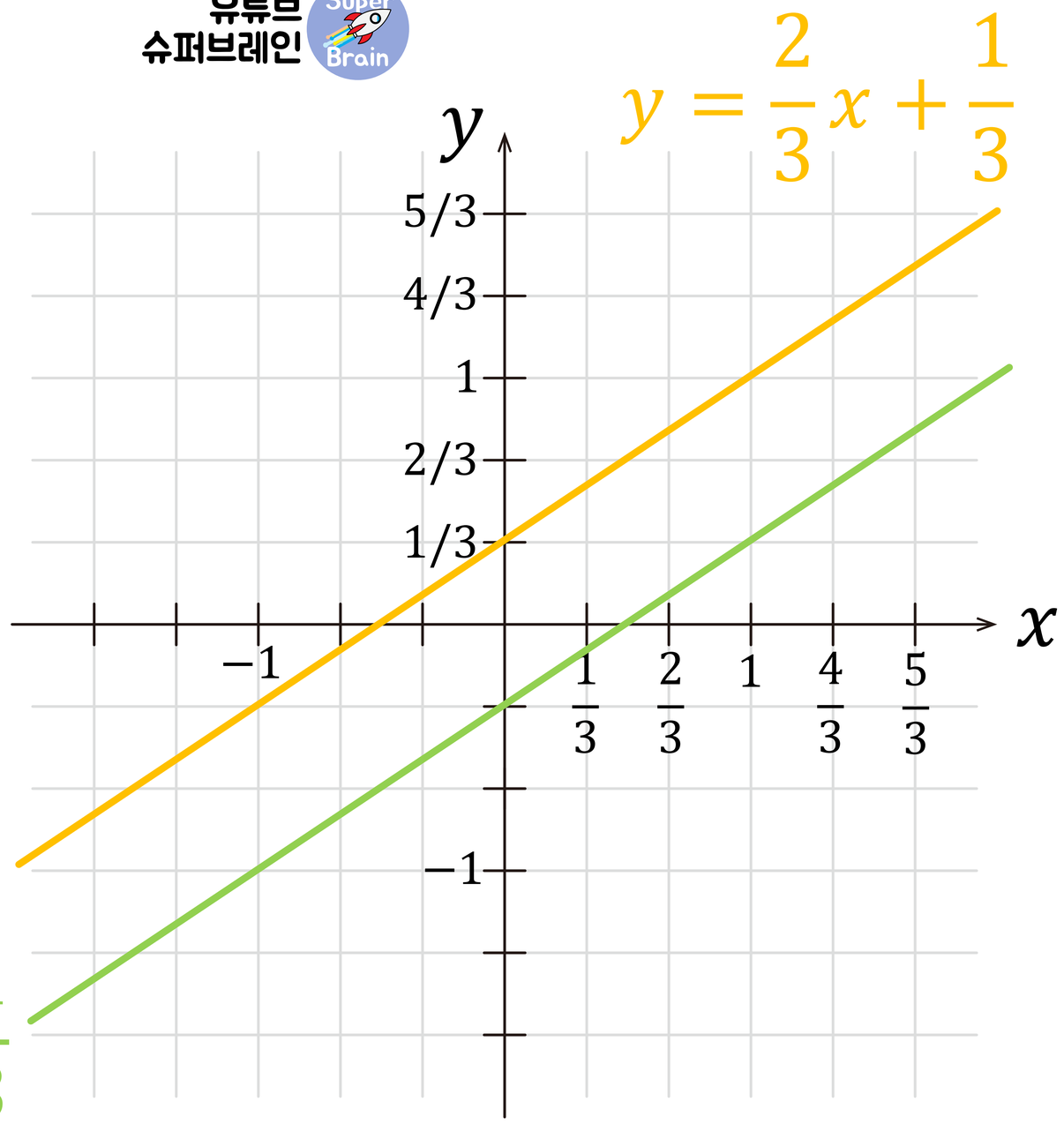
SuperBrain

일차함수와 연립방정식

- $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ 6x-9y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3} \\ y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3} \end{cases}$

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$$

- **두 직선이 서로 평행**
- **해가 없음**



중학교 수학 2-2
전체 빠르게 요점정리

슈퍼브레인

중학교 2-2 수학 목차

- 삼각형의 성질
  - 이등변삼각형, 직각삼각형
  - 삼각형의 내심과 외심
- 사각형의 성질
  - 평행사변형, 여러가지 사각형
- 도형의 닮음
  - 도형의 닮음과 넓이비, 부피비
  - 평행선과 선분의 길이
  - 삼각형의 중선과 무게중심
- 피타고라스 정리
  - 피타고라스 정리와 활용
  - 히포크라테스의 원의 넓이
- 확률
  - 사건과 경우의 수
  - 확률의 정의와 기본 성질

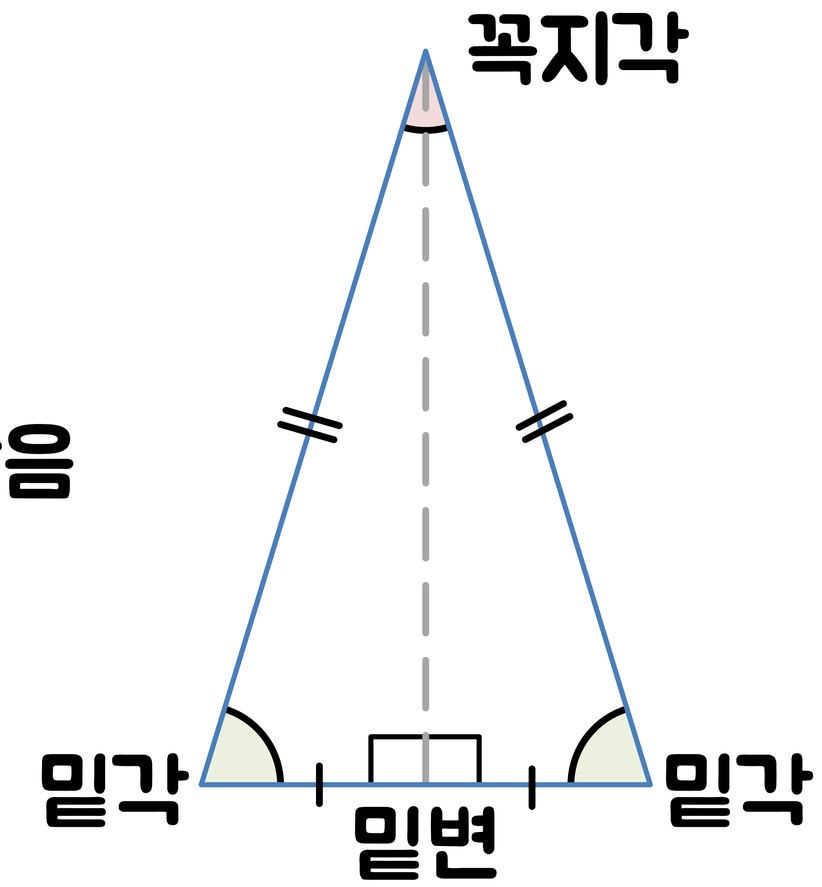
이등변삼각형

중학교 수학 2-2

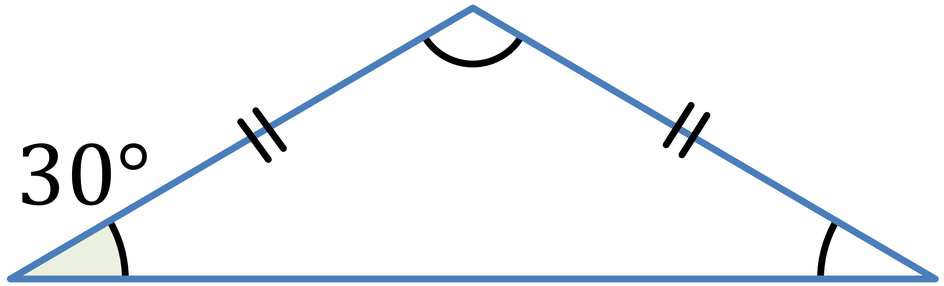
슈퍼브레인

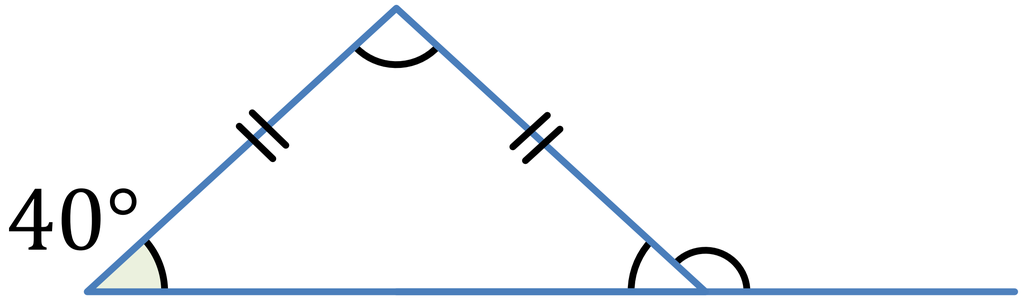
이등변삼각형

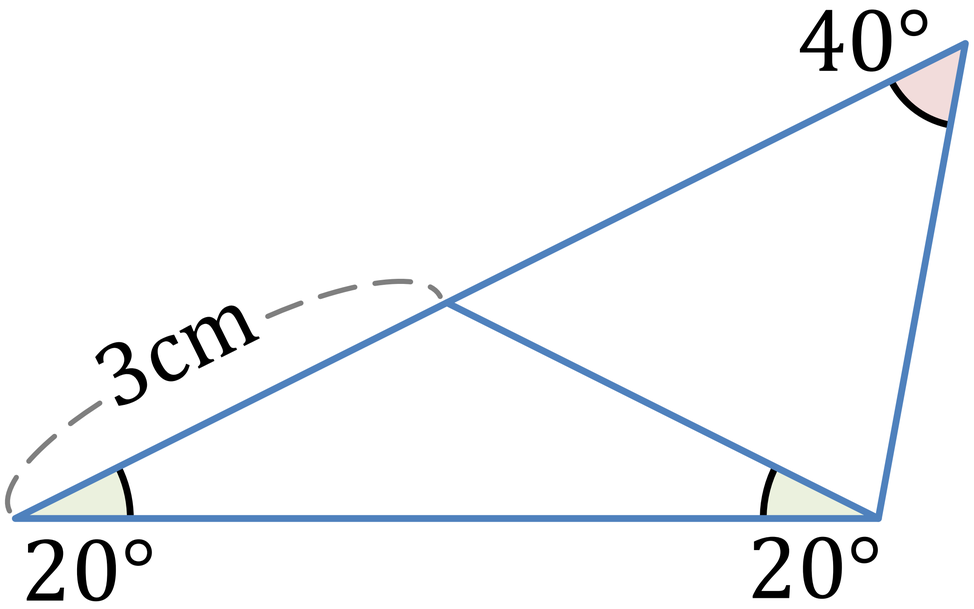
- 이등변삼각형 : 두 변의 길이가 같은 삼각형
  - 꼭지각 : 길이가 같은 두 변 사이의 각
  - 밑변 : 꼭지각의 대변
  - 밑각 : 꼭지각을 제외한 두 각, 두 각은 서로 같음
    - 밑각 + 밑각 + 꼭지각 $= 180°$
    - 밑각 $= \frac{180° - \text{꼭지각}}{2}$
  - 꼭지각의 이등분선 = 밑변의 수직이등분선

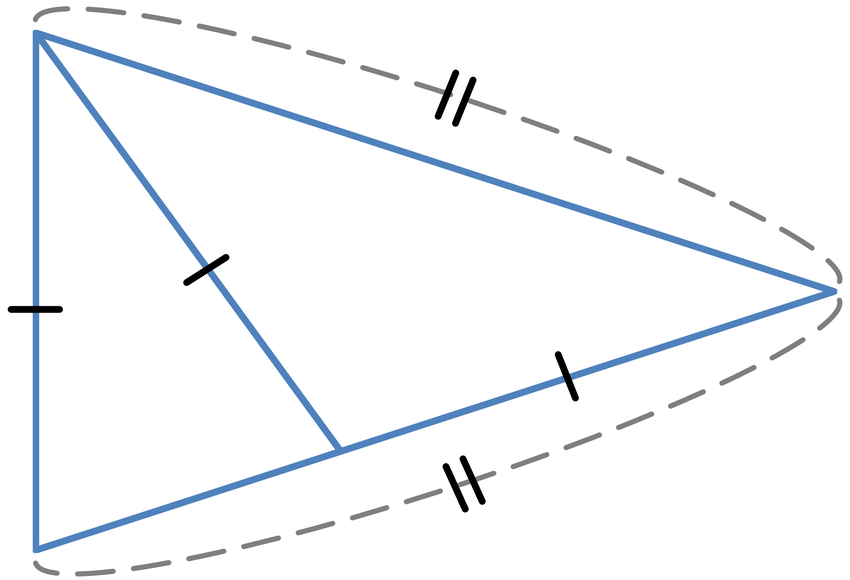


이등변삼각형 예제





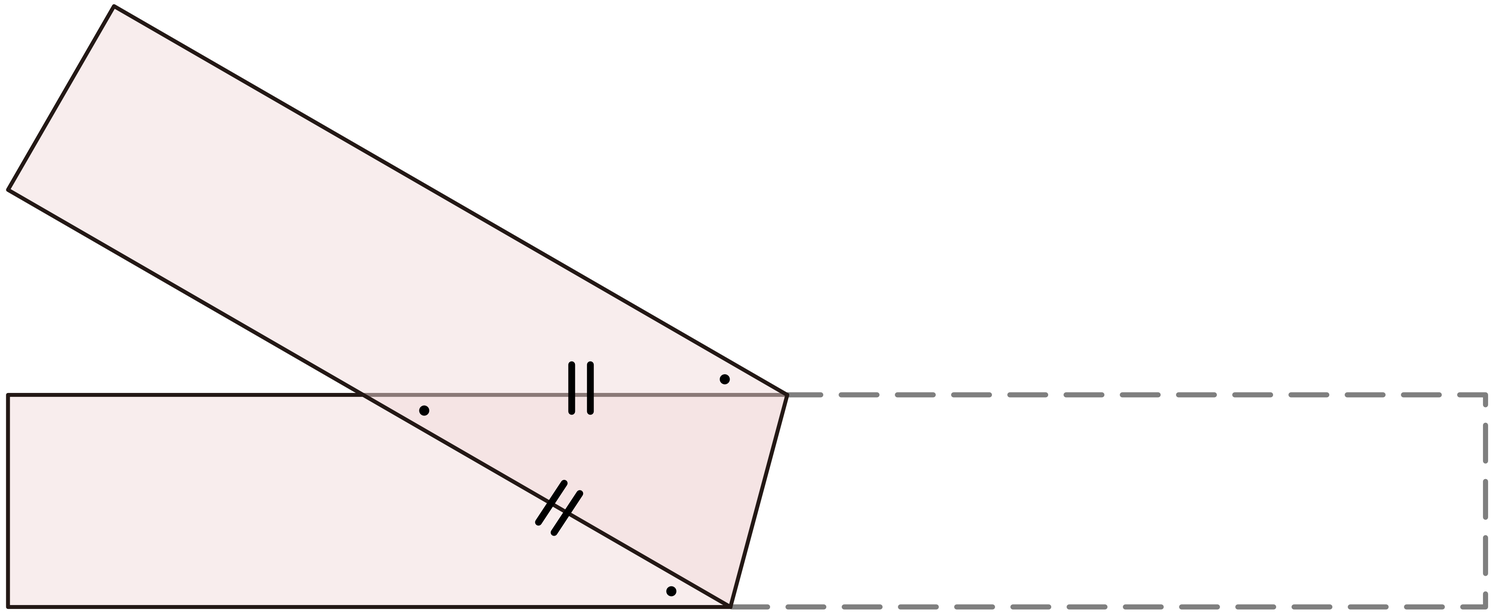




이등변삼각형 예제

유튜브
슈퍼브레인

■ 접어올린 직사각형 테이프 문제



SuperBrain

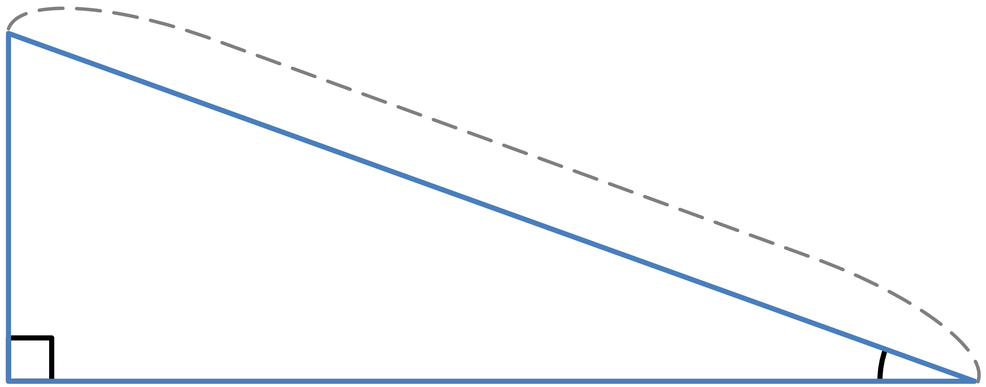
직각삼각형

중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

직각삼각형의 합동조건

- 삼각형의 합동조건 : SSS, SAS, ASA 합동 (중 1-2)
- 직각삼각형의 합동조건 : RHA, RHS 합동



- R : Right Angle 직각
- H : Hypotenuse 빗변
- A : Angle 각
- S : Side 변

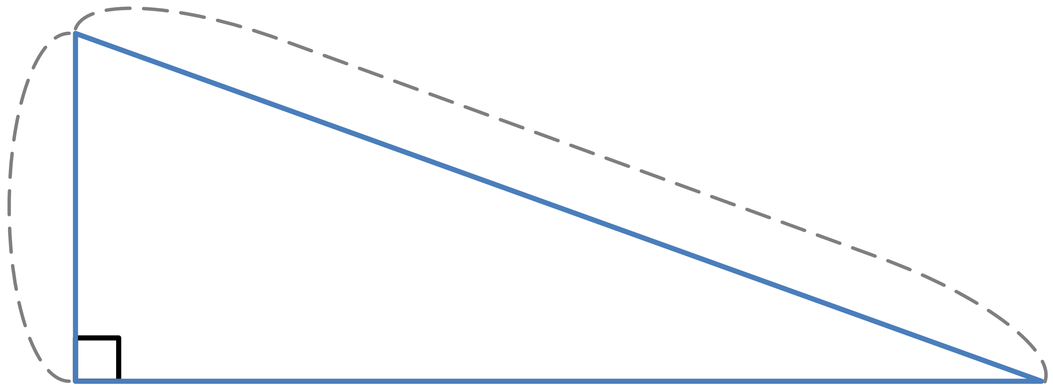
RHA 합동

직각과 한 각을 알면 나머지 각을 알 수 있음.

한 변의 길이를 알면 직각삼각형이 결정됨

직각삼각형의 합동조건

- 삼각형의 합동조건 : SSS, SAS, ASA 합동 (중 1-2)
- 직각삼각형의 합동조건 : RHA, RHS 합동



- R : Right Angle 직각
- H : Hypotenuse 빗변
- A : Angle 각
- S : Side 변

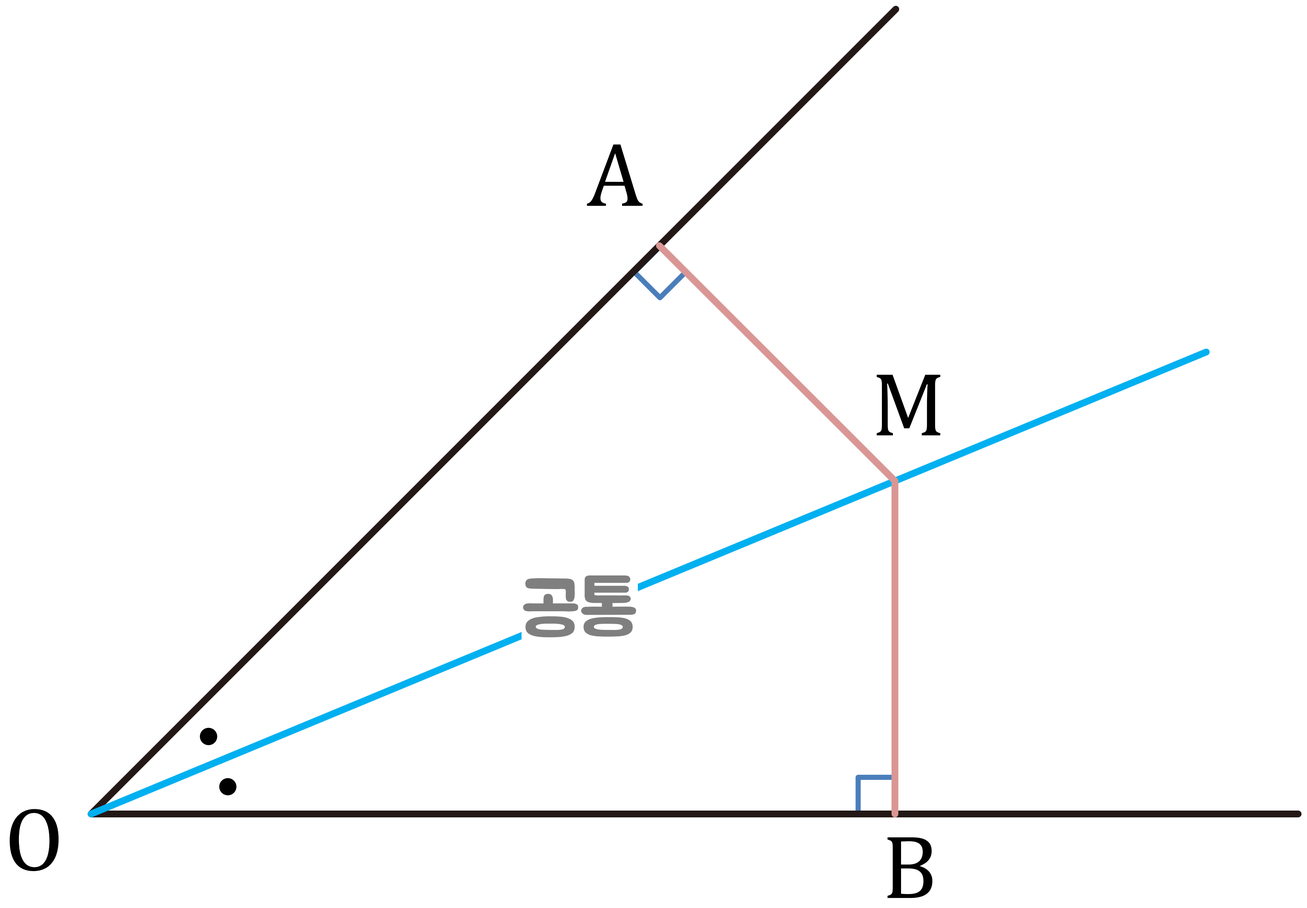
RHS 합동

직각이 있는 경우, 피타고라스 정리에 의해
빗변과 한 변을 알면 나머지 한 변을 알 수 있음

각의 이등분선과 직각삼각형

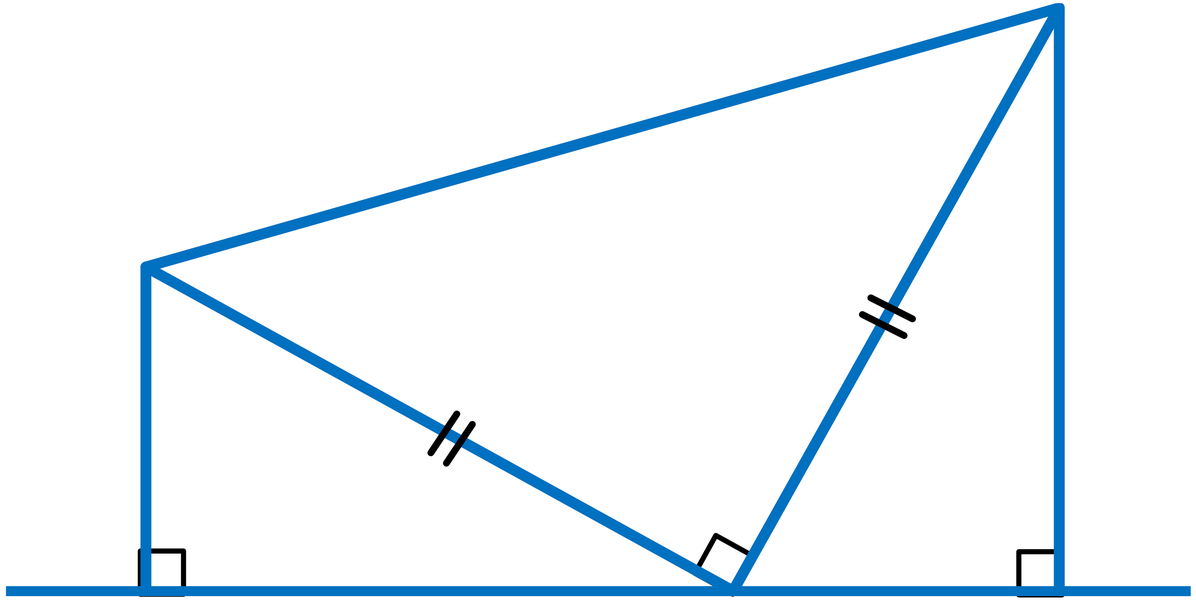
■ 각의 이등분선 위의 한 점에서부터 두 변까지 거리는 서로 같다.

• $\angle AOM = \angle BOM$ 이면 $\overline{AM} = \overline{BM}$



ΔMOA와 ΔMOB는 RHA 합동

직각삼각형 예제



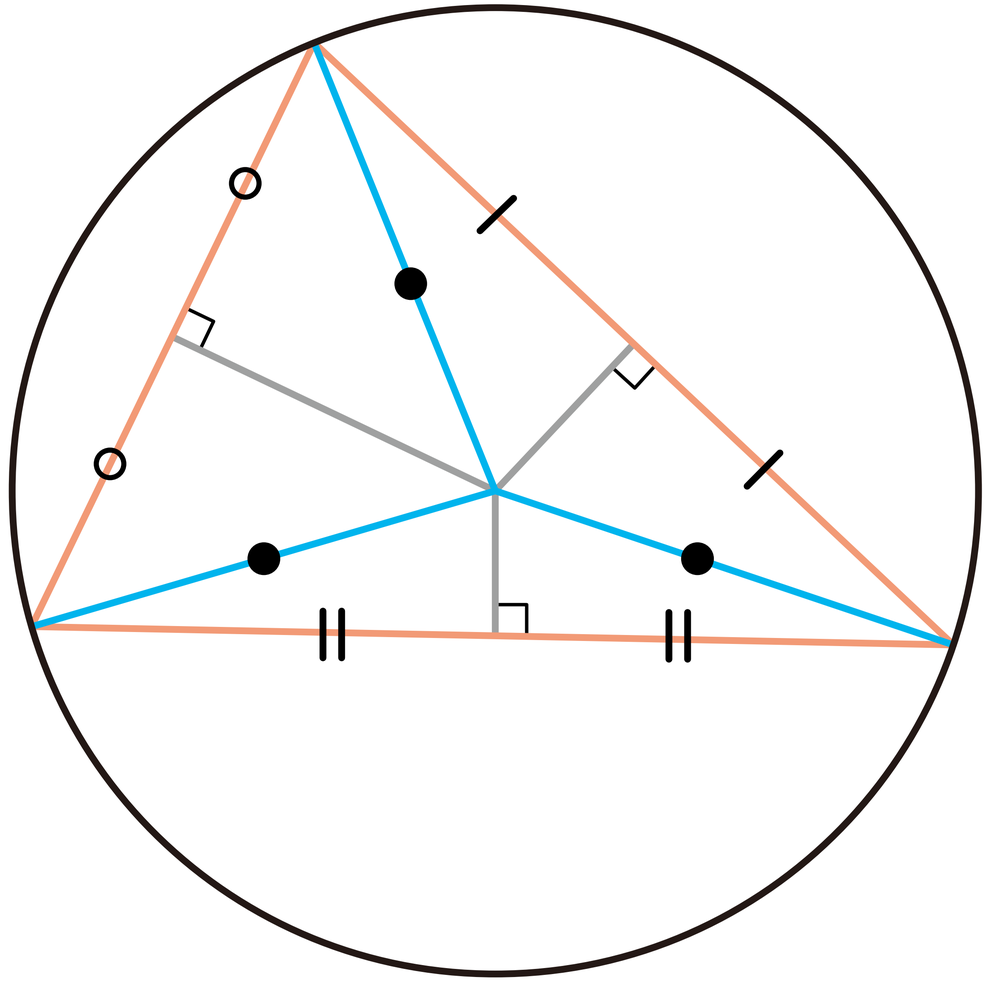
삼각형의 외심

중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

삼각형의 외접원과 외심

- 외접원
  - 삼각형의 꼭짓점이 한 원 위에 모두 있으면 그 원은 삼각형의 외접원
- 외심
  - 외접원의 중심은 그 삼각형의 외심
  - 외심은 세 변의 수직이등분선이 만나는 점
  - 외심에서 세 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름으로 모두 동일

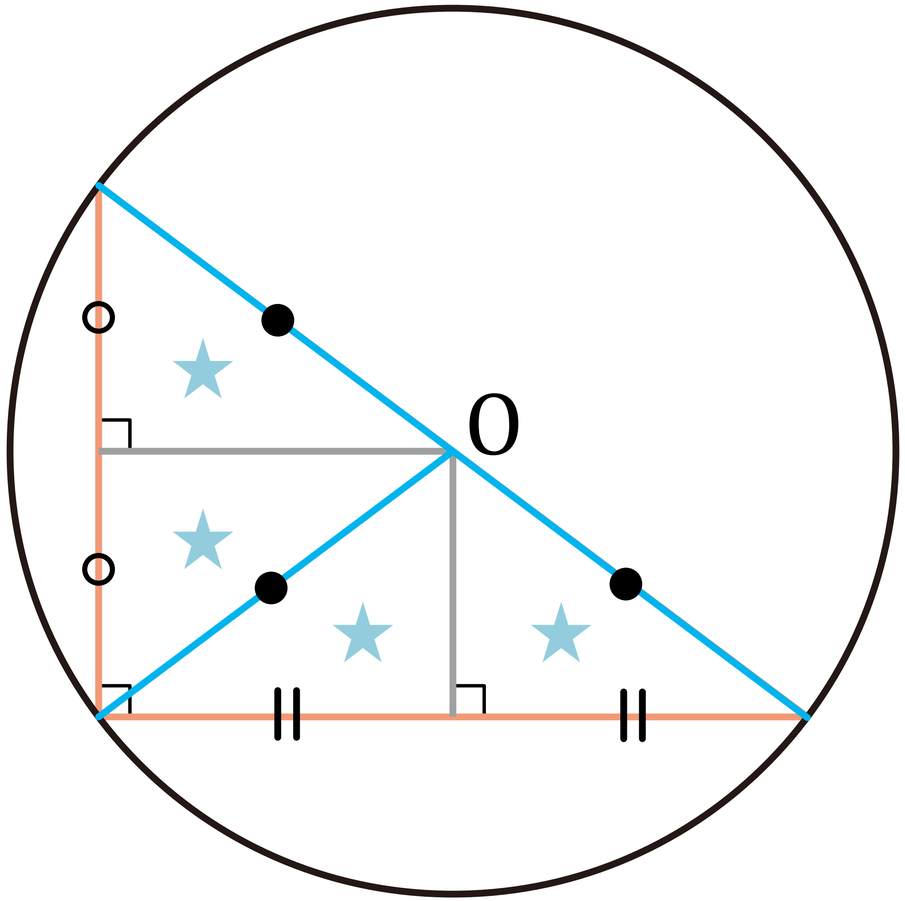


직각삼각형의 외심

- 직각삼각형의 경우
  - 외심은 빗변의 가운데에 위치
  - 빗변은 외접원의 지름

- 원의 지름 + 원 위의 한 점

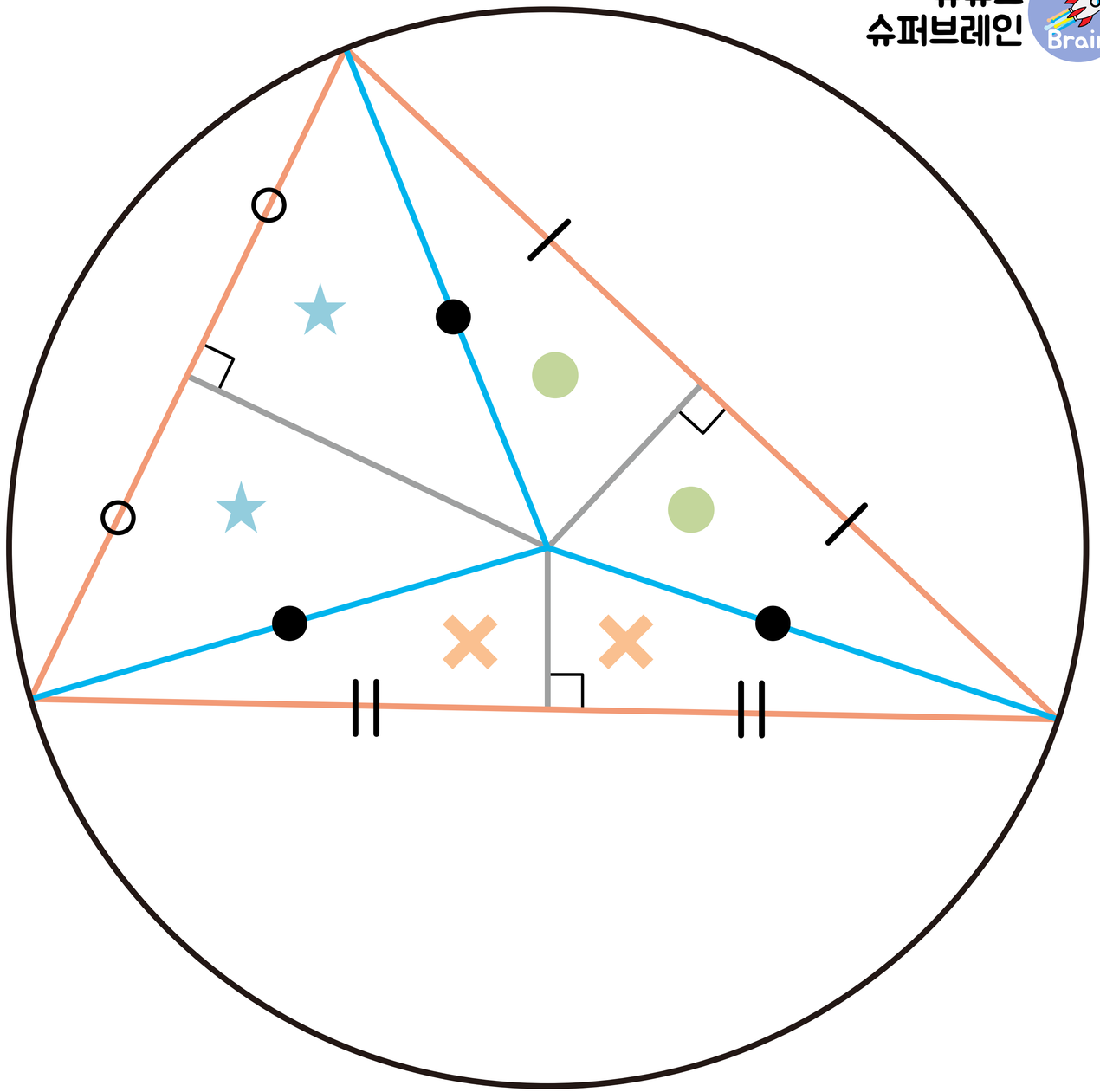
  = 직각삼각형



외심의 활용

- 원과 만나는 점 사이

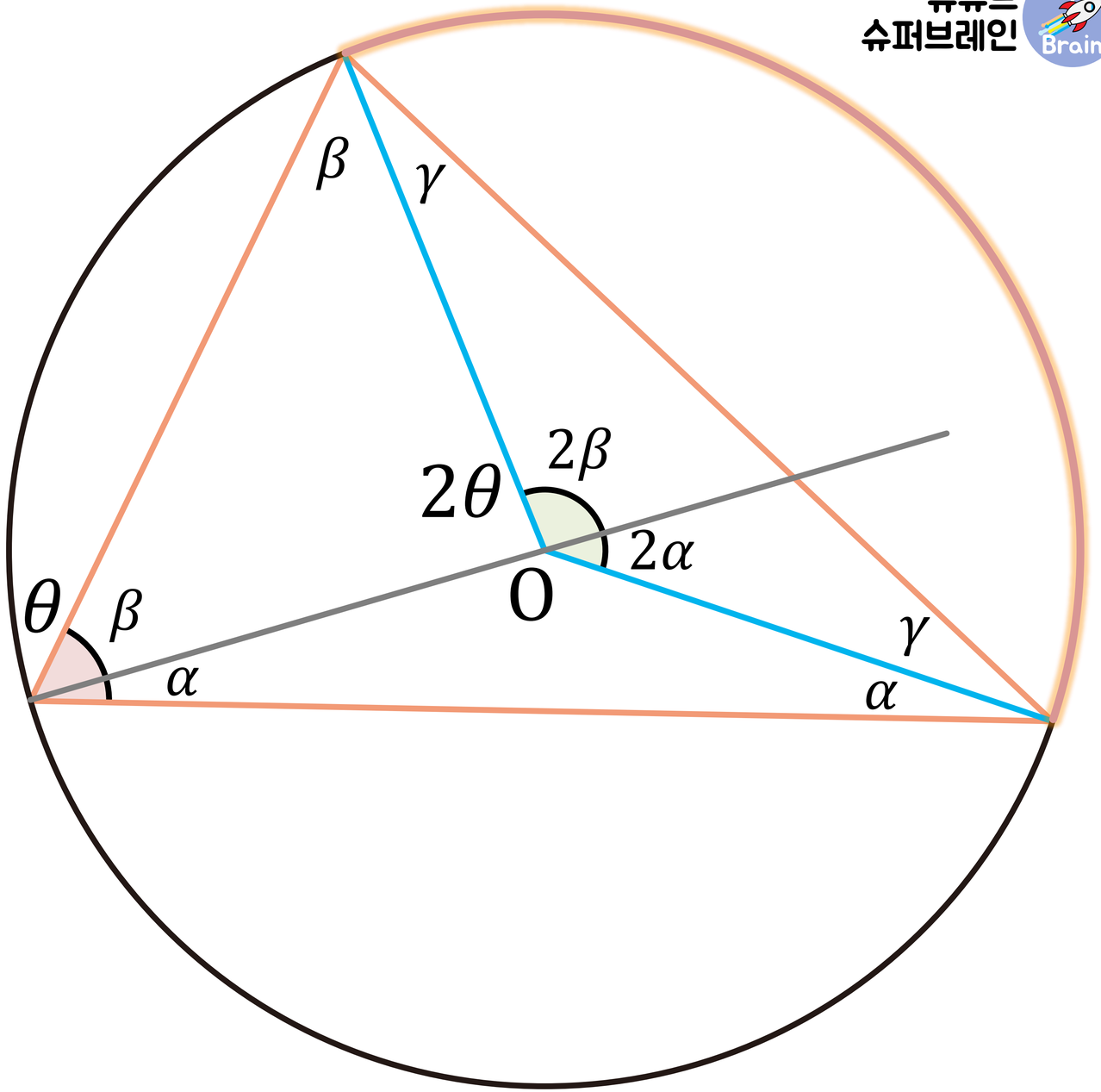
  두 직각 삼각형은 서로 합동



외심의 활용

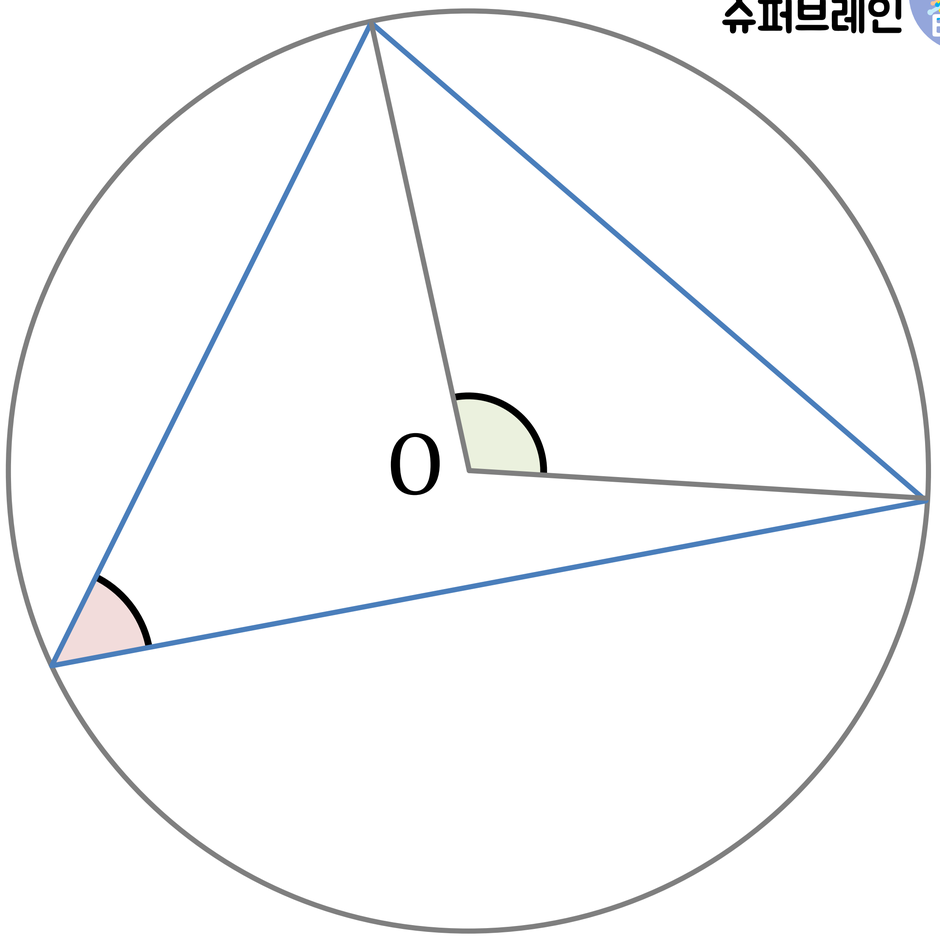
- 중심각은 원주각의 2배

- $\alpha + \beta + \gamma = 90°$

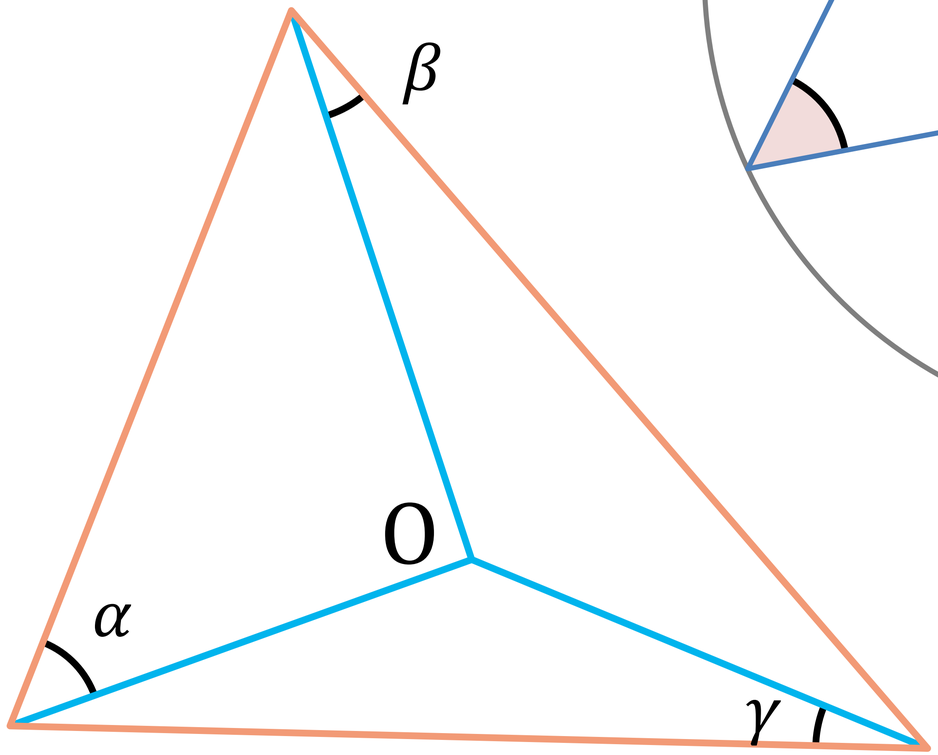


외심의 활용

- 중심각은 원주각의 2배



- $\alpha + \beta + \gamma = 90°$

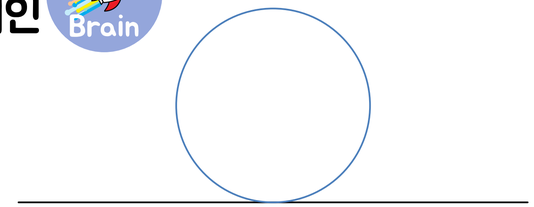


삼각형의 내심

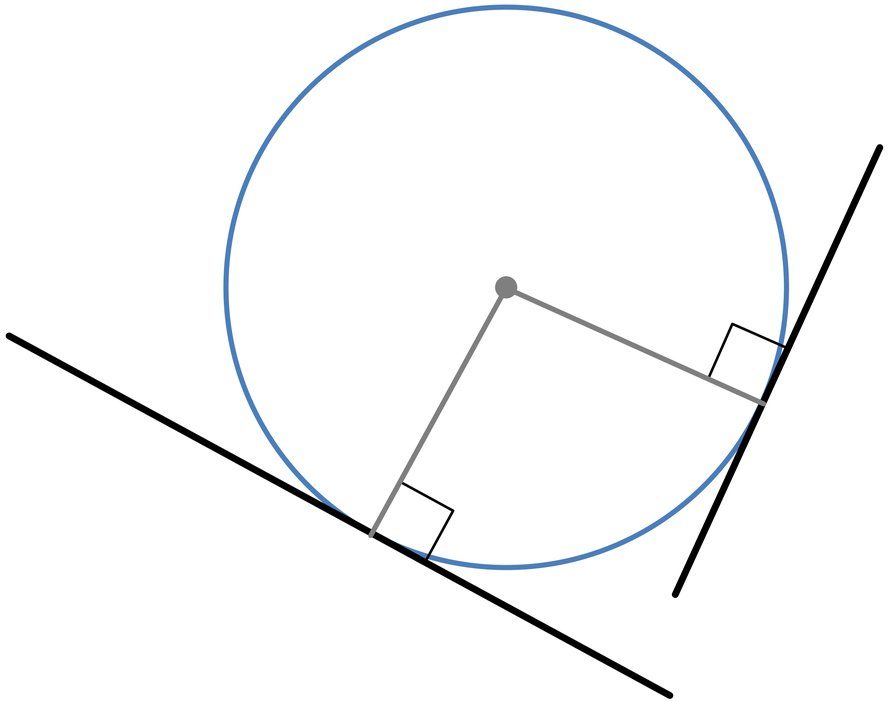
중학교 수학 2-2

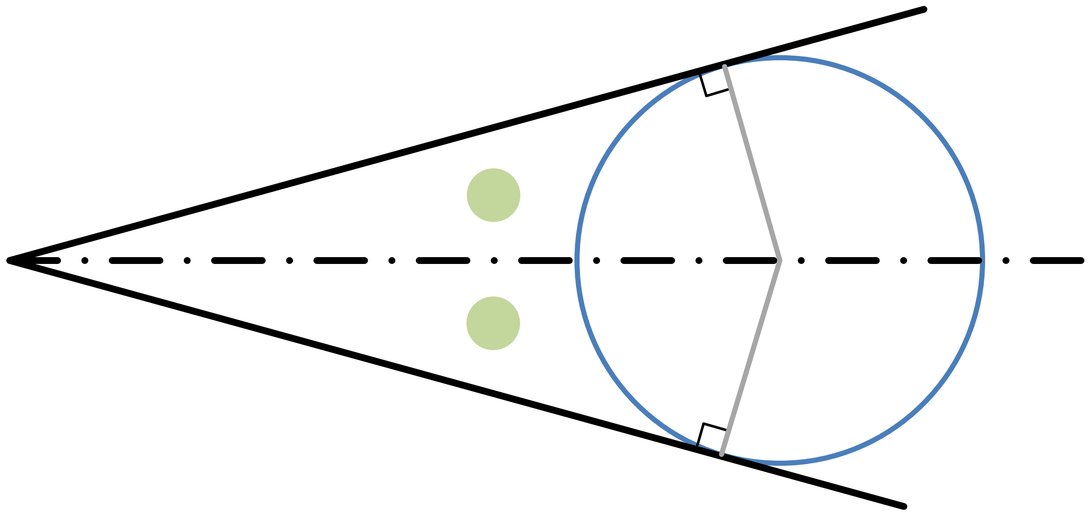
슈퍼브레인

원의 접선과 접점



- 접한다 : 원과 직선이 **한 점**에서 만나면 **접한다**고 함
- 접선 : 원의 중심에서부터 거리가 반지름 만큼인 직선
- 접점 : 접선과 원이 만나는 점

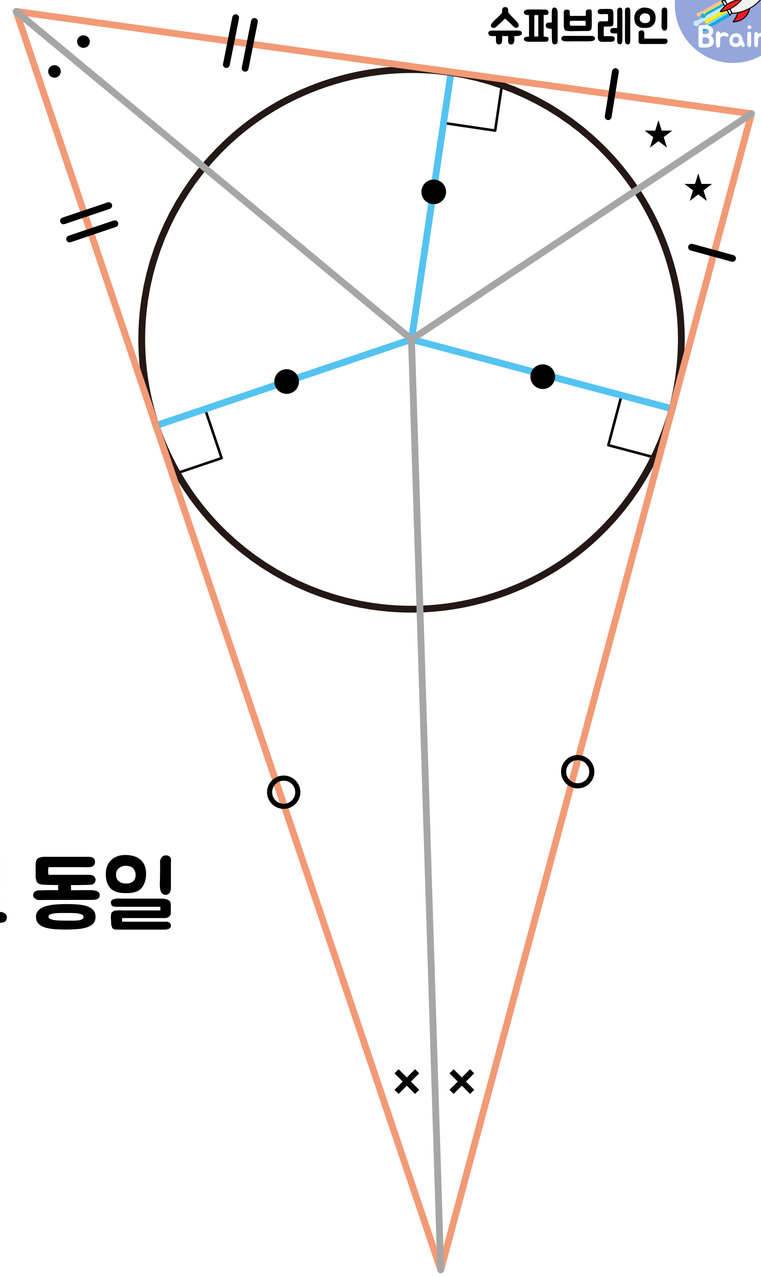




삼각형의 내심

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

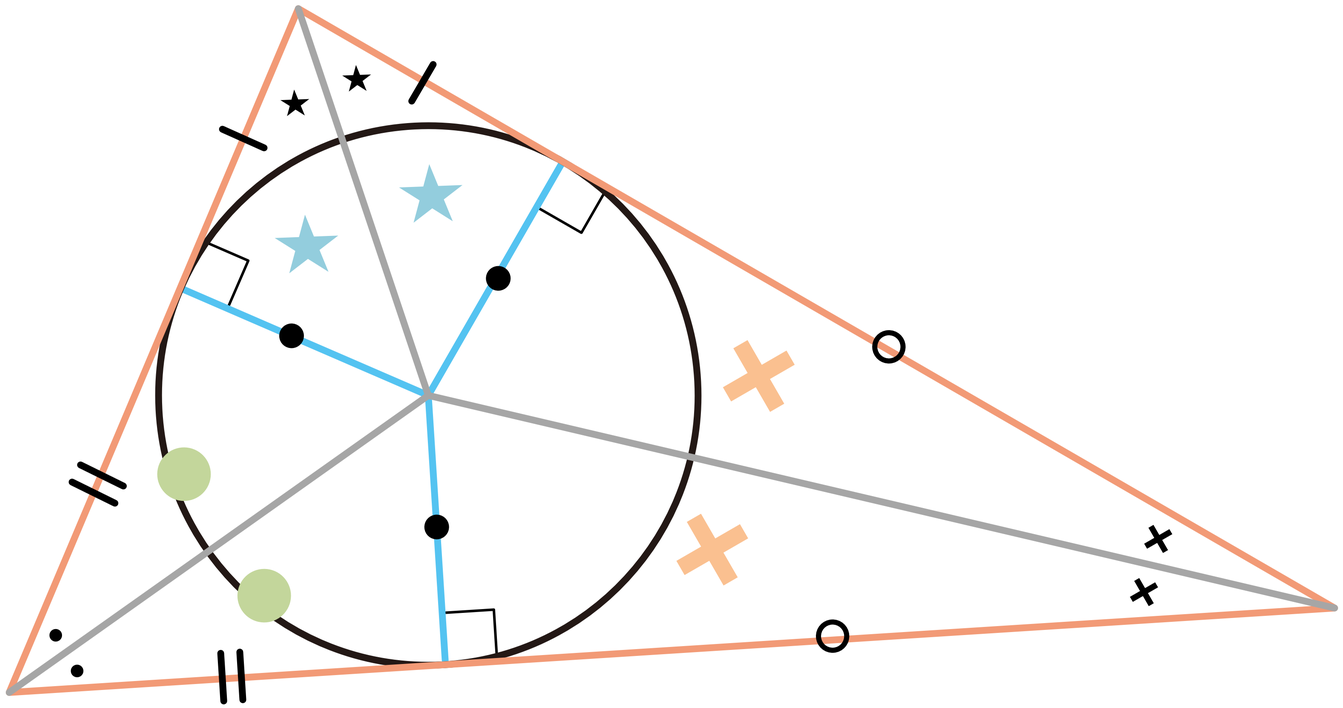
- 삼각형의 내접원
  - 삼각형의 세 변에 모두 접하는 원
- 내심 (I)
  - 내심은 내접원의 중심
  - 내심은 세 각의 이등분선들의 교점
  - 내심에서 각 변까지 거리는 내접원의 반지름으로 동일



SuperBrain

내심의 활용

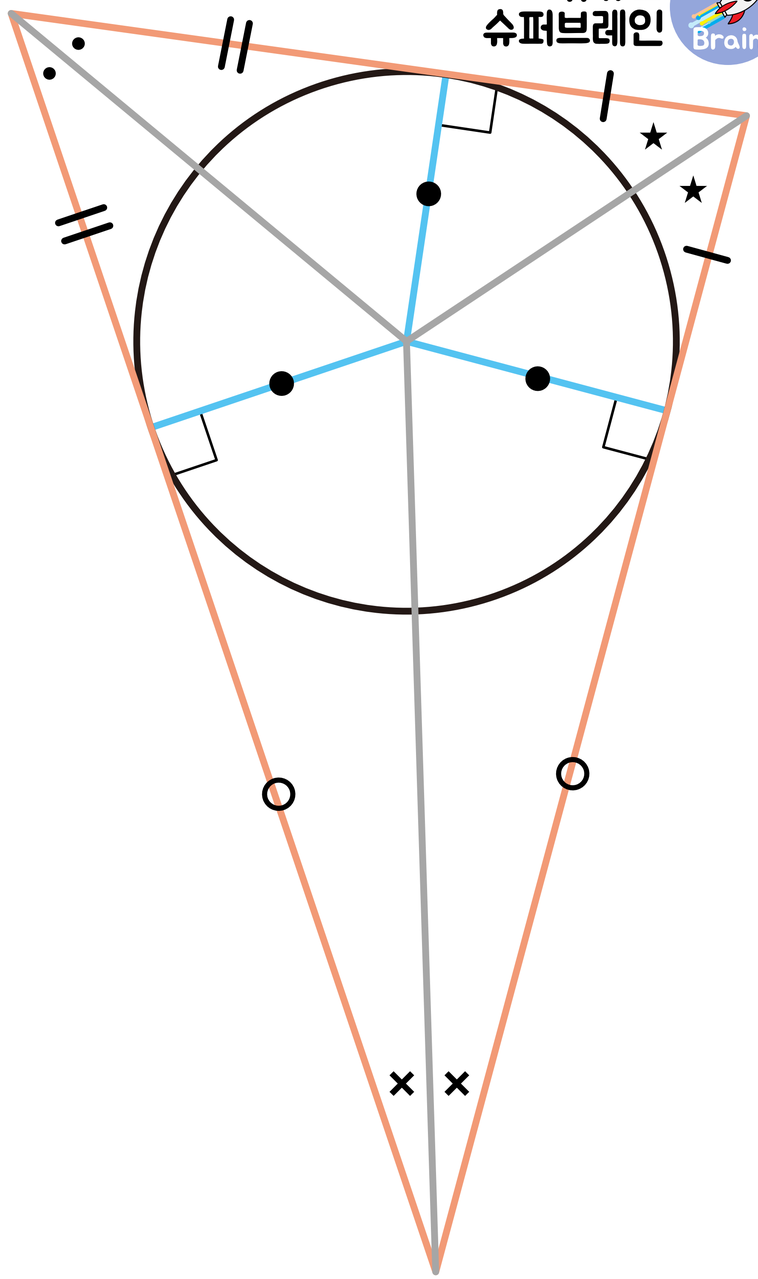
- 내접원의 접점과 접점 사이의 두 삼각형은 서로 합동



내심의 활용

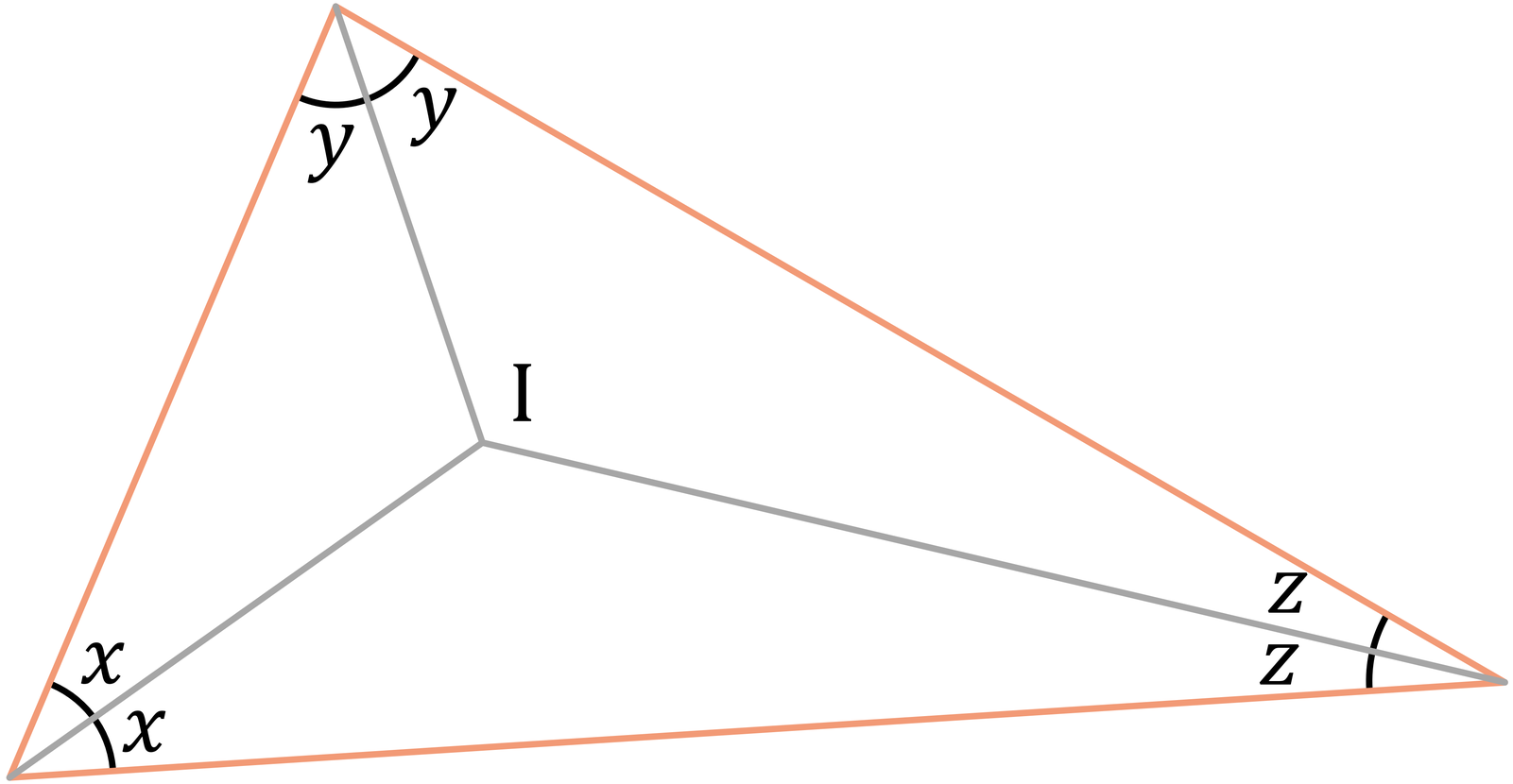
삼각형의 넓이

- 내접원의 반지름 : r
- 각 변의 길이 : a, b, c
- 삼각형의 넓이 $= \frac{r}{2}(a+b+c)$

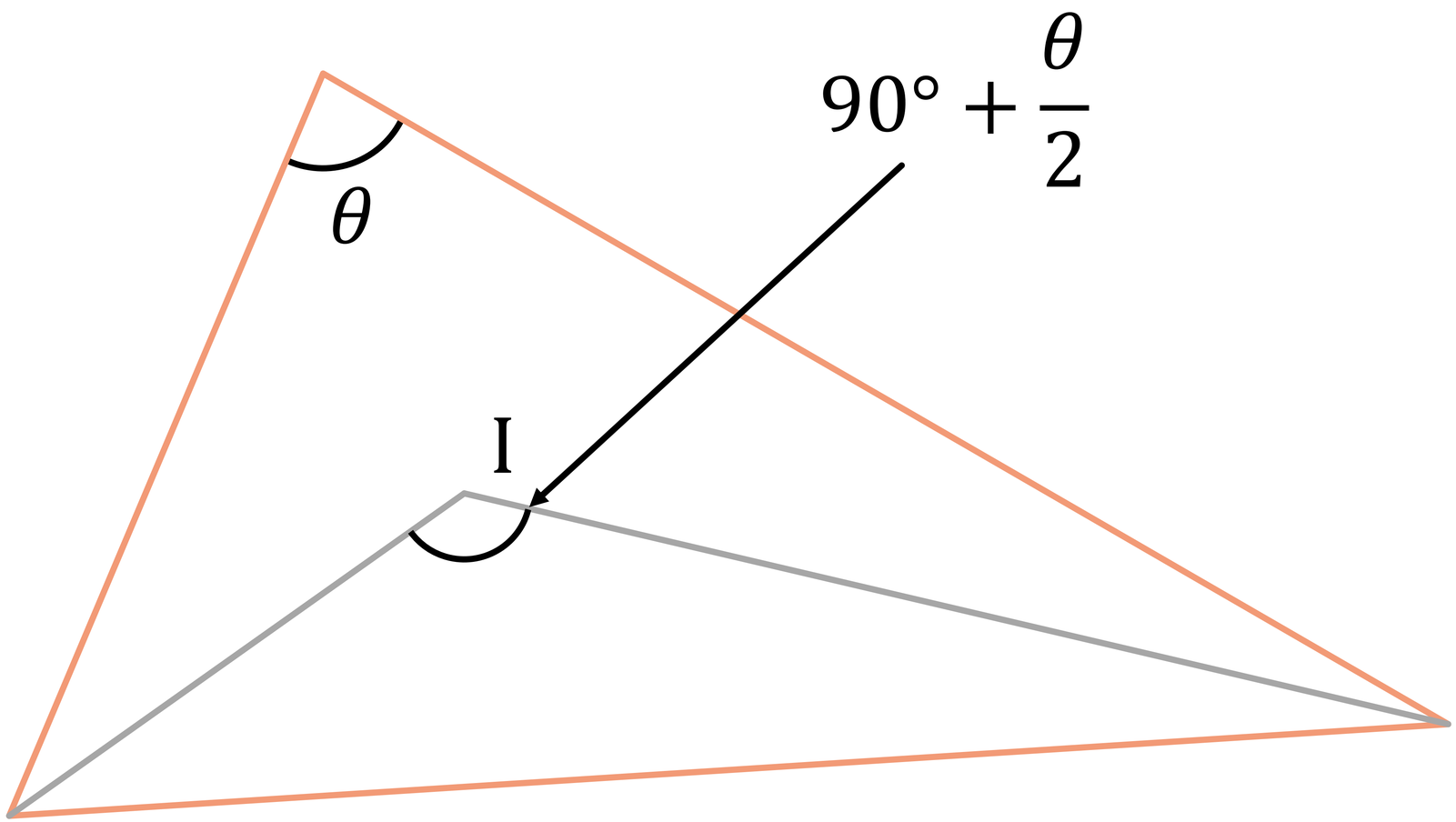


내심의 활용

- $\angle x + \angle y + \angle z = 90°$

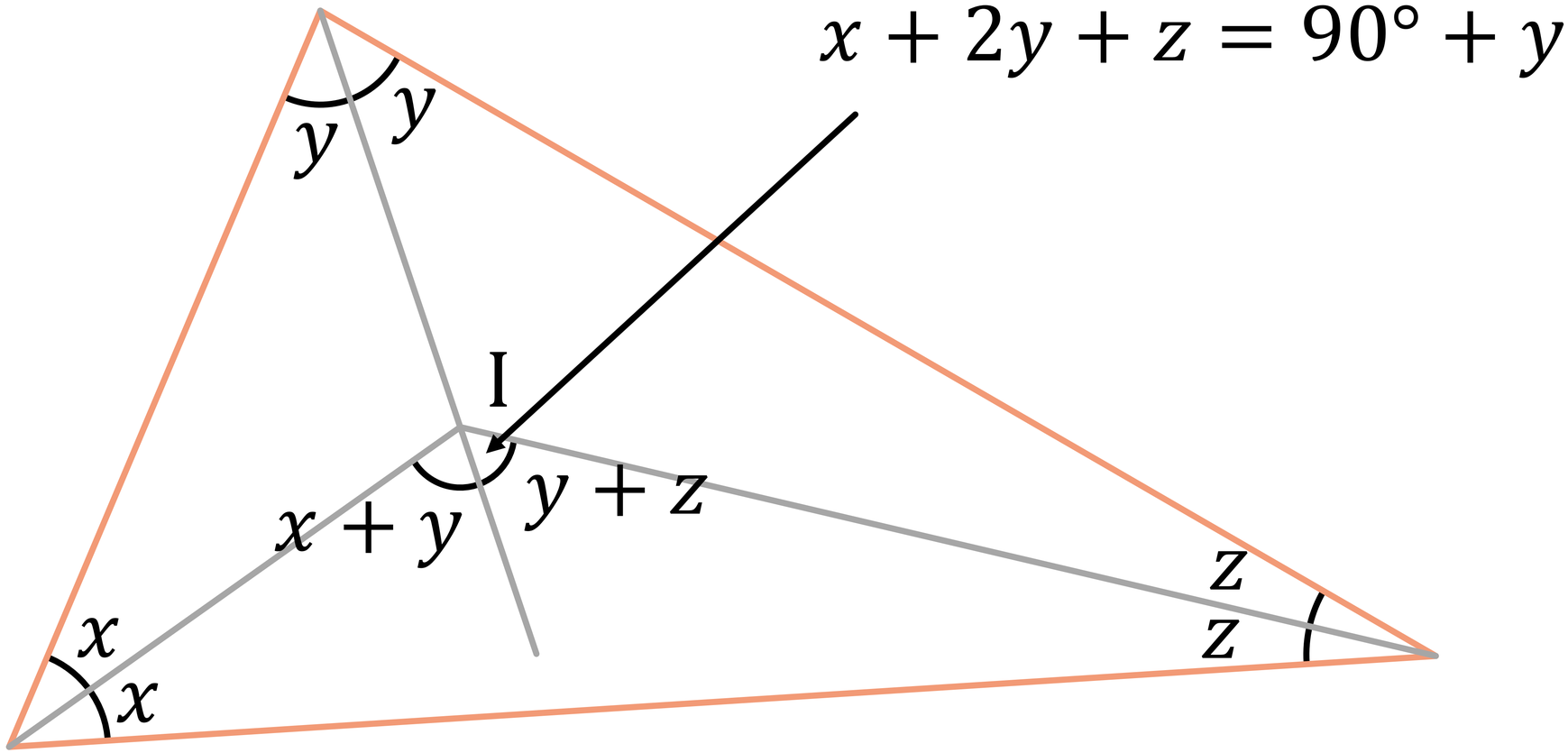


내심의 활용

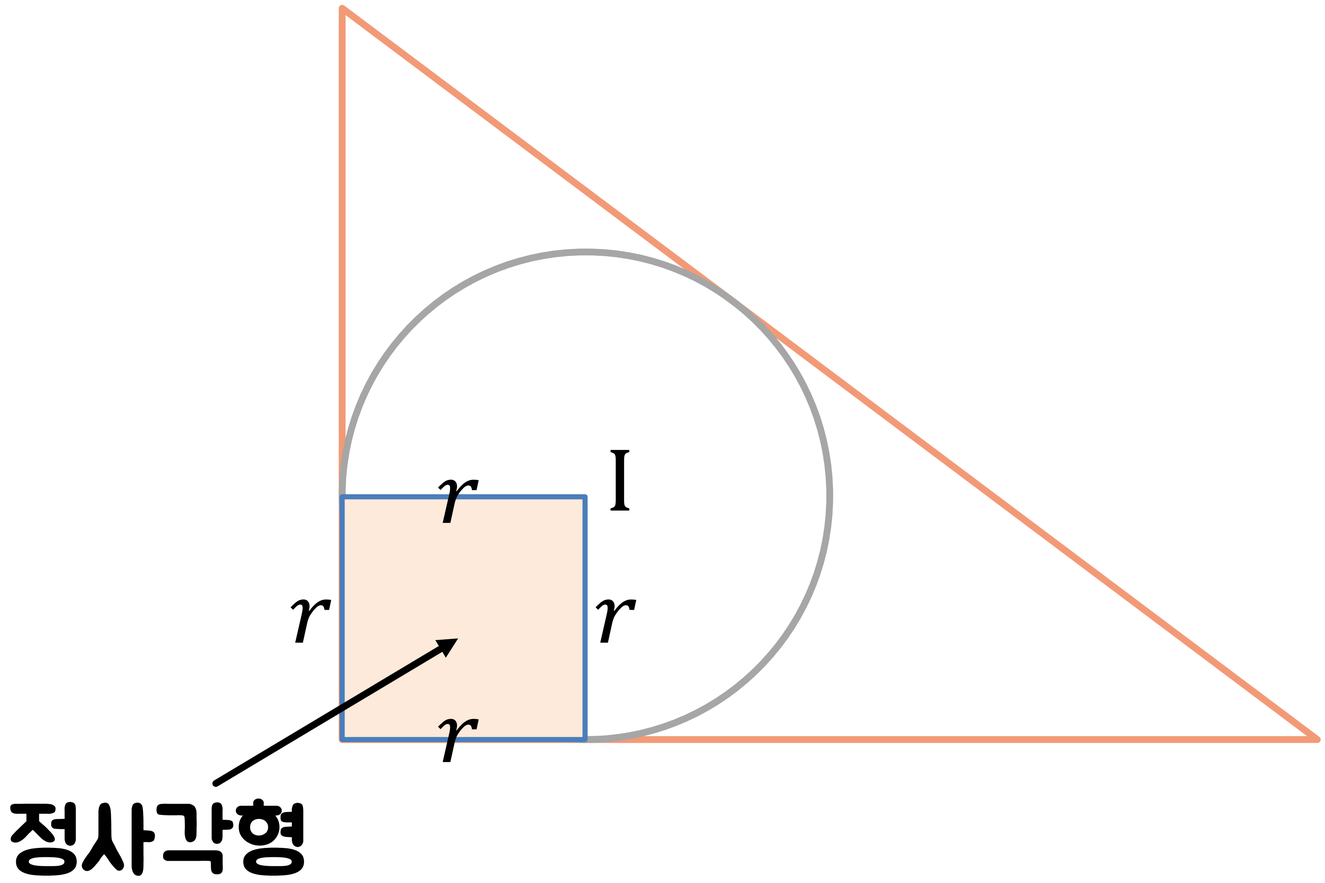


내심의 활용

- $\angle x + \angle y + \angle z = 90°$



직각삼각형의 내심



SuperBrain

사각형

중학교 수학 2-2

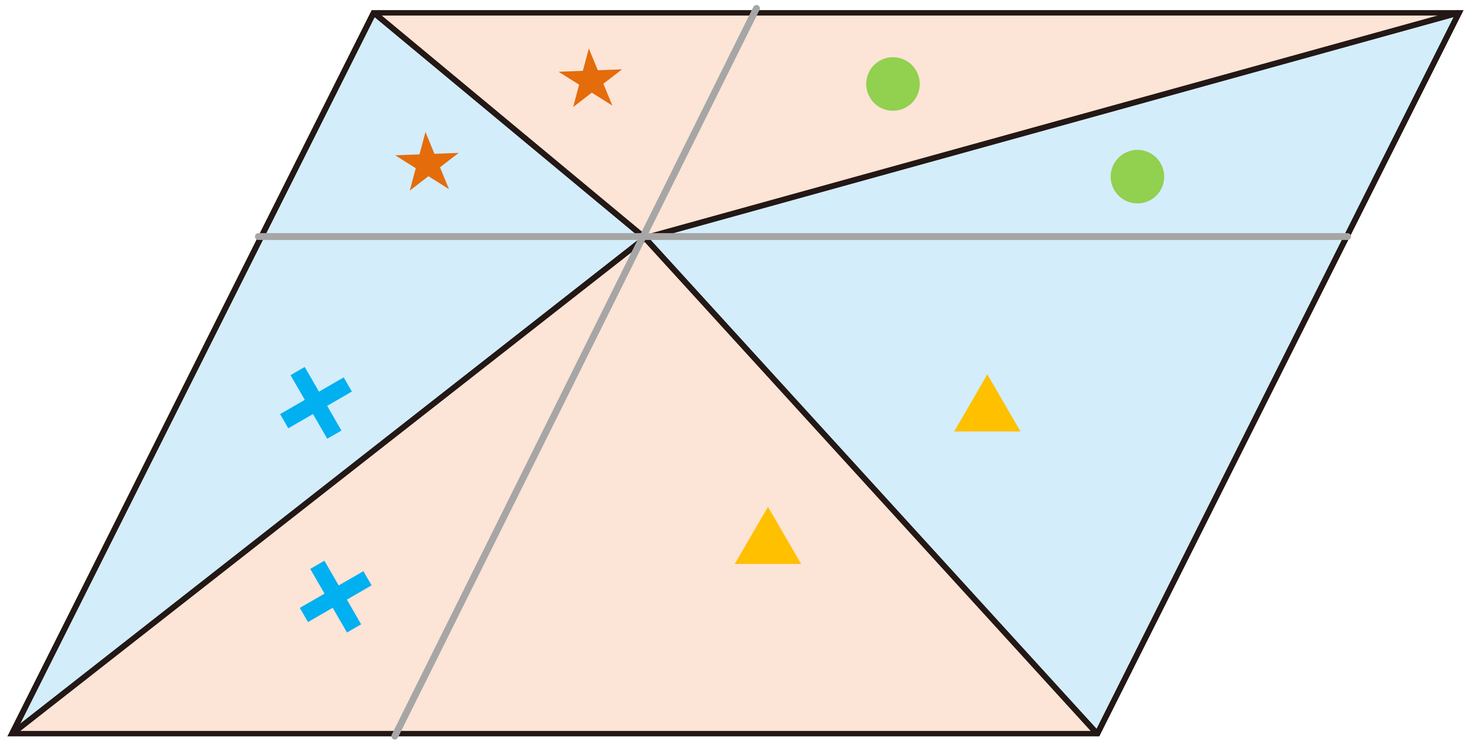
슈퍼브레인

평행사변형의 성질

- 평행사변형의 정의 : 두 쌍의 대변이 서로 평행한 사각형
  - 대변의 길이는 서로 같음
  - 대각의 크기는 서로 같음
  - 두 대각선은 서로 이등분 (수직은 아님)
  - 이웃한 각의 합은 $180°$

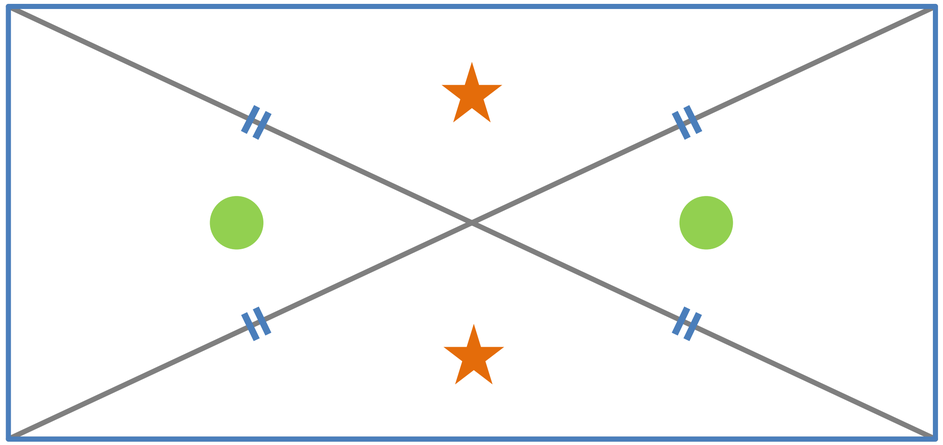
평행사변형의 성질

- 붉은색 부분의 넓이 = 푸른색 부분의 넓이 = $\frac{1}{2}$ × 평행사변형 넓이



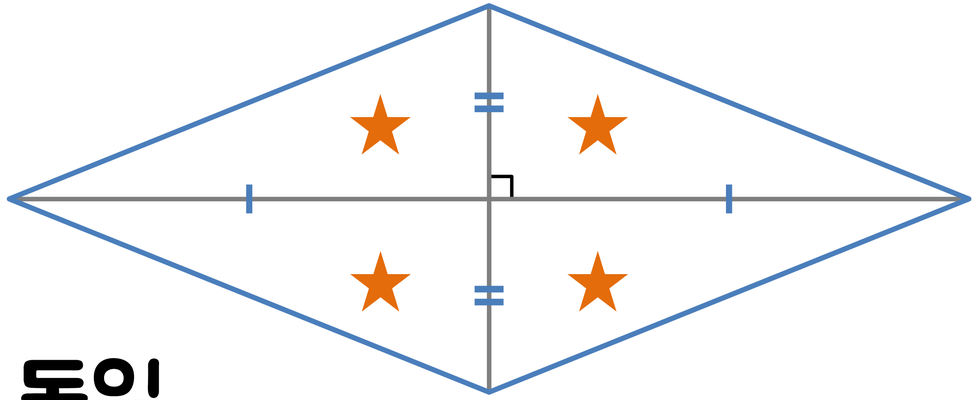
직사각형

- 직사각형의 정의 : 모든 내각이 $90°$인 사각형
  - 직사각형은 평행사변형의 일종. 평행사변형의 성질을 그대로 가짐.
    - 대변의 길이 서로 같음, 대각의 크기 서로 같음,
    - 두 대각선은 서로 이등분, 이웃한 각의 합은 $180°$
  - 두 대각선의 길이가 같음.
- 직사각형이 되는 조건
  - 평행사변형이면서 한 내각이 $90°$
  - 평행사변형이면서 두 대각선의 길이가 동일



마름모

- 마름모의 정의 : 네 변의 길이가 같은 사각형
  - 마름모는 평행사변형의 일종. 평행사변형의 성질을 그대로 가짐.
    - 대변의 길이 서로 같음, 대각의 크기 서로 같음,
    - 두 대각선은 서로 이등분, 이웃한 각의 합은 $180°$
  - 두 대각선이 서로를 수직이등분



- 마름모가 되는 조건
  - 평행사변형이면서 이웃한 두 변의 길이가 동일
  - 평행사변형이면서 두 대각선이 서로 수직

SuperBrain

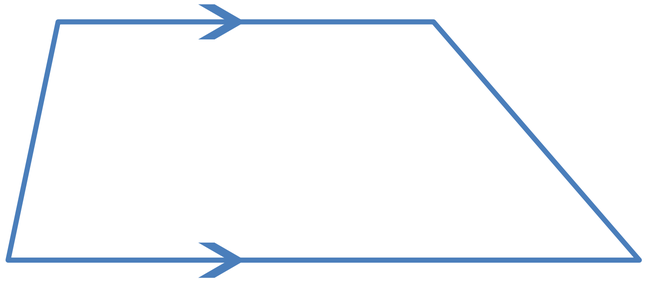
정사각형

- 정사각형의 정의 : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
  - 마름모의 일종(네 변 길이 동일), 직사각형의 일종(네 내각 크기 동일)
  - 마름모의 성질과 직사각형의 성질을 모두 가짐

- 정사각형이 되는 조건
  - 마름모이면서 한 내각이 90도이면 정사각형
  - 마름모이면서 대각선의 길이가 같으면 정사각형
  - 직사각형이면서 이웃한 변의 길이가 같으면 정사각형
  - 직사각형이면서 대각선이 서로 수직이면 정사각형

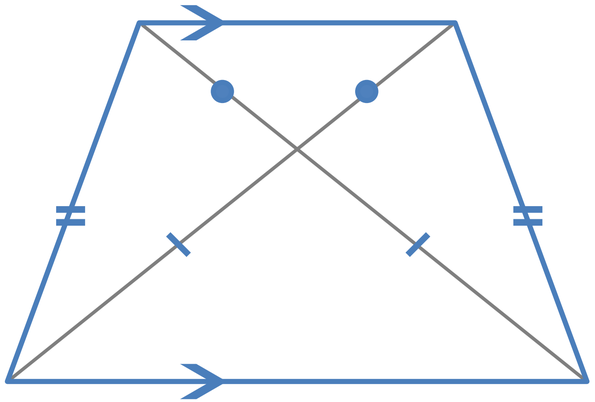
사다리꼴과 등변사다리꼴

사다리꼴



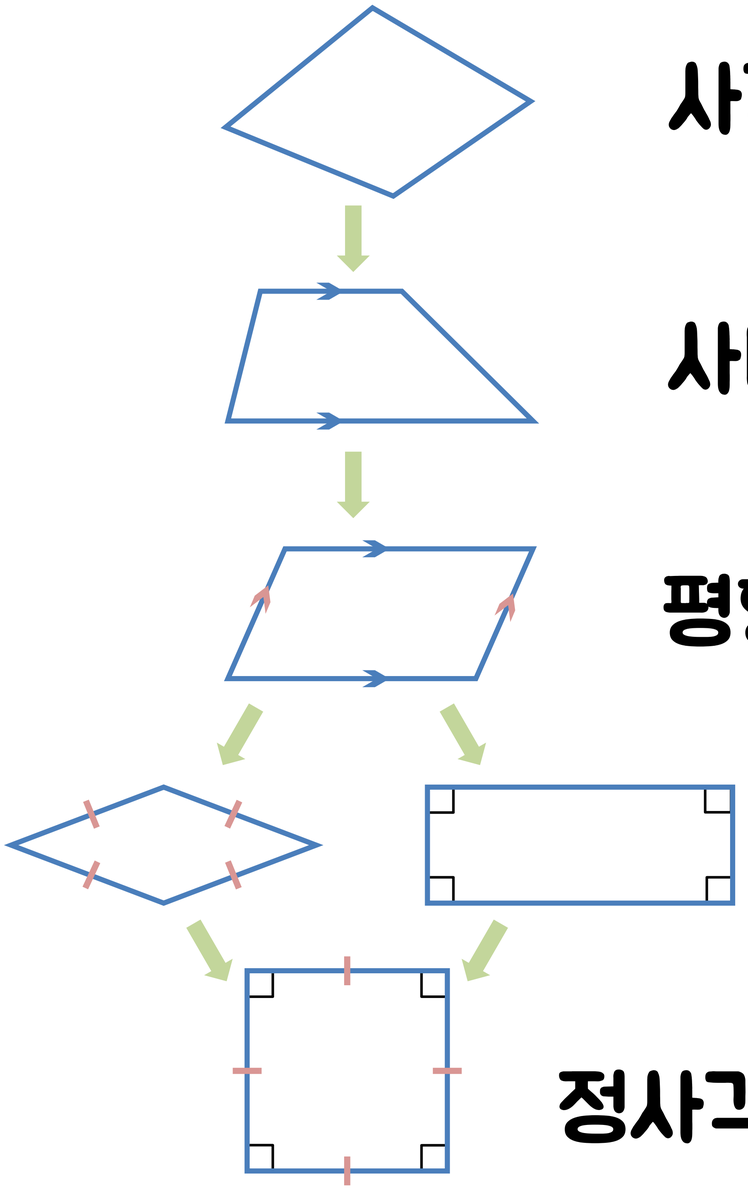
- 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
- 평행하지 않은 변의 양 끝 각의 합은 $180°$

등변사다리꼴



- 평행하지 않은 대변의 길이가 같은 사다리꼴
- 대칭
- 평행하지 않은 변(길이가 같은 변)의 양 끝 각의 합은 $180°$
- 평행변의 양 끝 각의 크기가 동일

여러 가지 사각형



사각형 : 네 변으로 이루어진 닫힌 도형

사다리꼴 : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형

평행사변형 : 두 쌍의 대변이 서로 평행한 사각형

마름모 : 네 변의 길이가 같은 사각형

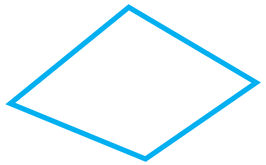
직사각형 : 네 각의 크기가 같은 사각형

정사각형 : 네 각의 크기와 네 변의 길이가 같은 사각형

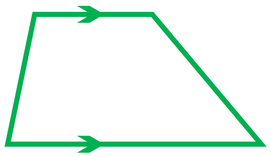
여러 가지 사각형

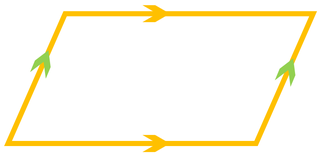
사각형

사다리꼴

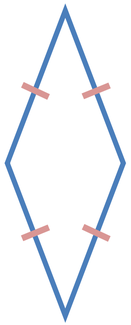


평행사변형

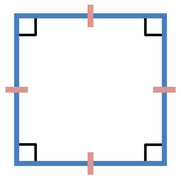




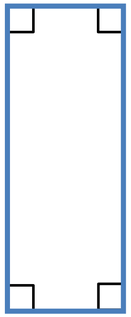
마름모



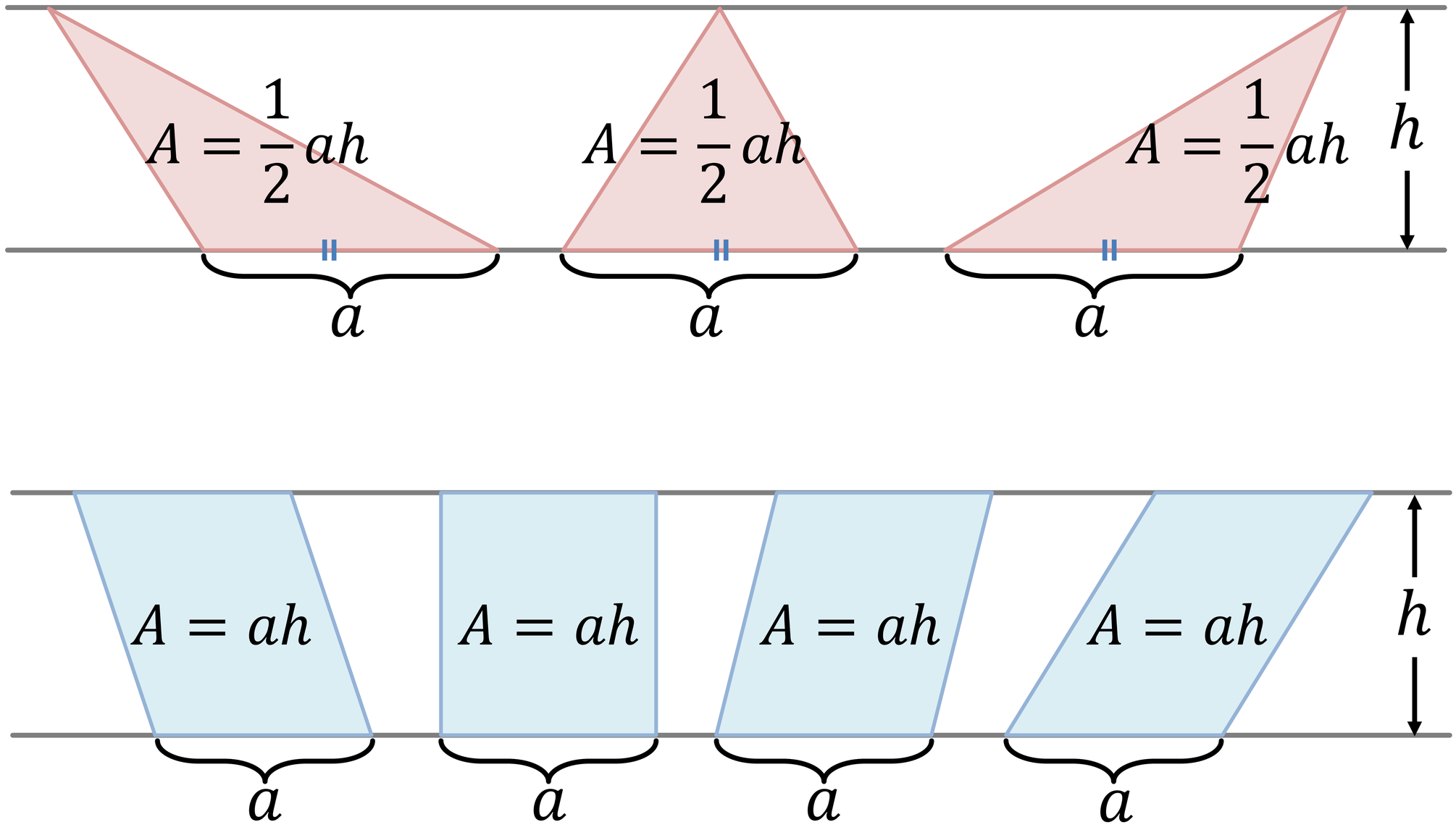
정사각형



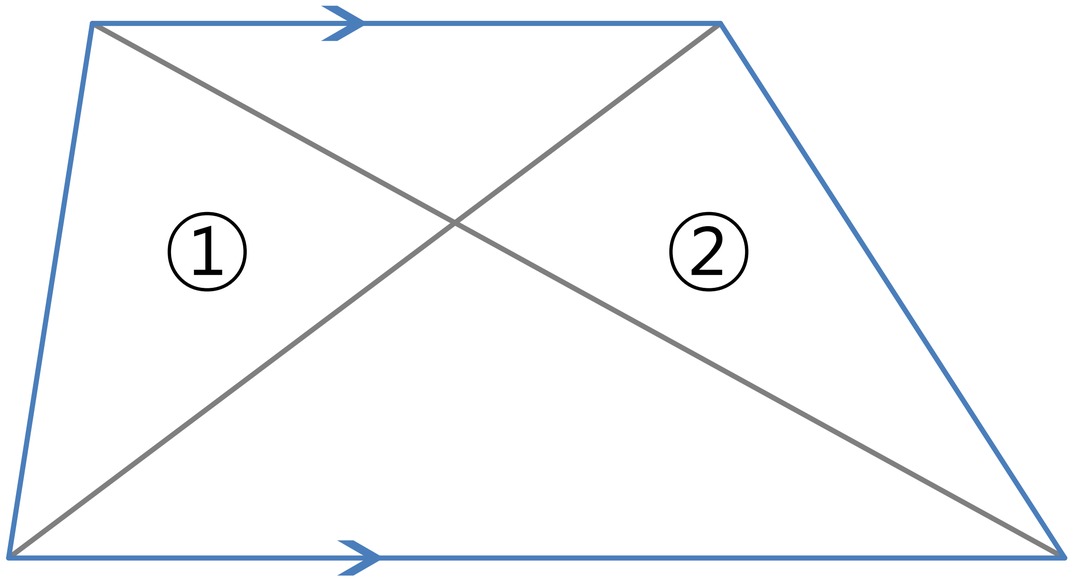
직사각형



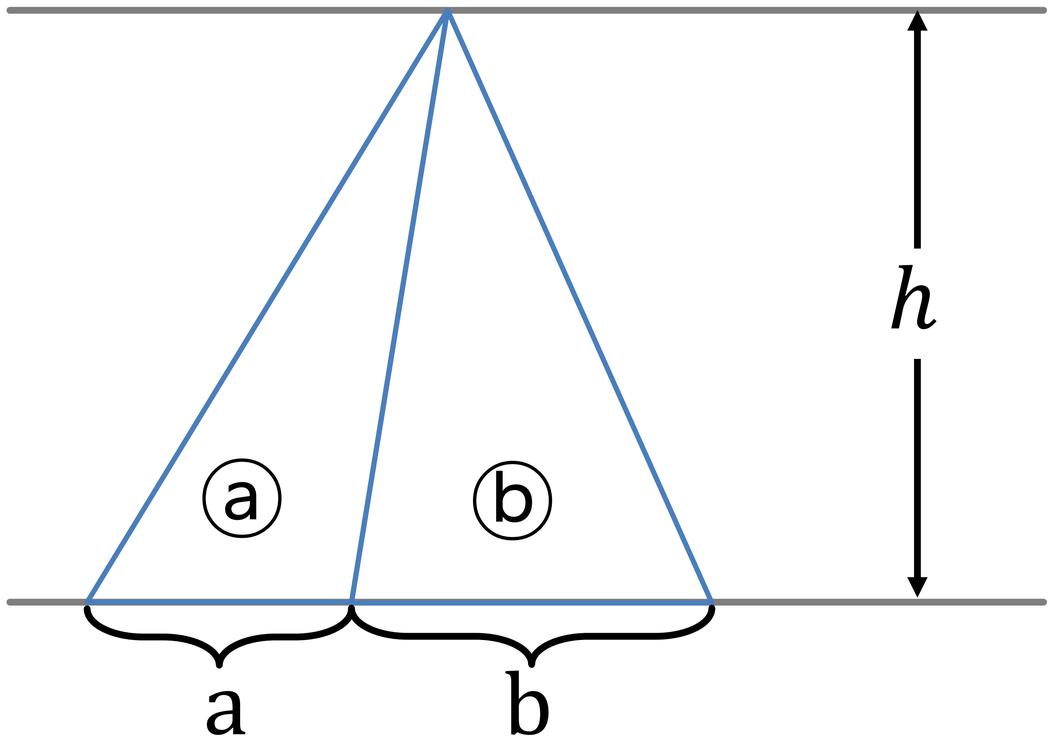
평행선과 넓이



평행선과 넓이



①과 ②의 넓이가 같음



ⓐ과 ⓑ의 넓이 비는
밑변 길이의 비 = a : b

도형의 닮음

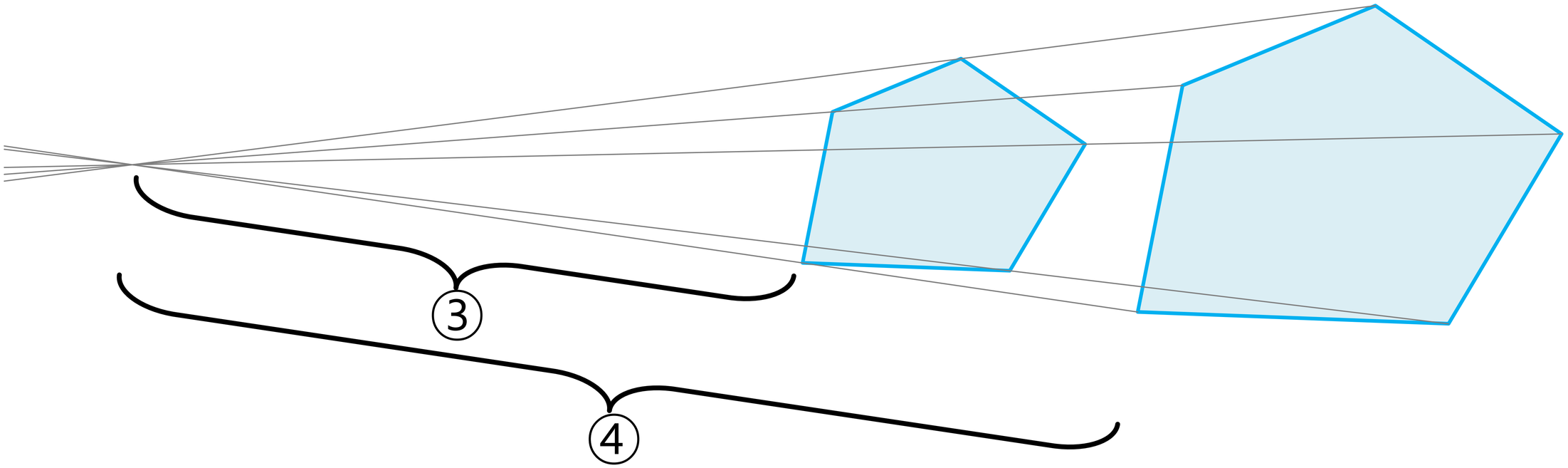
중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

도형의 닮음

■ 평면 도형의 닮음 : 닮은 도형의 성질

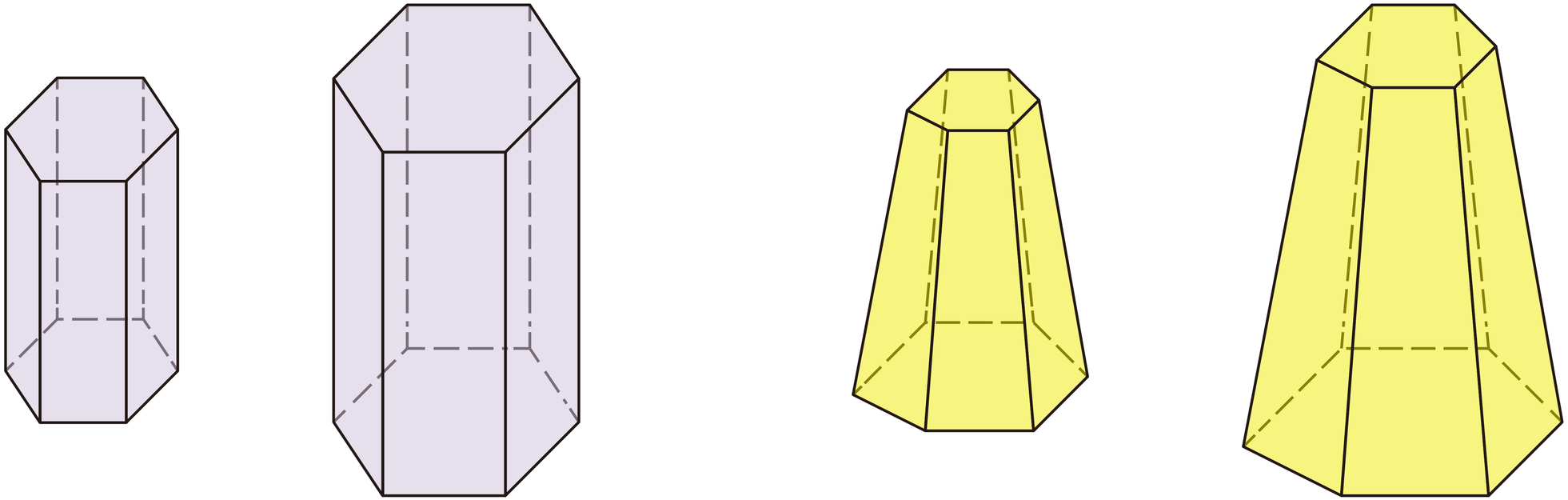
- 대응변의 길이 비가 일정
- 대응각의 크기는 각각 동일



도형의 닮음

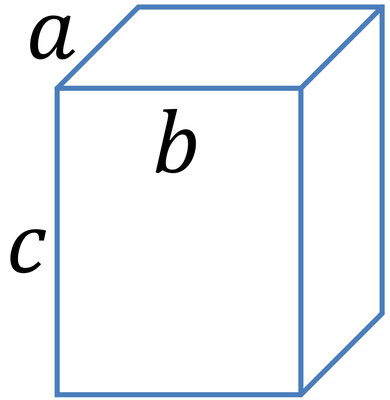
■ 입체 도형의 닮음

- 대응하는 모서리의 길이 비가 일정
- 대응각의 크기가 각각 동일
- 대응면이 각각 닮음인 도형(닮음비는 모두 동일)



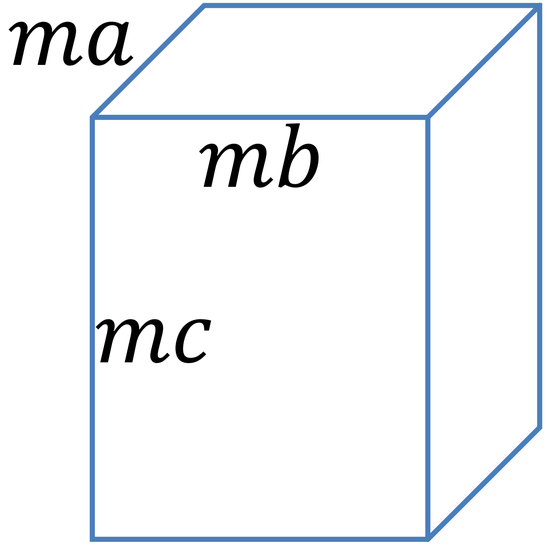
길이의 비, 넓이의 비, 부피의 비

- 길이의 비 $m : n$
- 넓이의 비 $m^2 : n^2$
- 부피의 비 $m^3 : n^3$



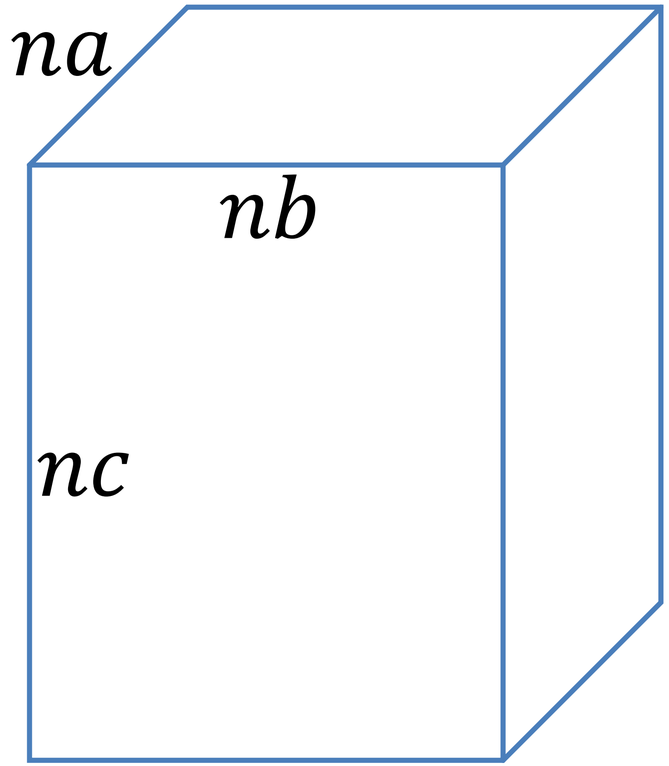
밑넓이 : $A = ab$

부피 : $V = abc$



밑넓이 : $A = m^2ab$

부피 : $V = m^3abc$

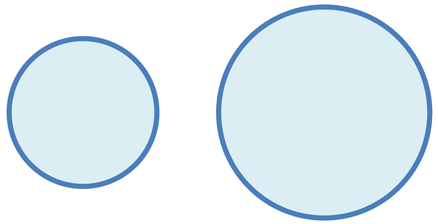


밑넓이 : $A = n^2ab$

부피 : $V = n^3abc$

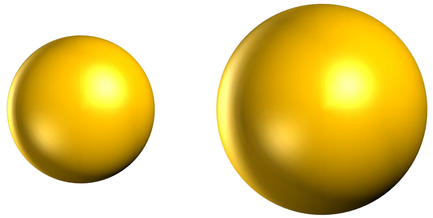
길이의 비, 넓이의 비, 부피의 비

- 원, 정다각형, 구, 정다면체는 무조건 닮음



원의 둘레와 넓이

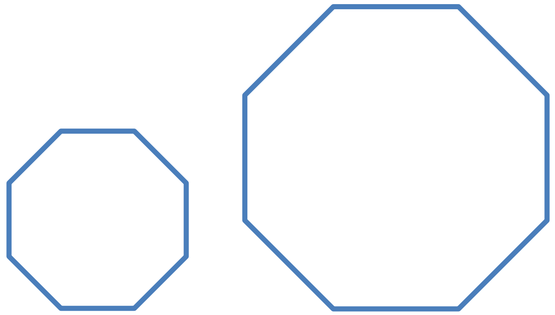
$$P = 2\pi r$$
$$A = \pi r^2$$

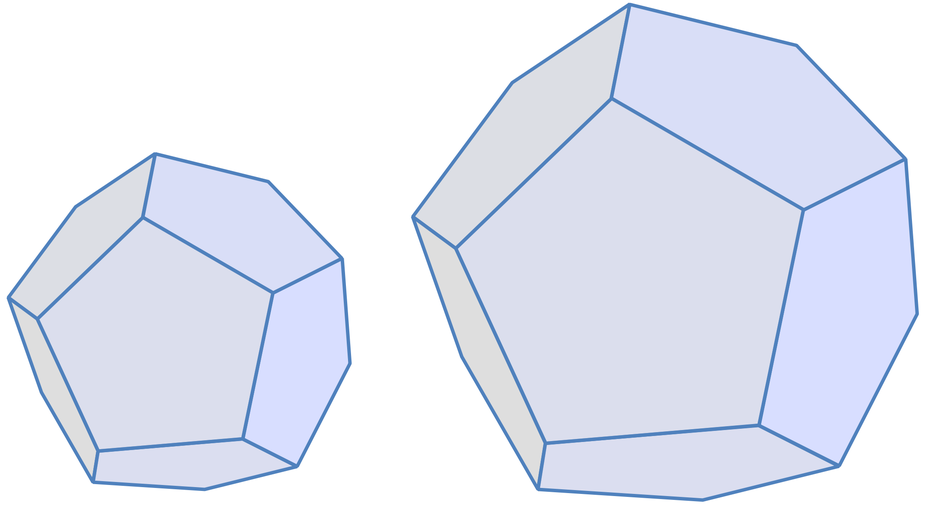


구의 겉넓이와 부피

$$A = 4\pi r^2$$
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- 길이의 비 $m : n$
- 넓이의 비 $m^2 : n^2$
- 부피의 비 $m^3 : n^3$





삼각형의 닮음

중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

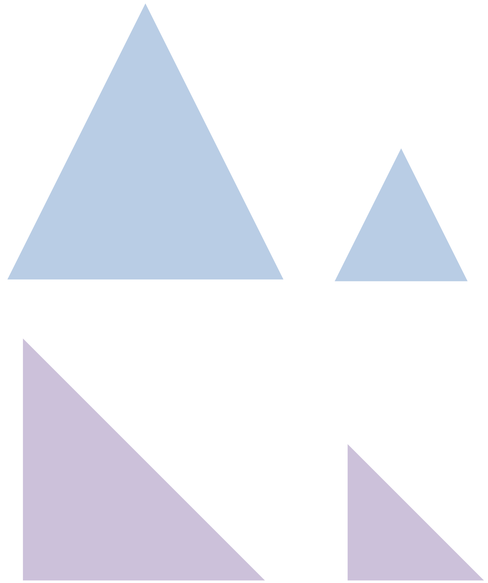
삼각형의 닮음 조건

■ 삼각형의 닮음 조건

- 세 쌍의 대응변의 길이 비가 동일 : SSS 닮음
- 두 쌍의 대응변 길이 비가 동일하고 그 끼인각이 동일 : SAS 닮음
- 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 동일 : AA 닮음

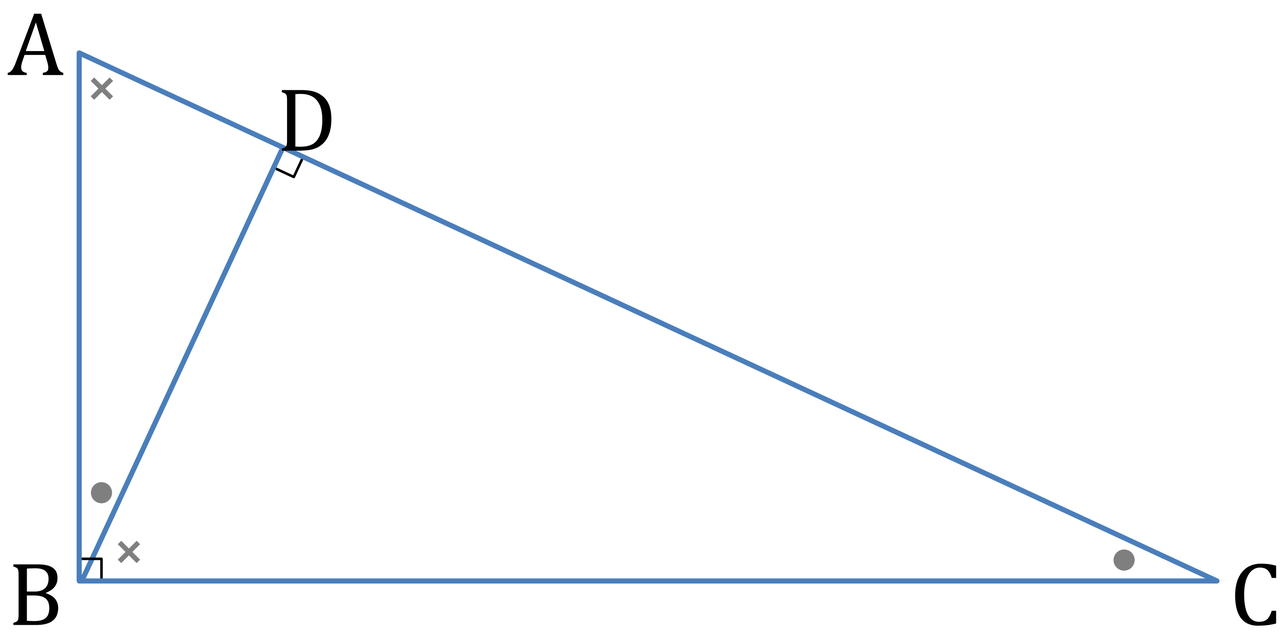
■ 항상 닮음인 삼각형

- 모든 정삼각형은 서로 닮음
- 모든 직각이등변삼각형은 서로 닮음



직각삼각형에서 닮음

$\Delta ABC \backsim \Delta BDC \backsim \Delta ADB$



짧은 것 : 긴 것 = 짧은 것 : 긴 것

$\overline{AD} : \overline{BD} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$\overline{BD}^2 = \overline{AD} \times \overline{CD}$

$\overline{CB} : \overline{CD} = \overline{CA} : \overline{CB}$

$\overline{CB}^2 = \overline{CD} \times \overline{CA}$

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AB}$

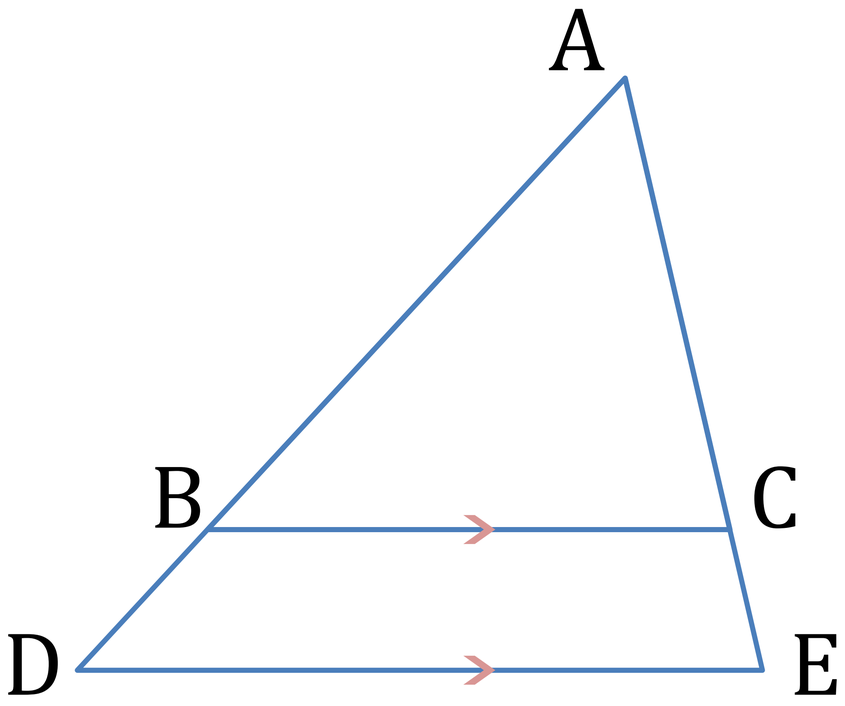
$\overline{AB}^2 = \overline{AD} \times \overline{AC}$

$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{CD}$

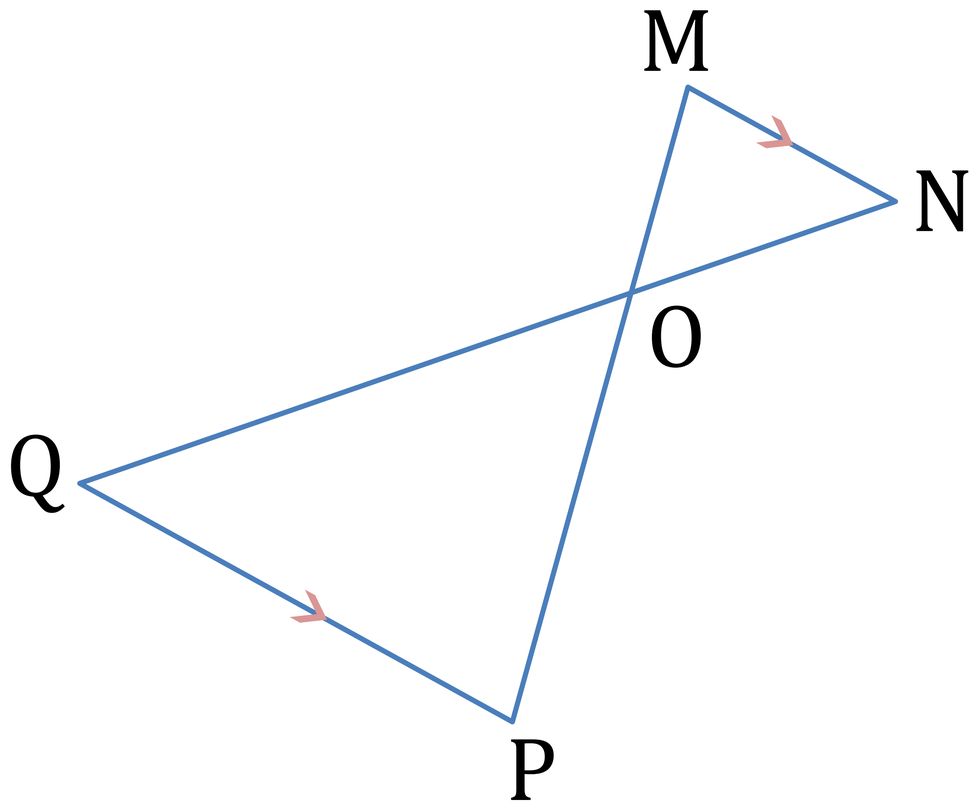
$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{CA} : \overline{CB}$

삼각형과 평행선

- 다음과 같이 삼각형 내에 평행선이 있으면 닮음이 생긴다.



$\Delta ABC \backsim \Delta ADE$



$\Delta MNO \backsim \Delta PQO$

삼각형 내외각의 이등분선

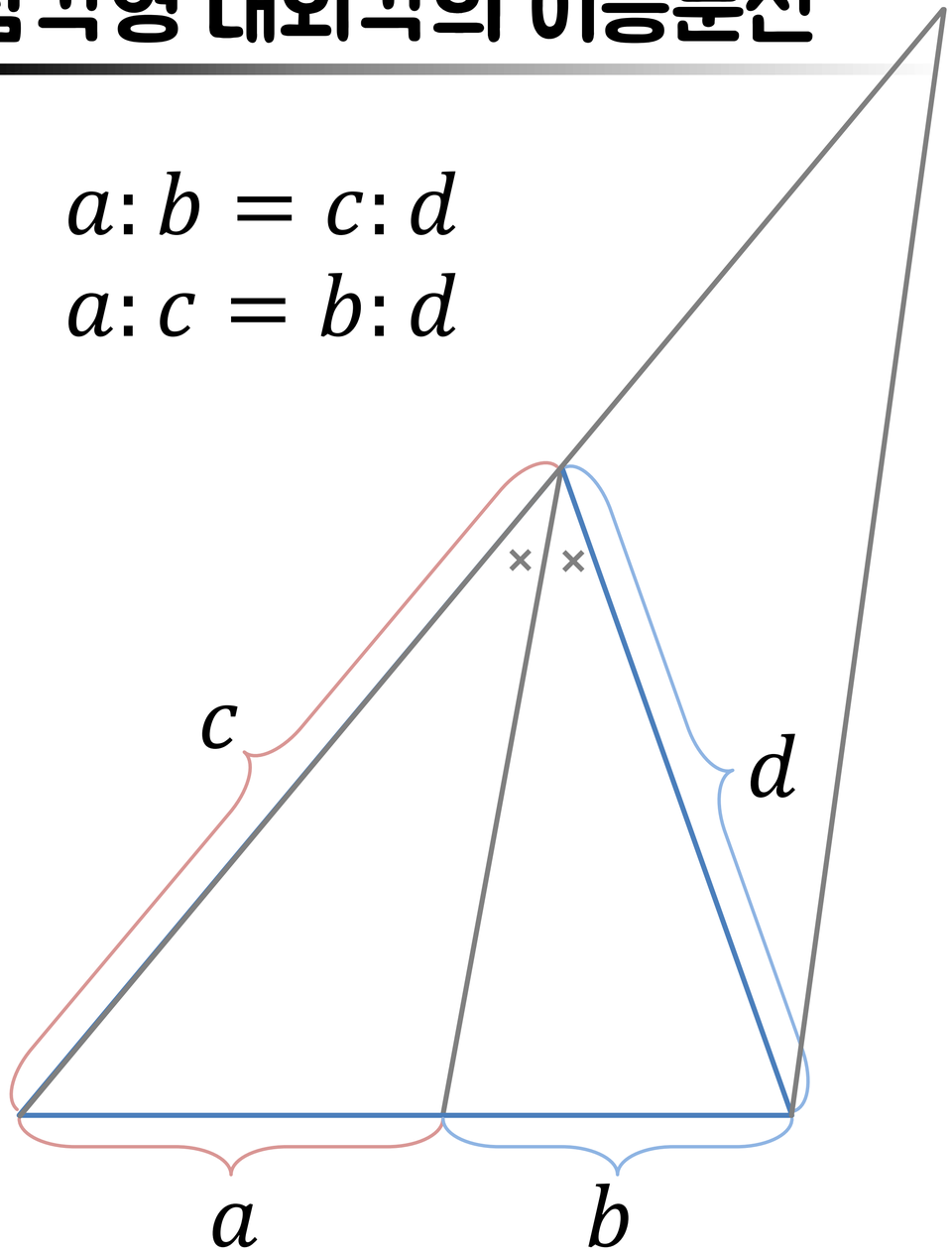
중학교 수학 2-2

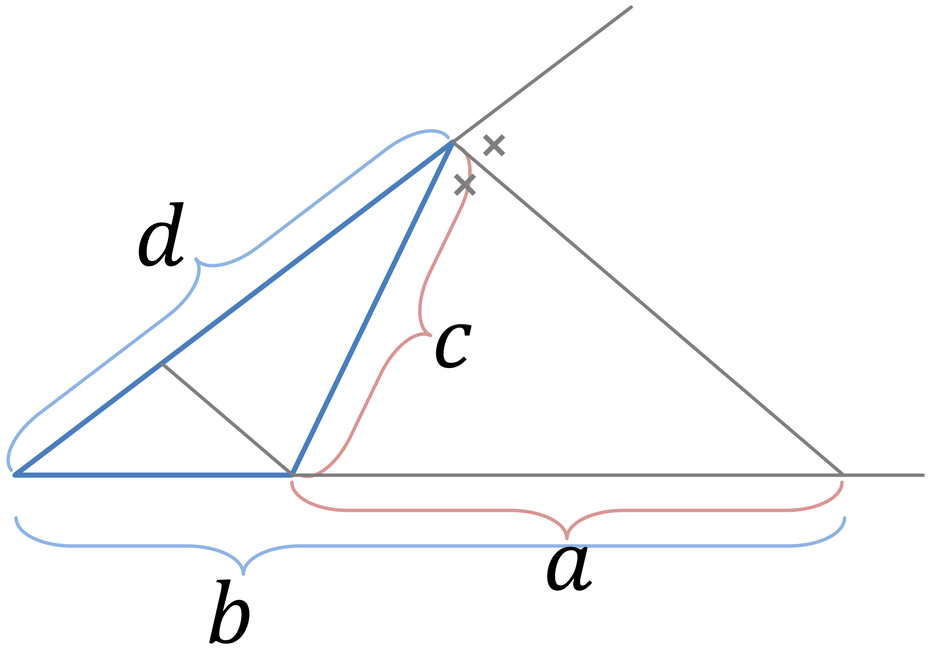
슈퍼브레인

삼각형 내외각의 이등분선

$a : b = c : d$

$a : c = b : d$





삼각형 중점 연결 정리

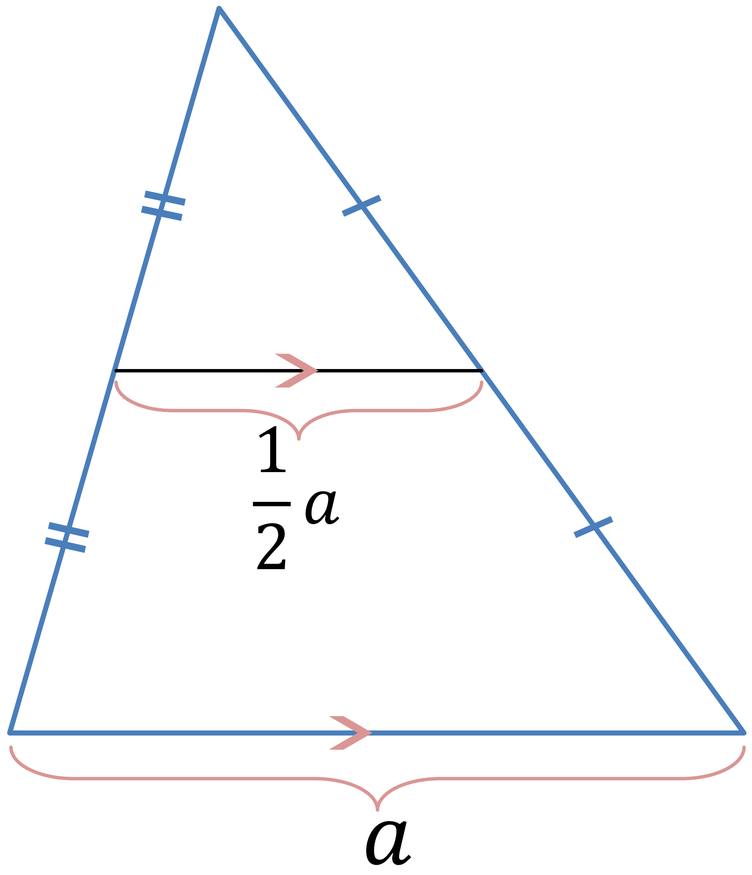
중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

중점 연결 정리 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

- 삼각형에서 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 변과 평행하고,
  그 길이는 나머지 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

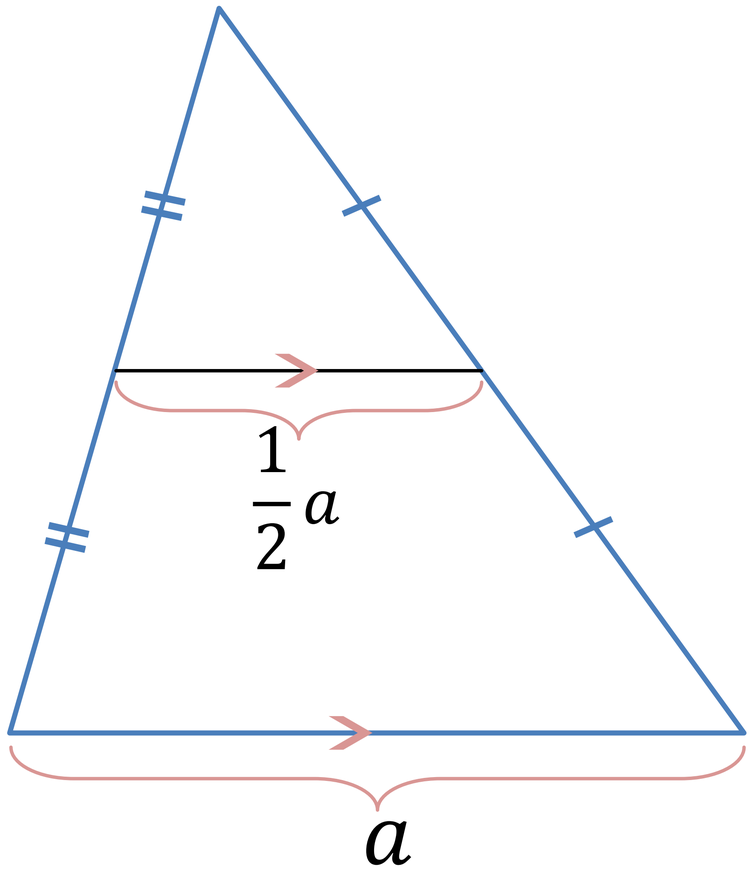
- 삼각형에서 한 변의 중점을 지나면서
  다른 한 변에 평행한 직선은
  나머지 변의 중점을 지난다.



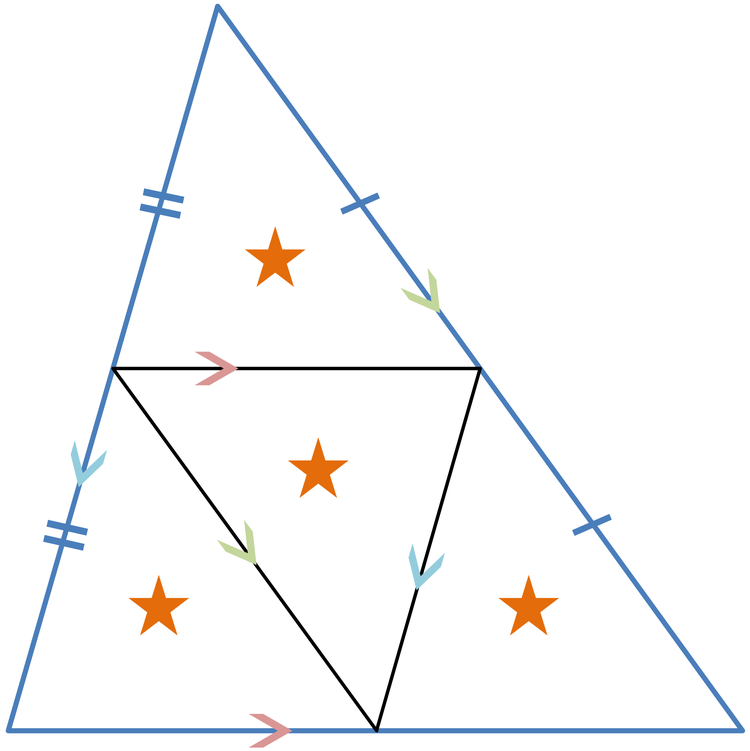
중점 연결 정리 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

- 삼각형에서 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 변과 평행하고,
  그 길이는 나머지 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

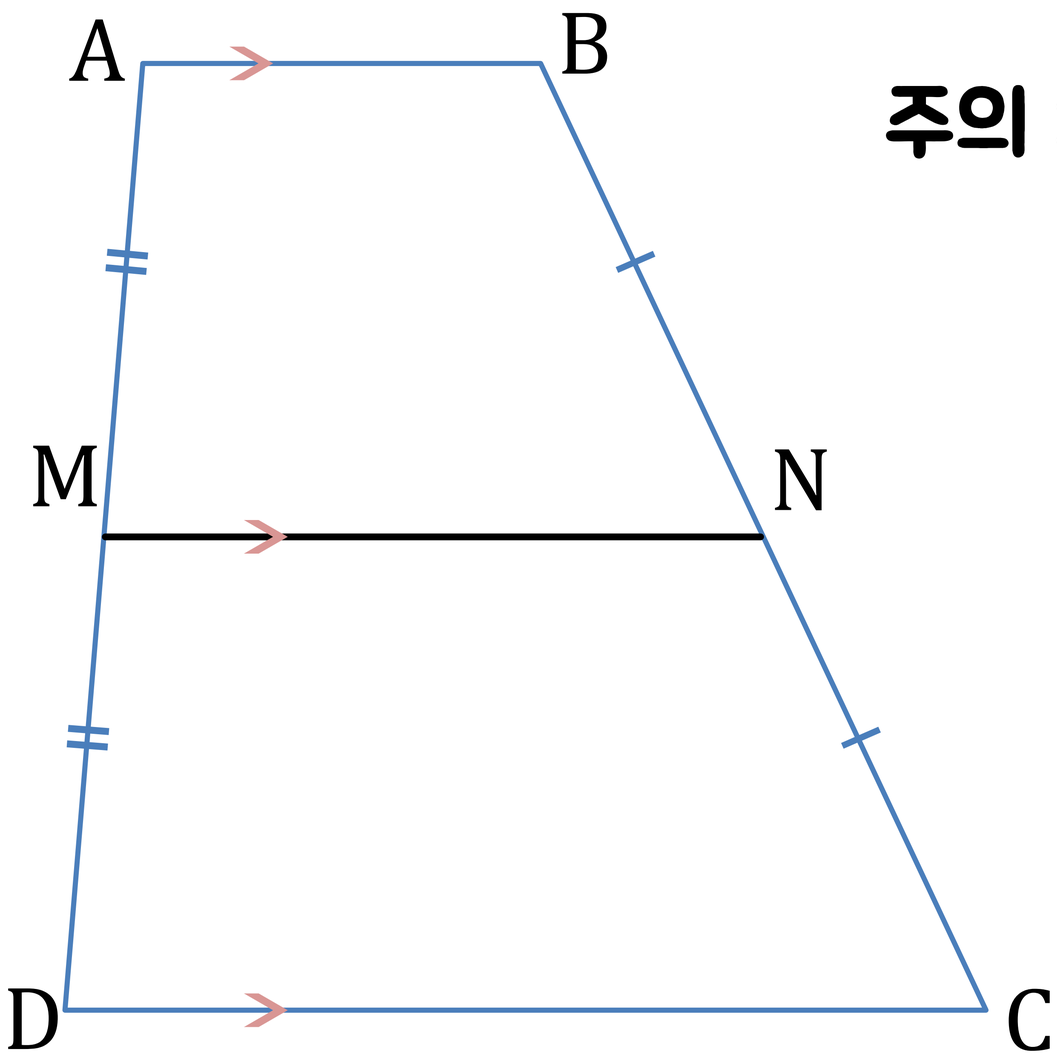
- 삼각형에서 한 변의 중점을 지나면서
  다른 한 변에 평행한 직선은
  나머지 변의 중점을 지난다.



중점 연결 정리 개념 확장



유튜브
슈퍼브레인

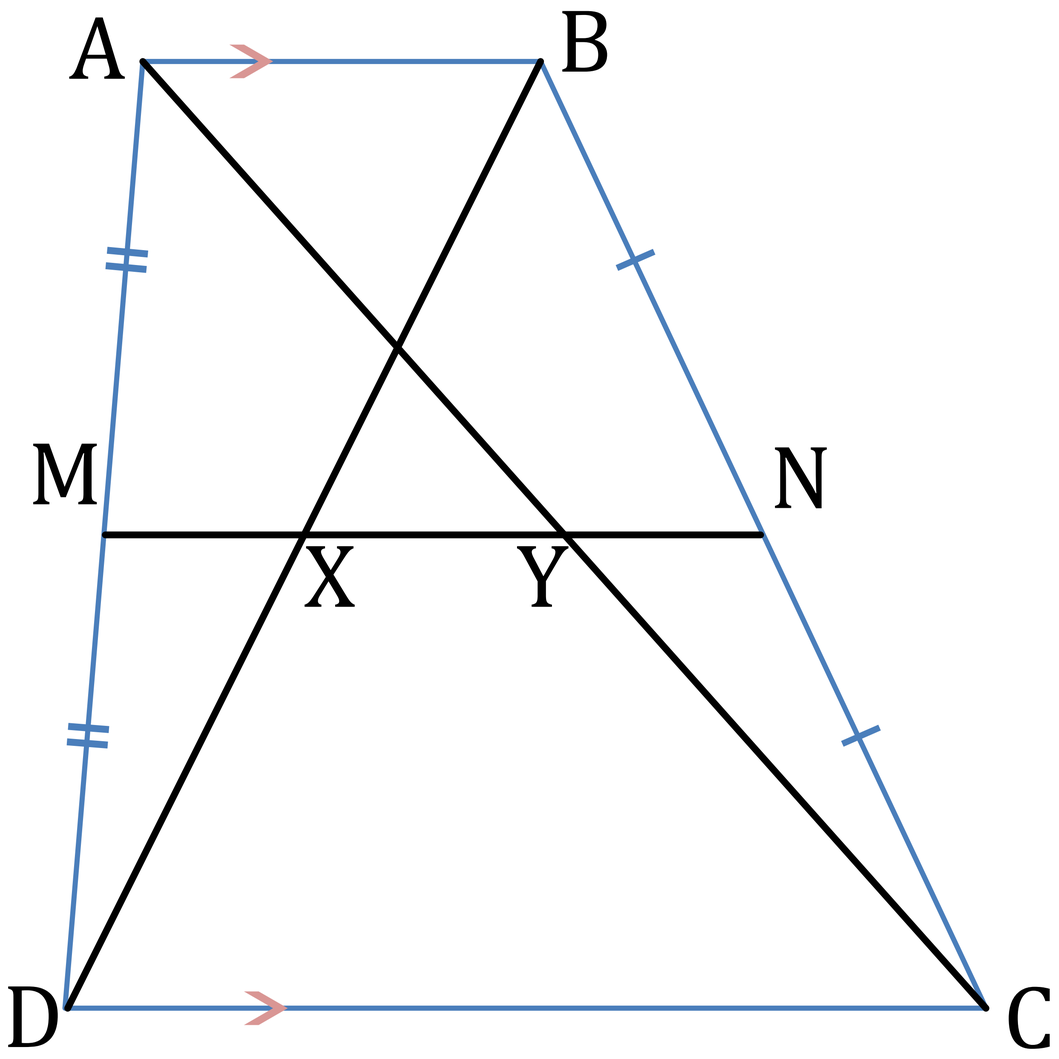


주의 : 사다리꼴들은 대응각이 모두 같지만 닮음이 아님

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD})$$

SuperBrain

중점 연결 정리 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질



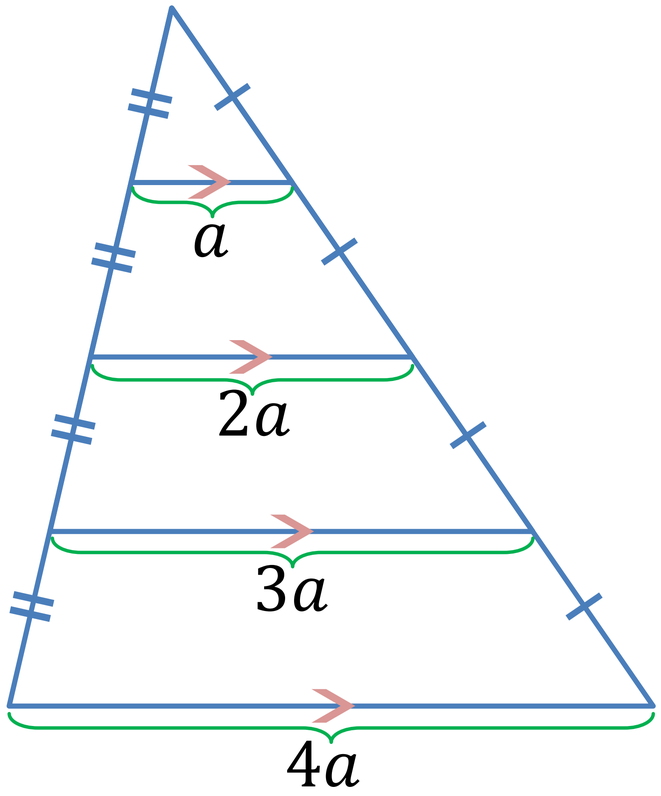
$$\overline{XY} = \frac{1}{2}(\overline{CD} - \overline{AB})$$

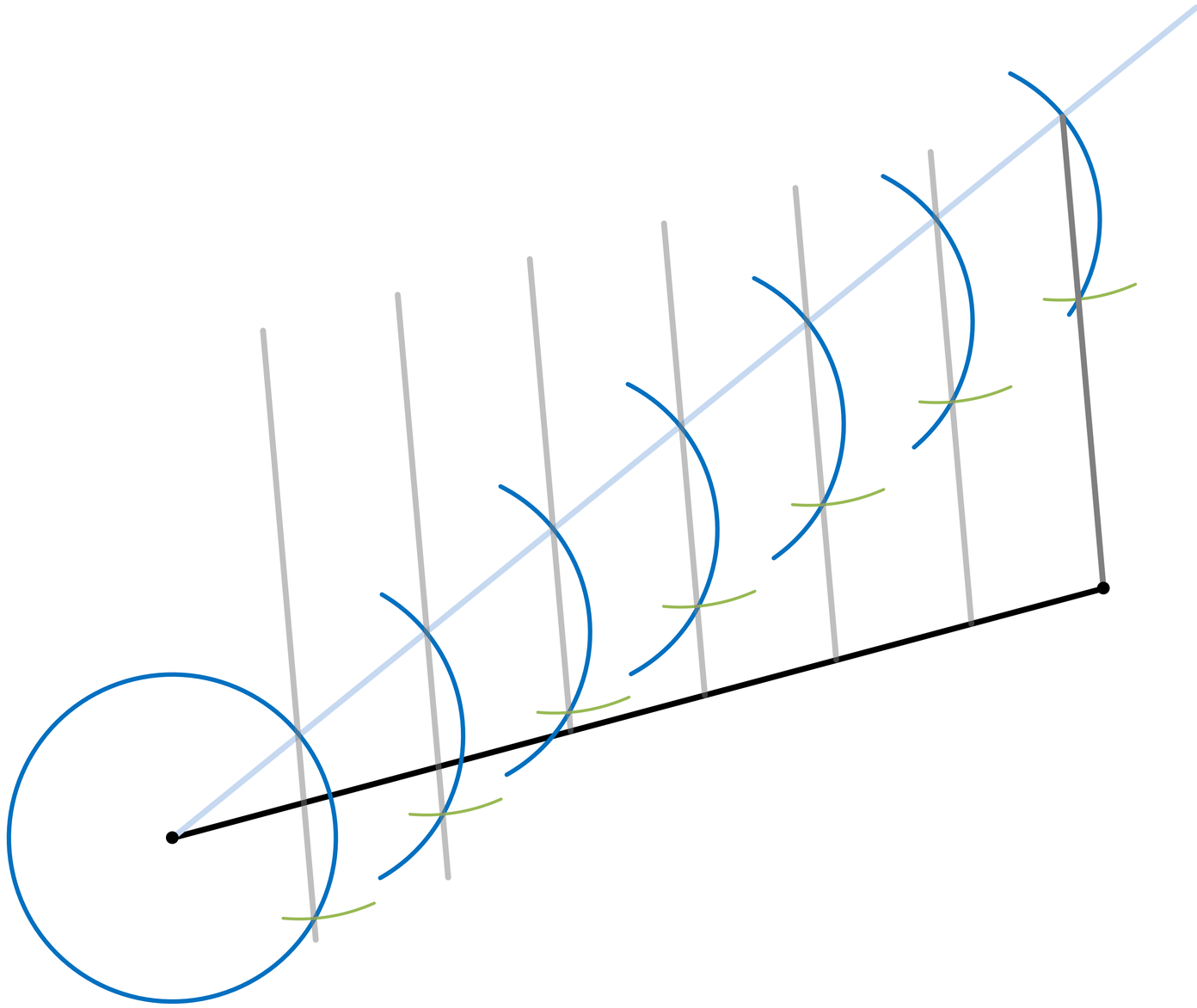
$$\overline{MY} = \frac{1}{2}\overline{CD}$$

$$\overline{MX} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

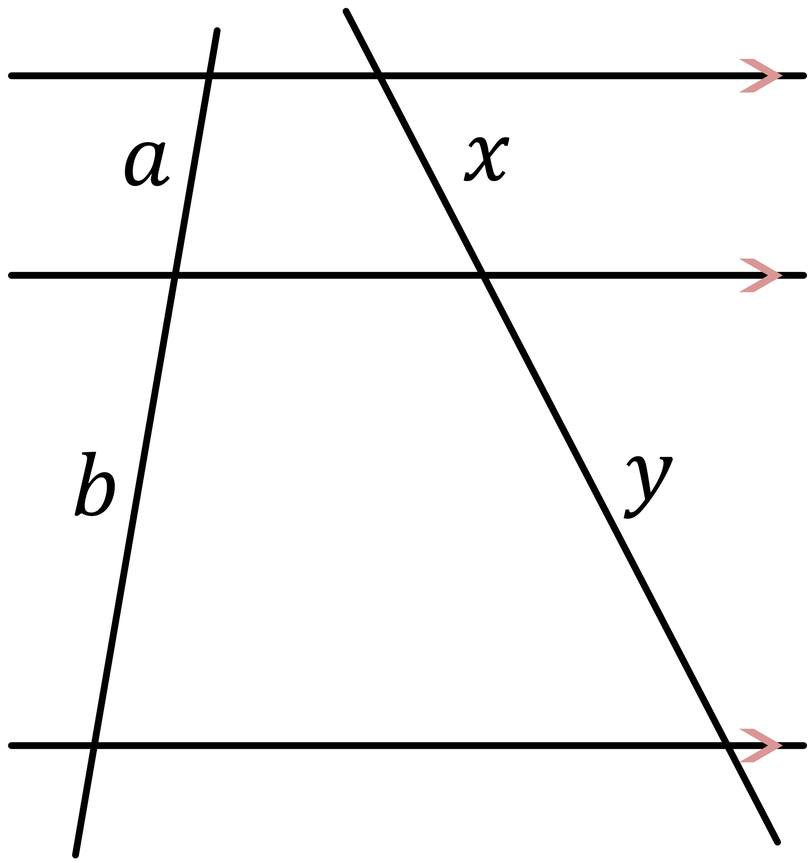
$$\overline{XY} = \overline{MY} - \overline{MX}$$

중점 연결 정리 개념 확장



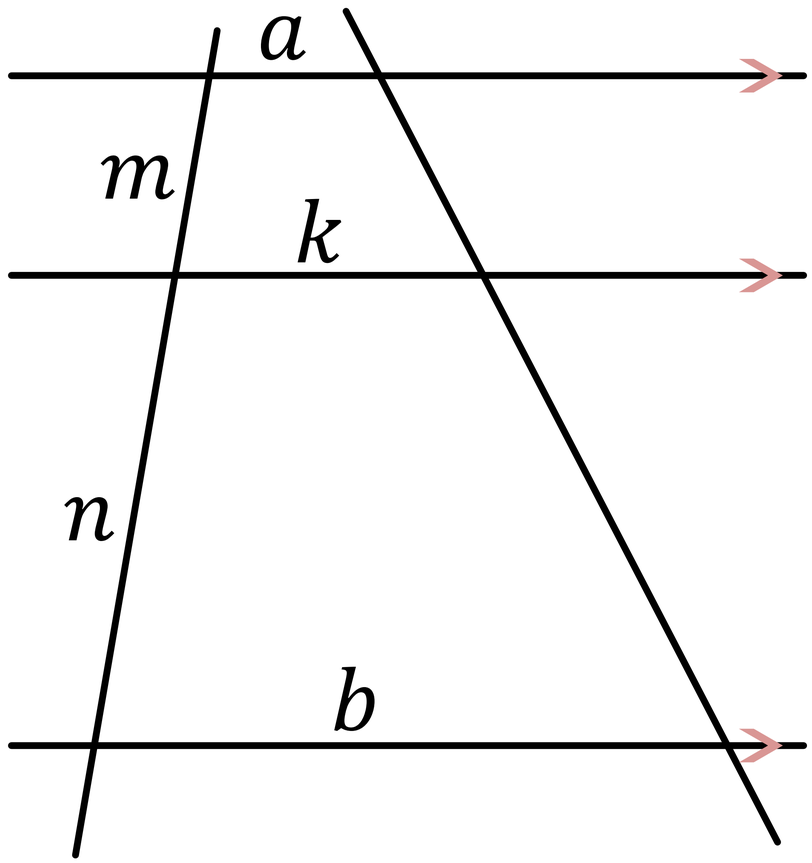


평행선과 선분 길이의 비

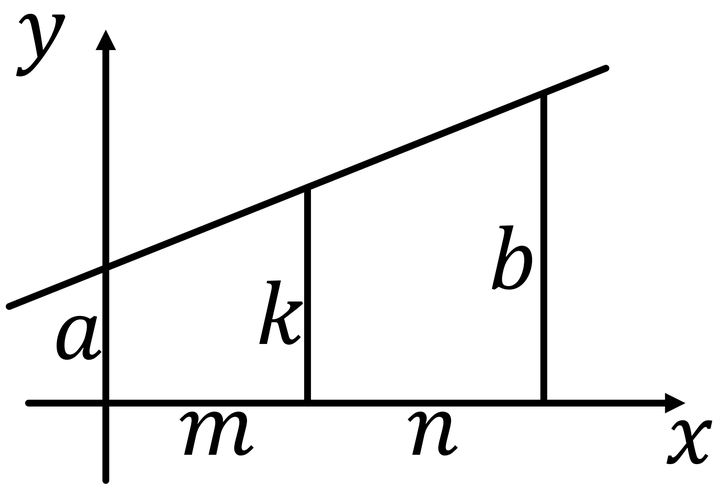


$$a : b = x : y$$

평행선과 선분 길이의 비



$$k = a + \frac{m(b-a)}{m+n}$$



삼각형의 무게중심

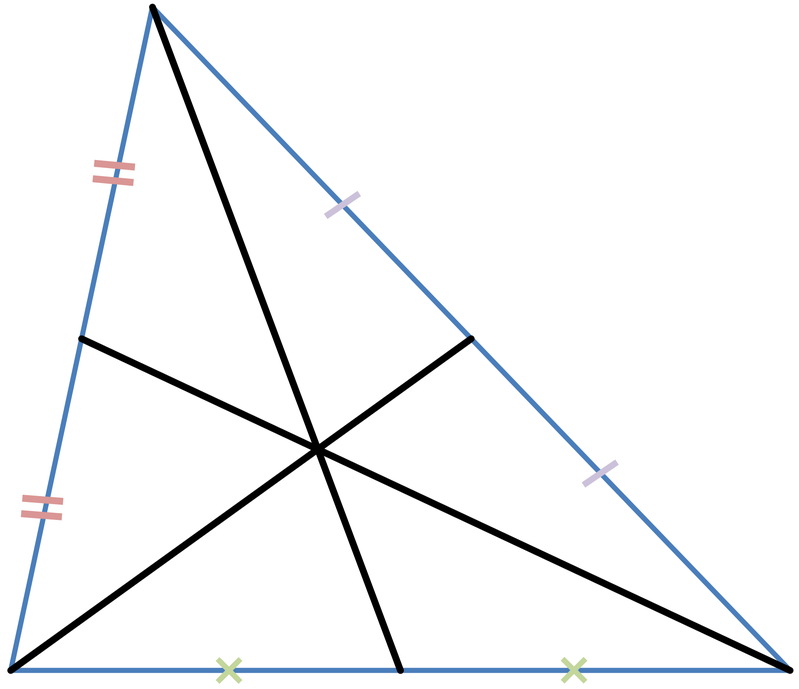
중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

삼각형의 무게중심

- 삼각형의 중선 : 삼각형의 한 꼭짓점에서 대변의 중점까지 연결한 선분
  - 중선은 삼각형의 넓이를 반으로 나누는 선

- 삼각형의 무게중심 : 삼각형의 세 중선의 교점
  - 그림의 6개 삼각형은 모두 넓이가 동일
  - 무게중심은 중선을 2:1로 나누는 위치



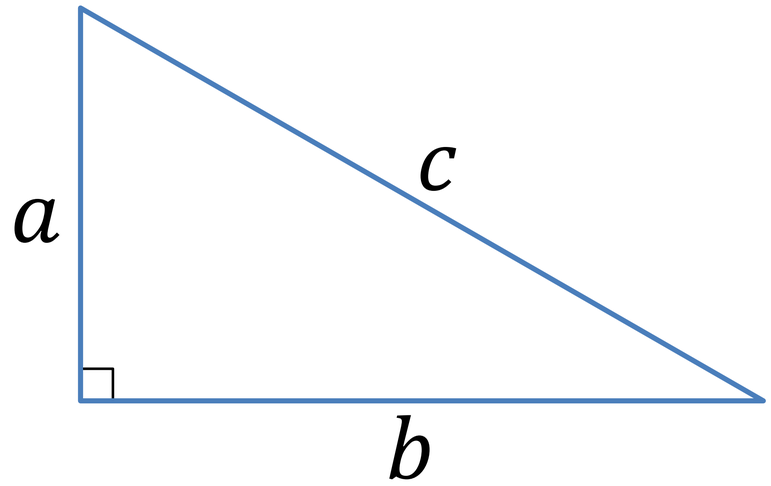
피타고라스 정리

중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

피타고라스 정리

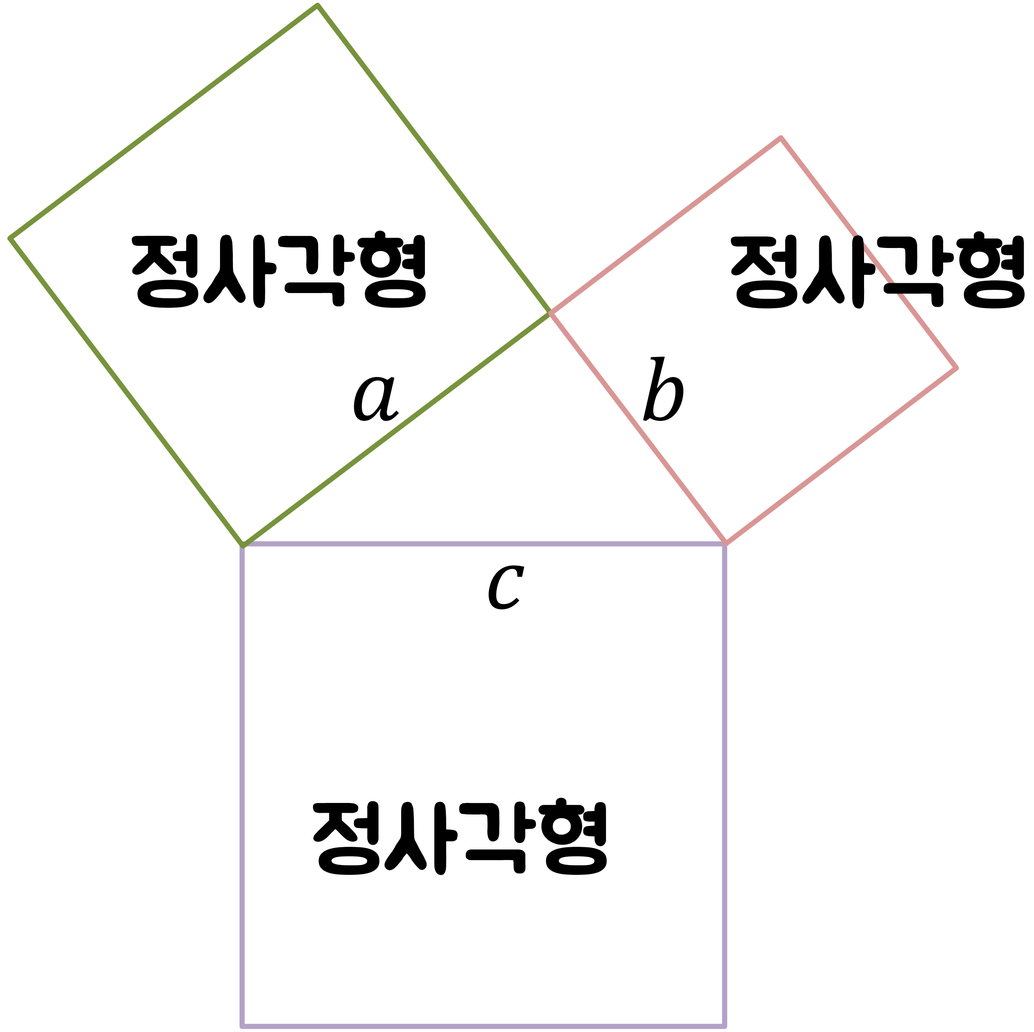
- **피타고라스 정리** : $c^2 = a^2 + b^2$
  - 직각삼각형에서 빗변 길이의 제곱은 나머지 두 변 길이의 제곱의 합과 같다.



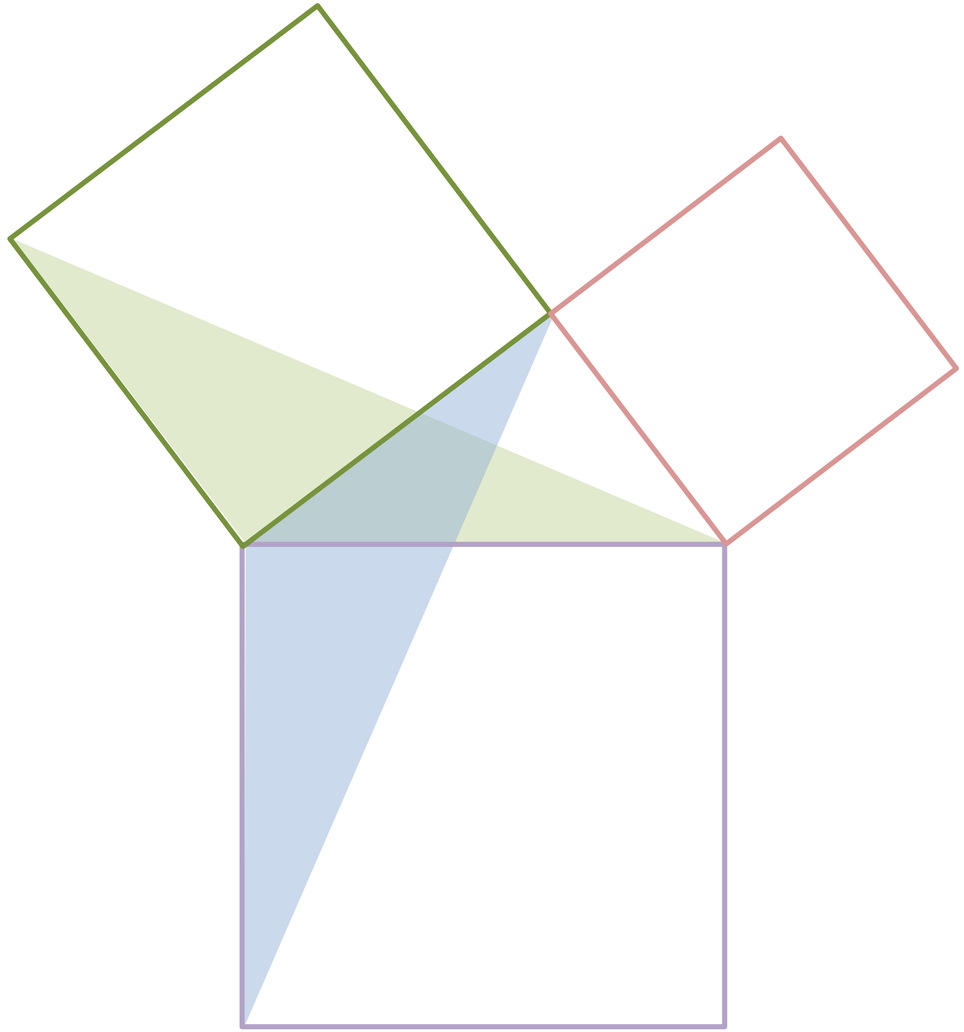
$$c^2 = a^2 + b^2$$

피타고라스 정리 증명

■ 직각삼각형의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린다.

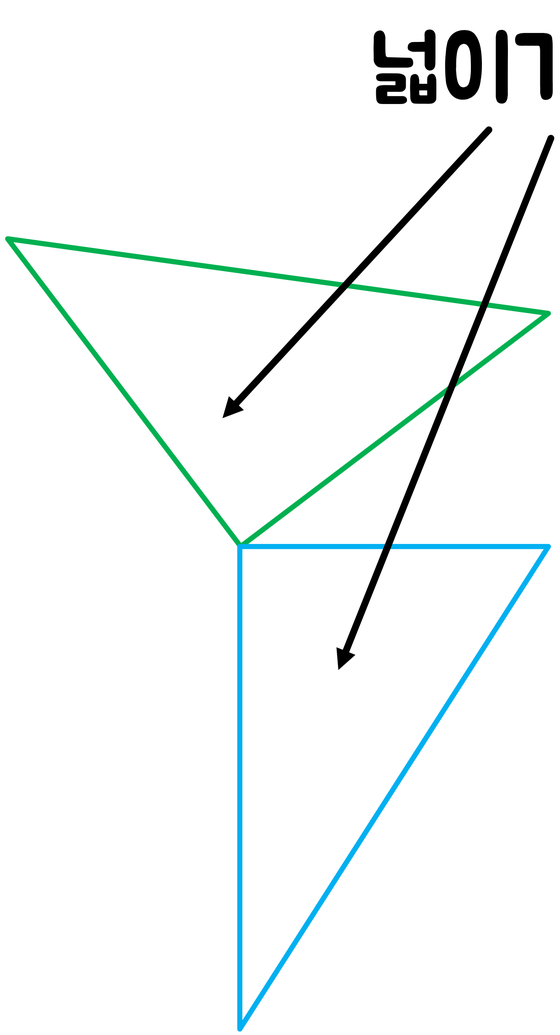


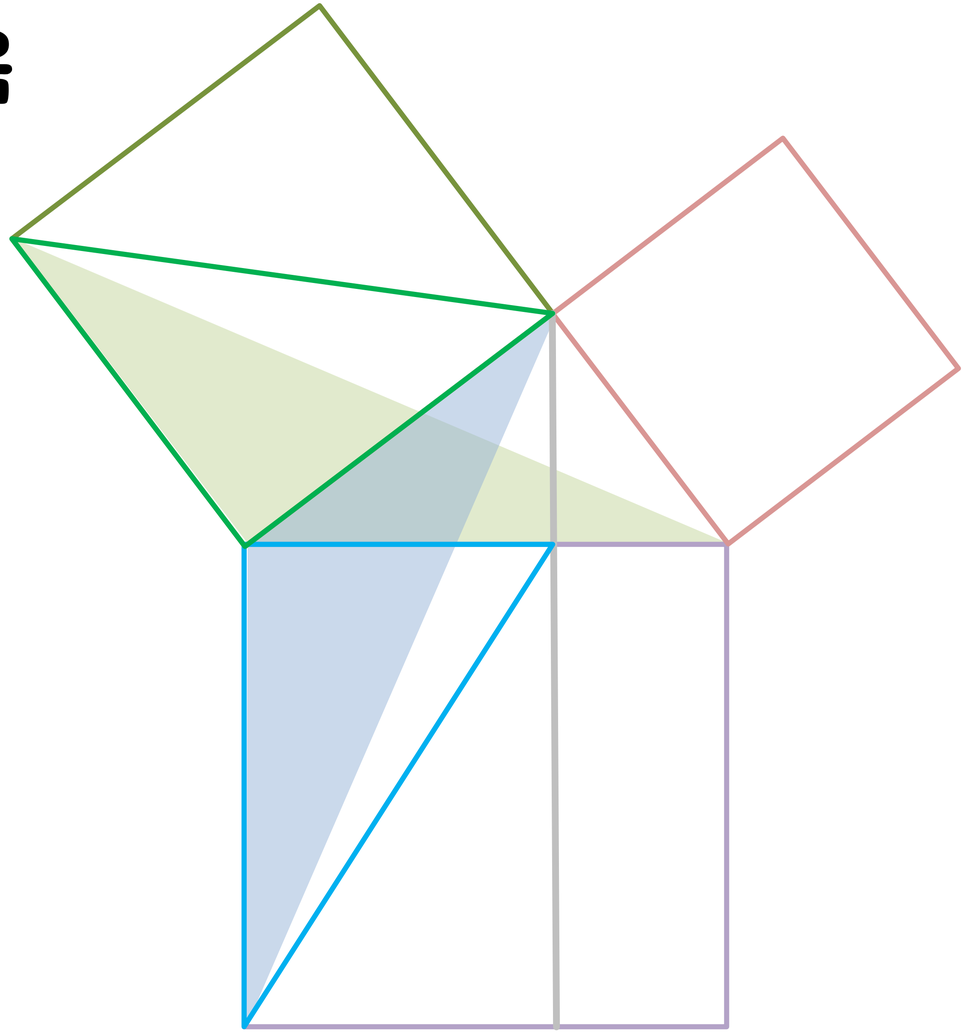
피타고라스 정리 증명



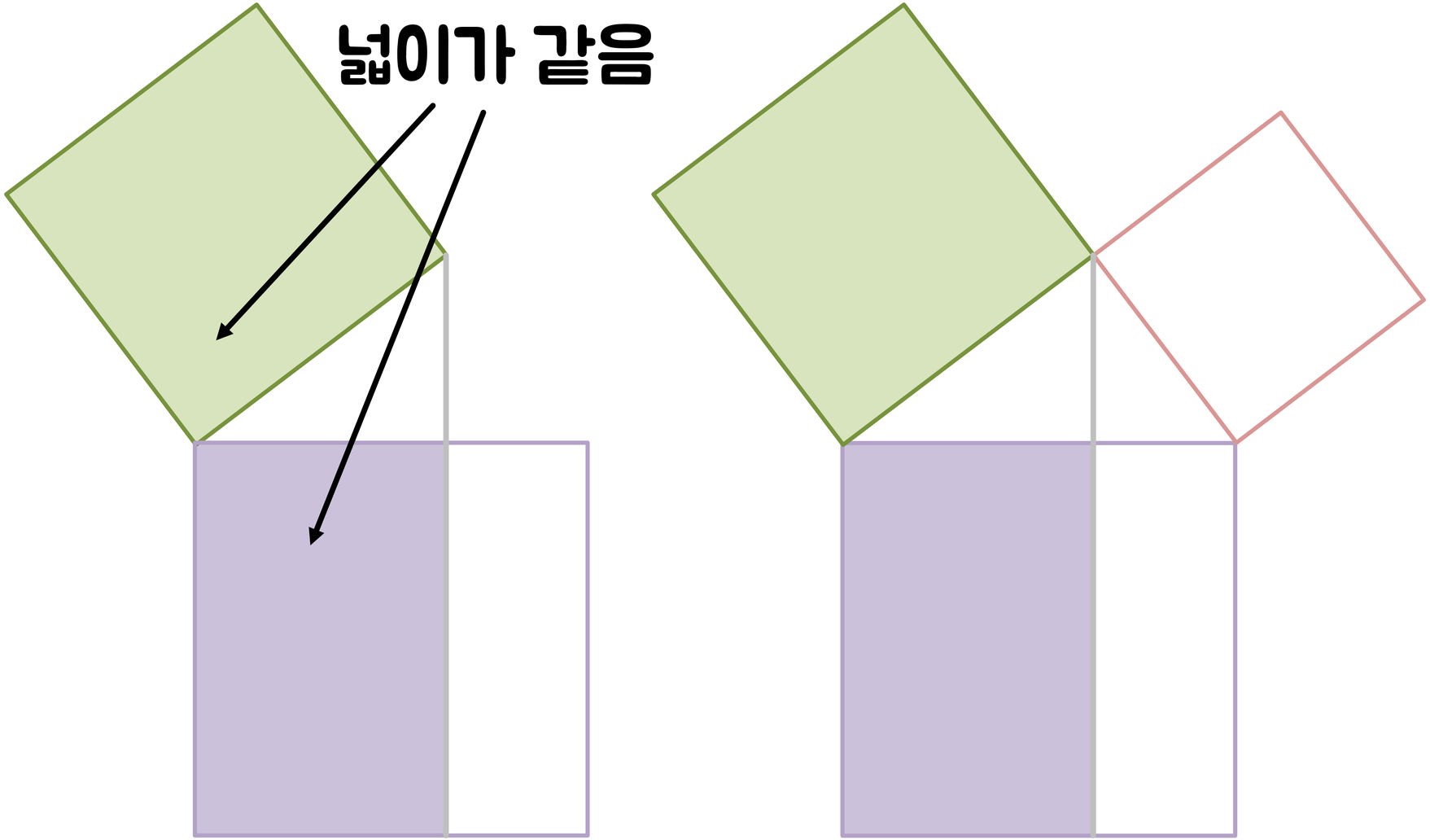
피타고라스 정리 증명

넓이가 같음

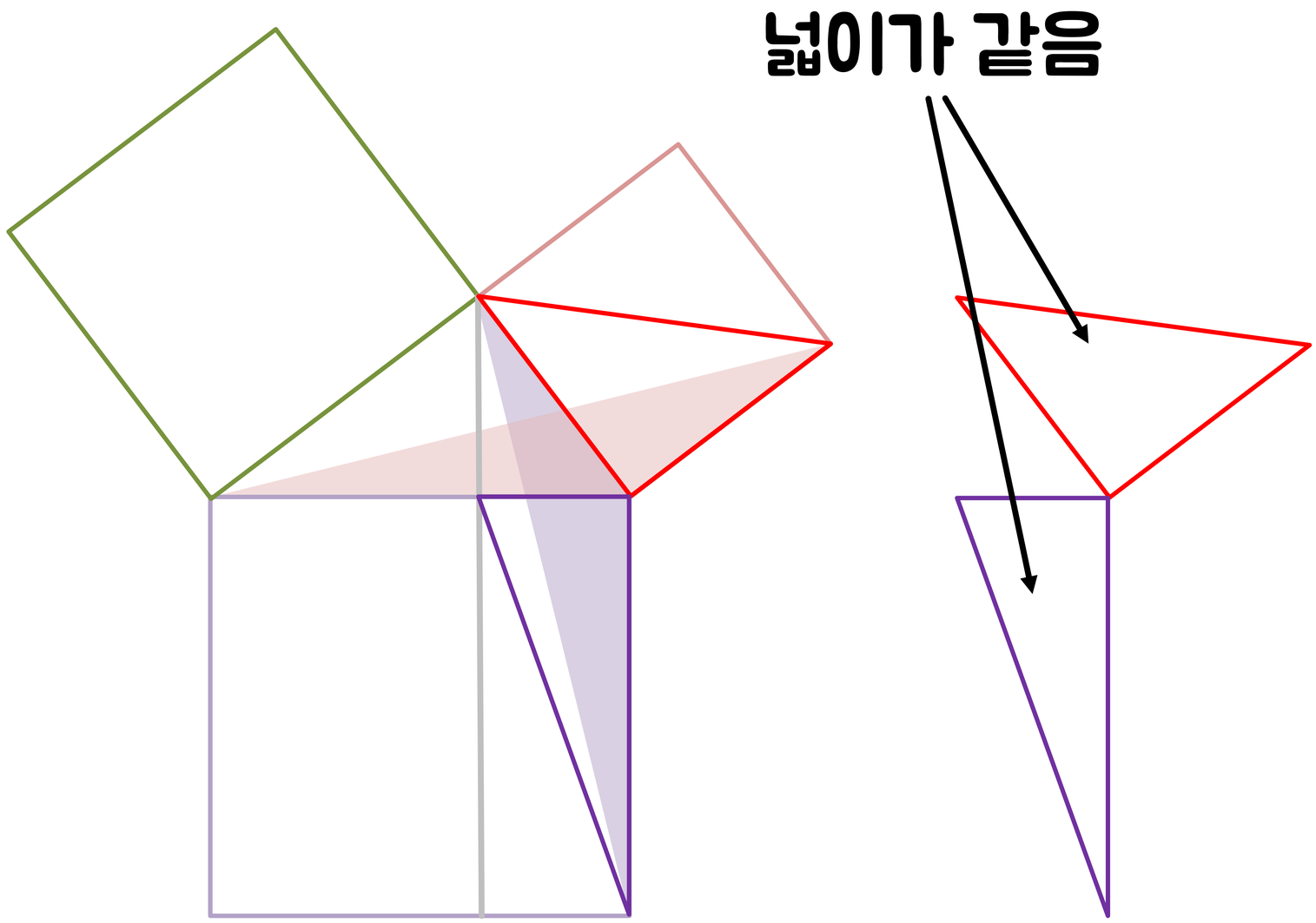




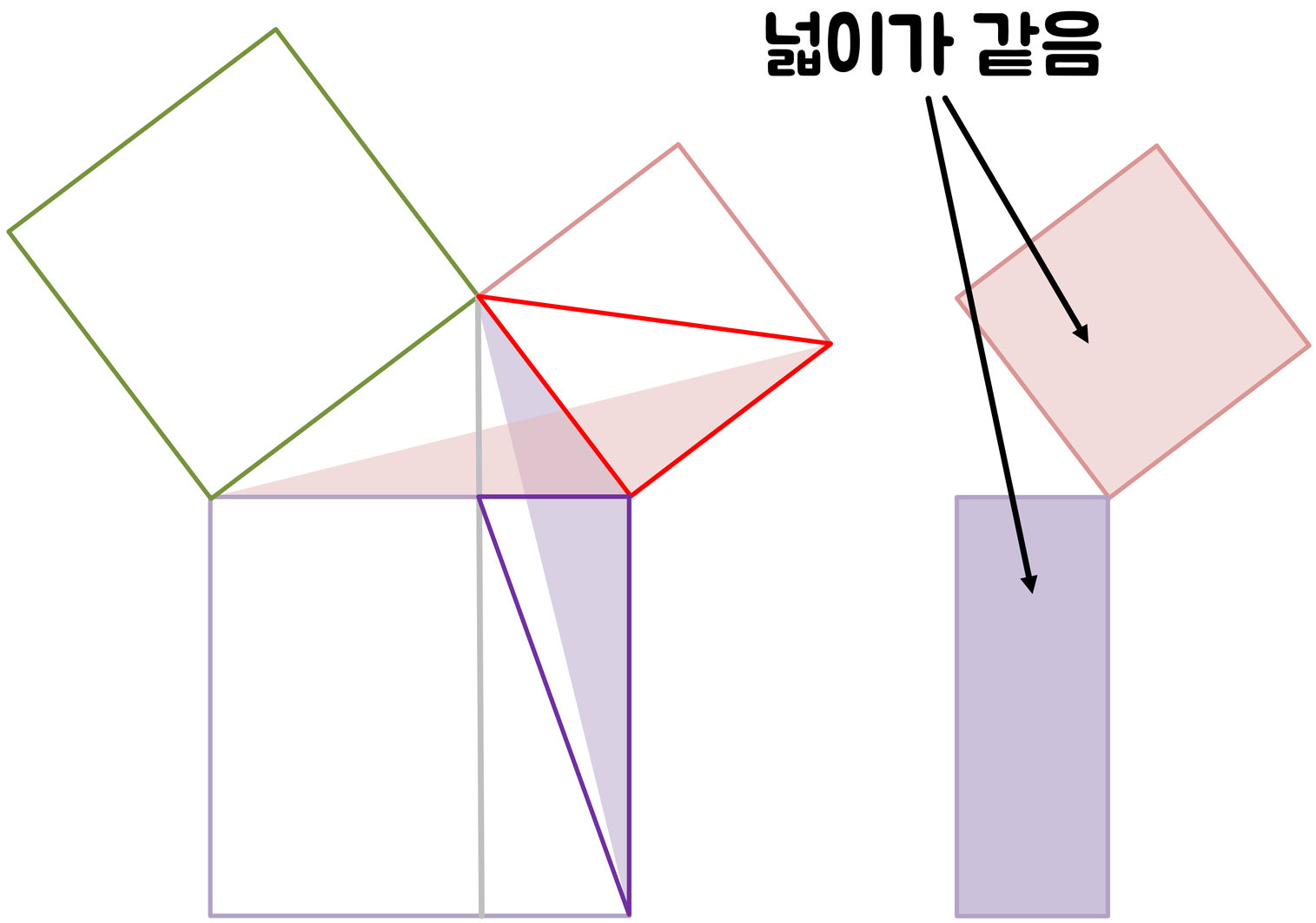
피타고라스 정리 증명



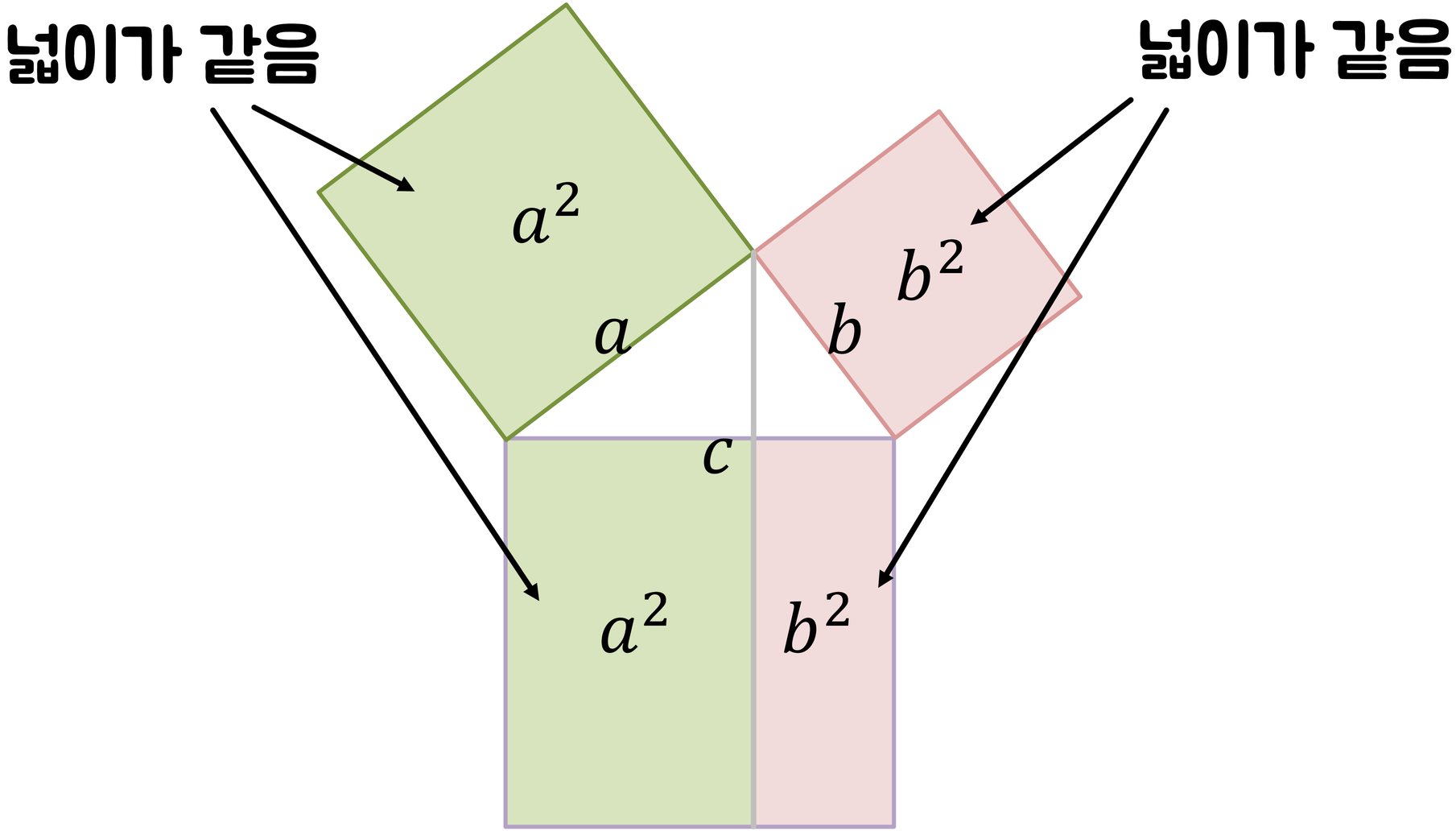
피타고라스 정리 증명



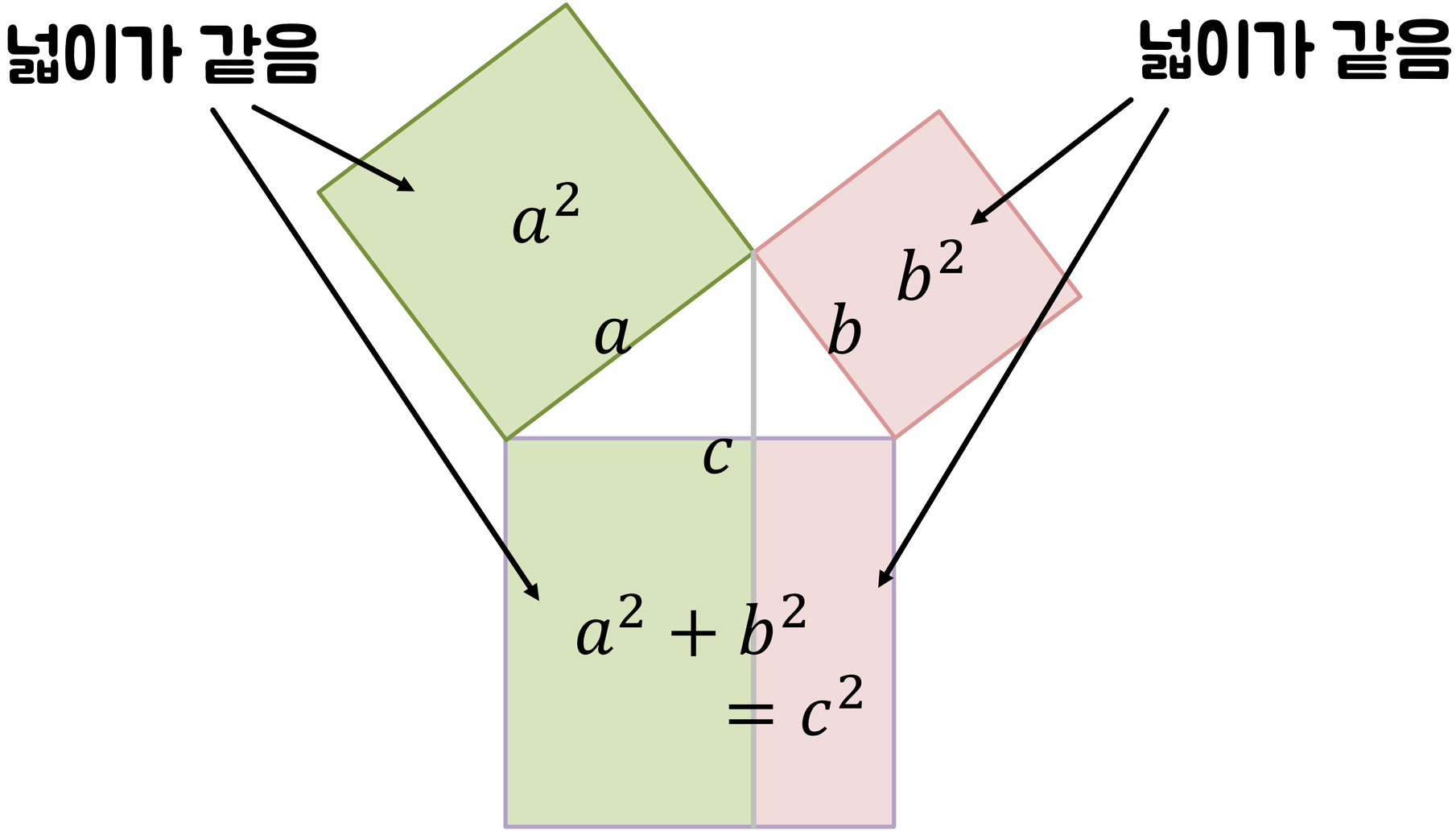
피타고라스 정리 증명



피타고라스 정리 증명

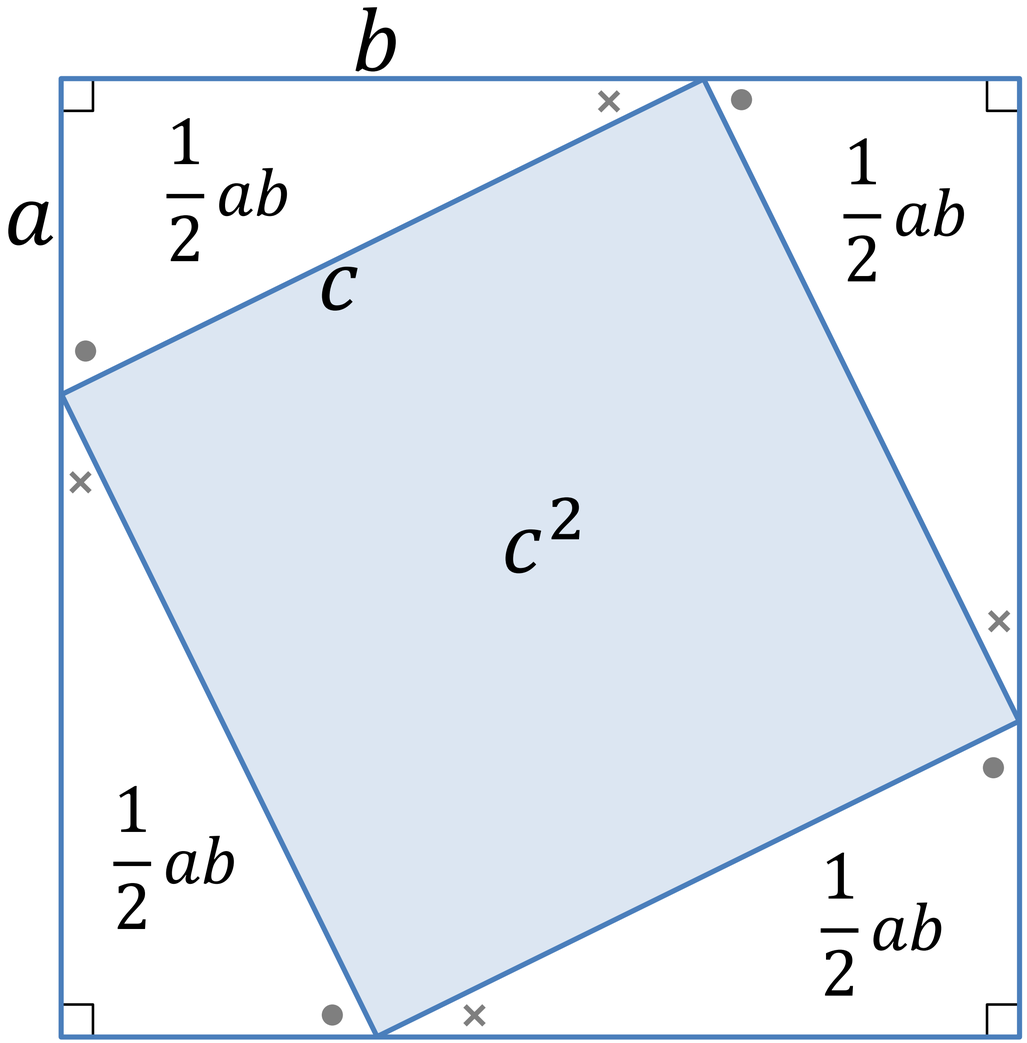


피타고라스 정리 증명



SuperBrain

피타고라스 정리 증명



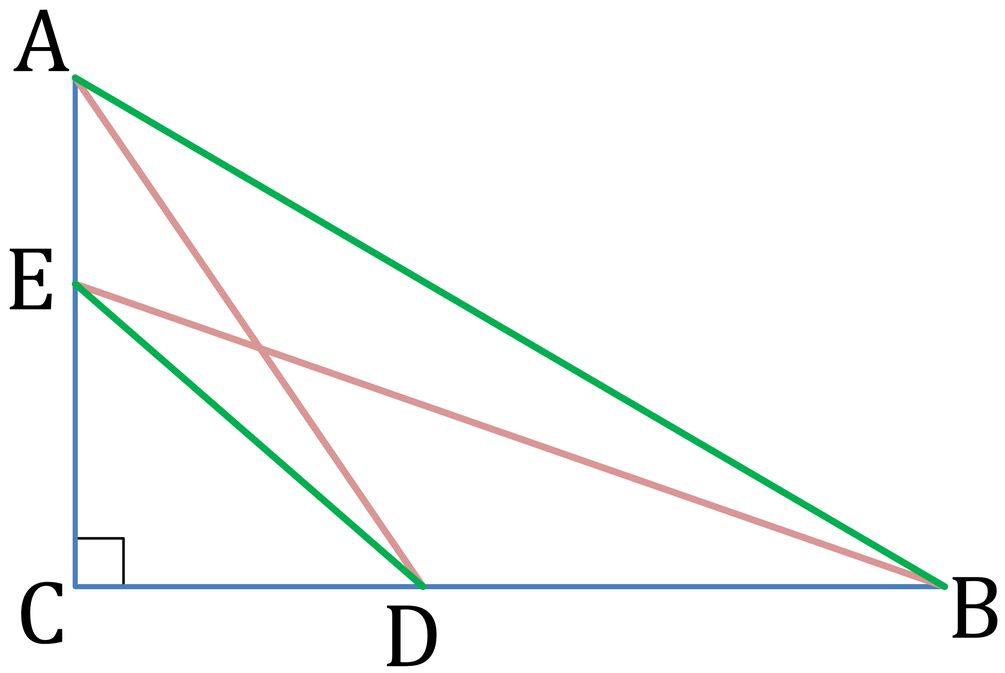
□ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

▱ × 4 $\quad 4 \times \frac{1}{2}ab = 2ab$

◇ $a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$

$c^2 = a^2 + b^2$

피타고라스 정리 활용



$$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{CE}^2$$

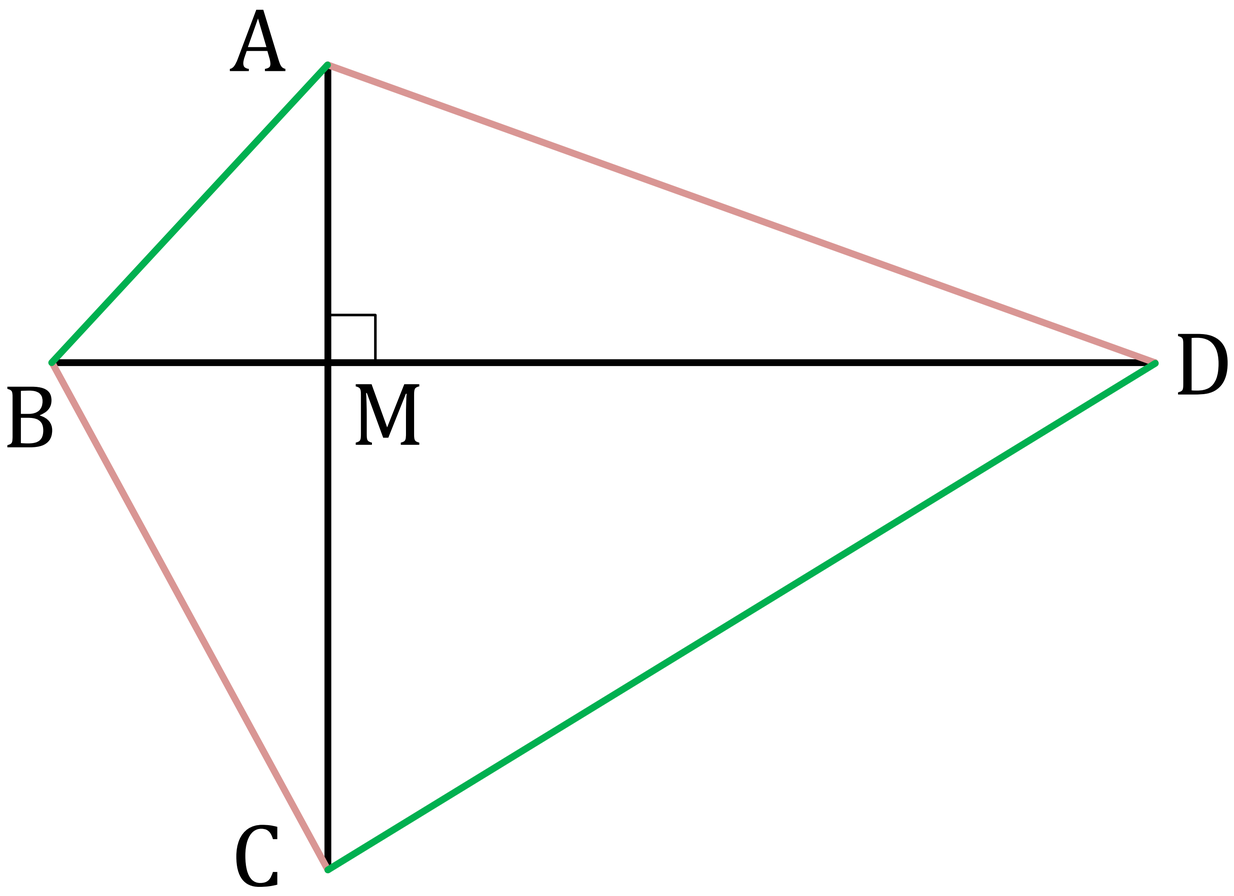
$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

$$\overline{BE}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{BC}^2$$

피타고라스 정리 활용

유튜브
슈퍼브레인

선분 $\overline{AC}$ 와 선분 $\overline{BD}$가
M 에서 서로 수직으로 교차할 때



$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2$$

$$\overline{CD}^2 = \overline{CM}^2 + \overline{DM}^2$$

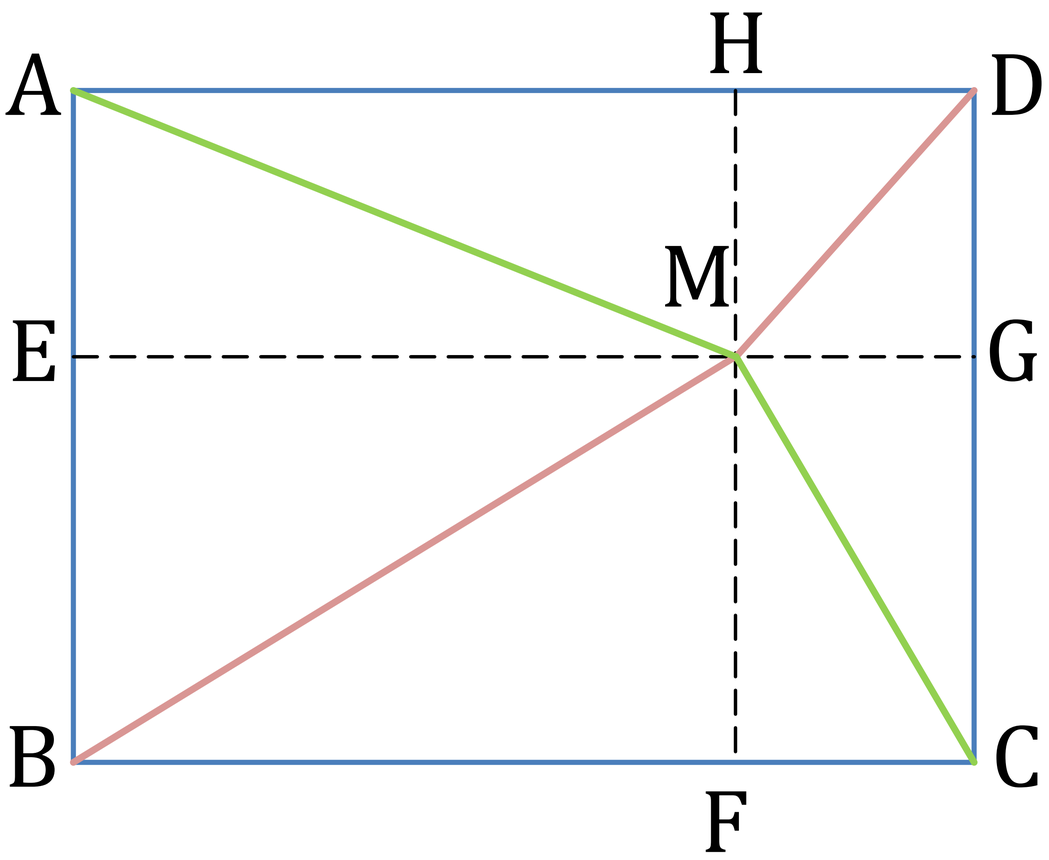
$$\overline{AD}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{DM}^2$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{CM}^2 + \overline{BM}^2$$

SuperBrain

피타고라스 정리 활용

직사각형 ABCD 내 임의의 한 점 M



$$\overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{DM}^2$$

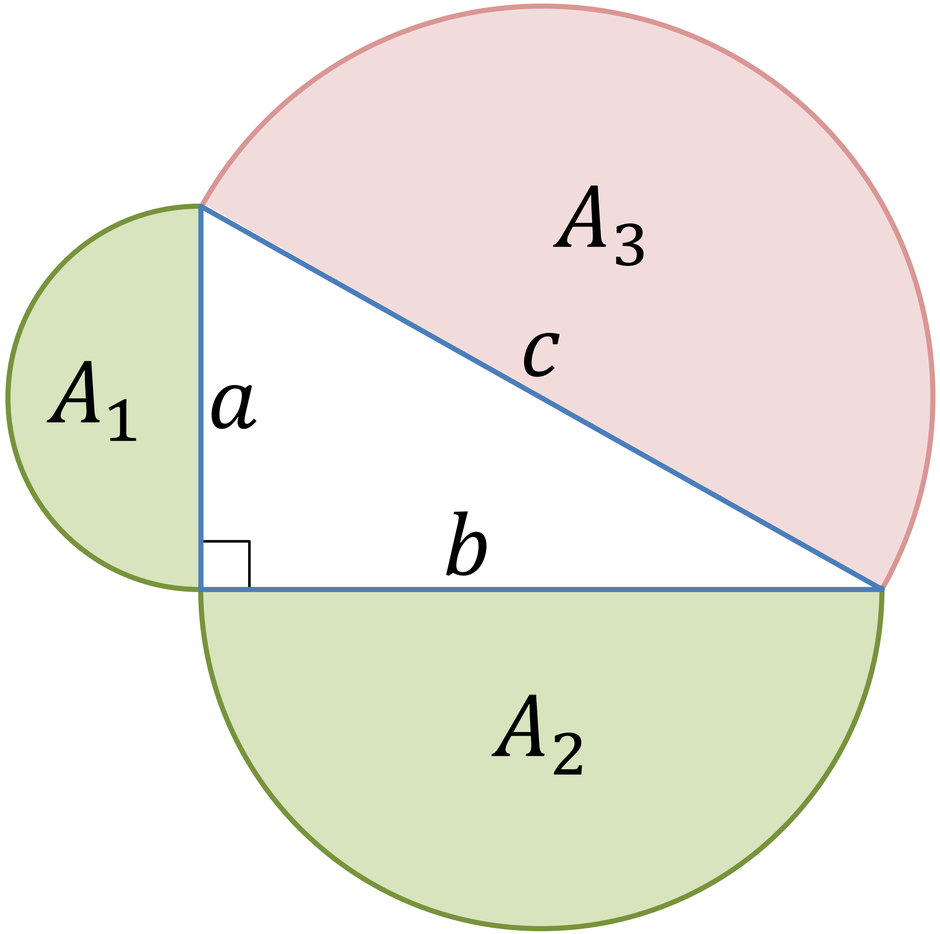
$$\overline{AM}^2 = \overline{HM}^2 + \overline{EM}^2$$

$$\overline{CM}^2 = \overline{FM}^2 + \overline{GM}^2$$

$$\overline{BM}^2 = \overline{EM}^2 + \overline{FM}^2$$

$$\overline{DM}^2 = \overline{GM}^2 + \overline{HM}^2$$

직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 개의 반원



$$A_1 = \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8} a^2$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8} b^2$$

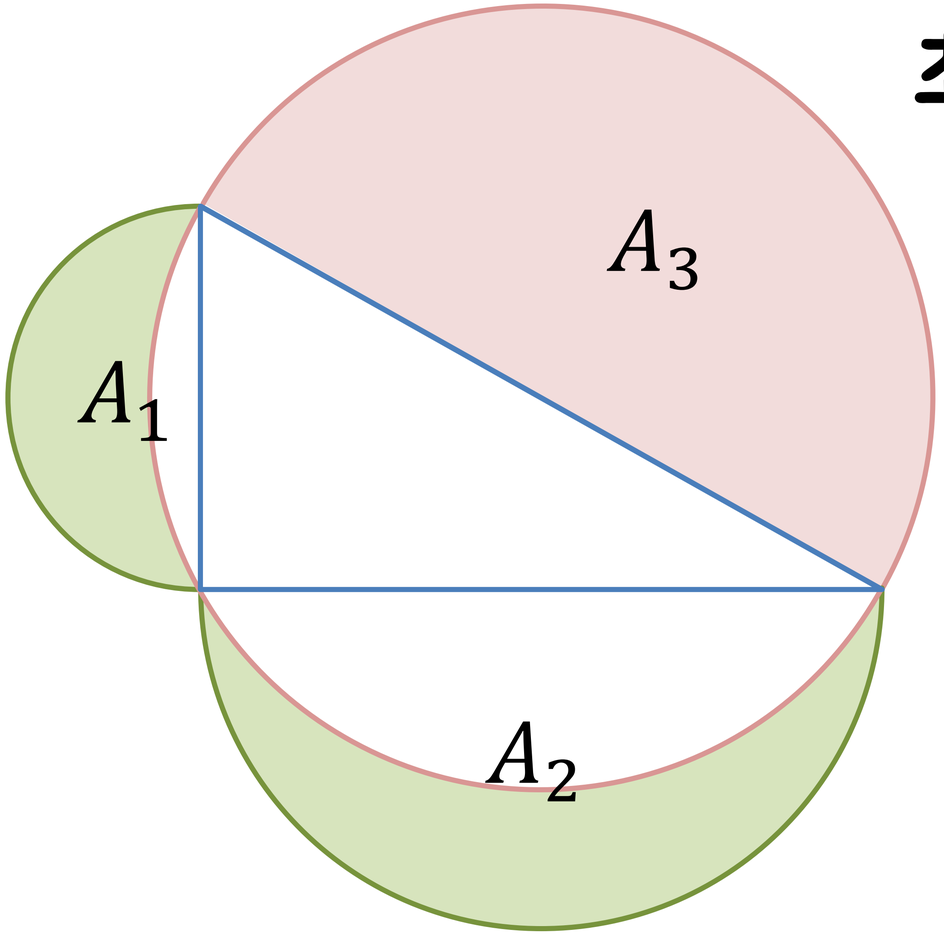
$$A_3 = \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8} c^2$$

$$A_1 + A_2 = \frac{\pi}{8}(a^2 + b^2)$$

$$A_1 + A_2 = A_3$$

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 개의 반원



초록색 부분의 넓이 $= A_1 + A_2 + \Delta - A_3$

$A_1 + A_2 = A_3$ 이므로

초록색 부분의 넓이 $= A_3 + \Delta - A_3$

초록색 부분의 넓이 $= \Delta$

SuperBrain

경우의 수

중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

확률 용어

- 사건 : 같은 조건에서 반복할 수 있는 실험/시행에서 일어날 수 있는 결과
- 경우의 수 : 어떤 사건이 일어나는 가지 수

동전을 던질 때 앞면이 나오는 사건	경우의 수 : 1
주사위 한 개를 던질 때 홀수가 나오는 사건	경우의 수 : 3
양궁에서 7점 이상 맞추는 사건	경우의 수 : 4
카드에서 클로버가 나오는 사건	경우의 수 : 13

OR / AND

- **OR** : 두 사건이 동일 시행에 일어나지 않을 때, 경우의 수는 **더한다**.
  - ~이거나, 혹은 등과 같은 표현
  - 예) 스포츠 채널 3개와 음악 채널 5개 중에서
    한 채널을 선택하는 경우의 수 : $3 + 5 = 8$
- **AND** : 두 사건이 동일 시행에 일어날 때, 경우의 수는 **곱한다**.
  - 동시에, 그리고, ~한 후 등과 같은 표현
  - 예) 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때
    나오는 결과의 경우의 수 : $6 \times 2 = 12$

OR / AND 예제

- OR 예제 : 두 사건이 동일 시행에 일어나지 않을 때
  - 중화요리 식당에서 식사 주문을 하는데 면 종류는 여덟 가지, 밥 종류는 여섯 가지이다. 이 중에서 한 가지 메뉴만을 선택하는 경우의 수는 ?
    - $8 + 6 = 14$
  - 양재역에서 신사역까지 직접 가는 버스 노선은 8개, 지하철 노선은 2개의 노선이 있다. 양재역에서 신사역까지 대중교통을 이용해 직접 가는 경우의 수는 ?
    - $8 + 2 = 10$

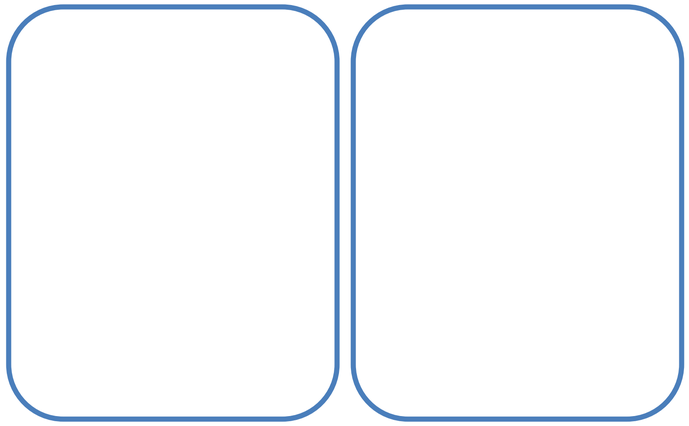
OR / AND 예제

- AND 예제 : 두 사건이 동일 시행에 일어날 때
  - 지원이와 승원이가 각각 주사위를 던질 때 지원이는 짝수, 승원이는 홀수를 던지는 경우의 수
    - $3 \times 3 = 9$
    - (2,1) (2,3) (2,5) (4,1) (4,3) (4,5) (6,1) (6,3) (6,5)

	2	4	6
1	(2,1)	(4,1)	(6,1)
3	(2,3)	(4,3)	(6,3)
5	(2,5)	(4,5)	(6,5)

OR / AND 예제

- **AND 예제 : 두 사건이 동일 시행에 일어날 때**
  - **1부터 5까지 자연수가 적힌 다섯 장의 카드 중에서 두 장을 뽑아 두 자리 수를 만드는 경우의 수**
    - $5 \times 4 = 20$

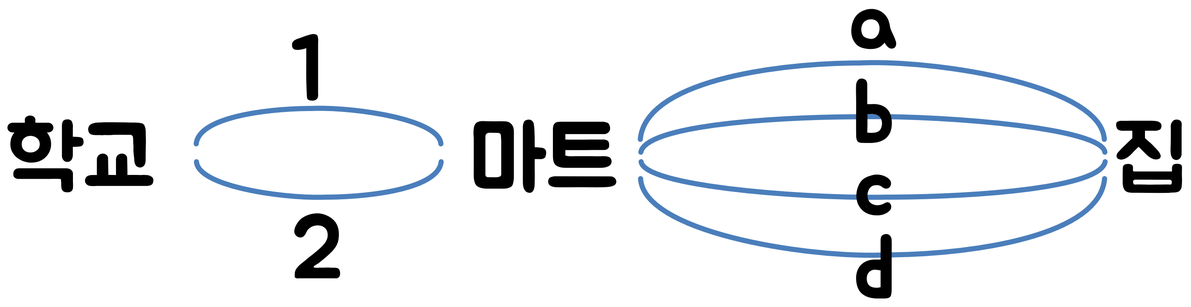


십의자리	일의자리	십의자리	일의자리	십의자리	일의자리
1	2	2	1	3	1
	3		3		2
	4		4		4
	5		5		5
4	1	5	1		
	2		2		
	3		3		
	5		4		

OR / AND 예제

AND 예제 : 두 사건이 동일 시행에 일어날 때

- 학교에서 마트까지 가는 길은 두 가지, 마트에서 집으로 가는 길은 네 가지이다. 학교에서 마트를 경유하여 집으로 가는 길은 모두 몇 가지인가? (단, 같은 길, 같은 장소는 한 번만 지날 수 있다.)
  - $2 \times 4 = 8$



학교-마트	마트-집	학교-마트	마트-집
1	a	2	a
	b		b
	c		c
	d		d

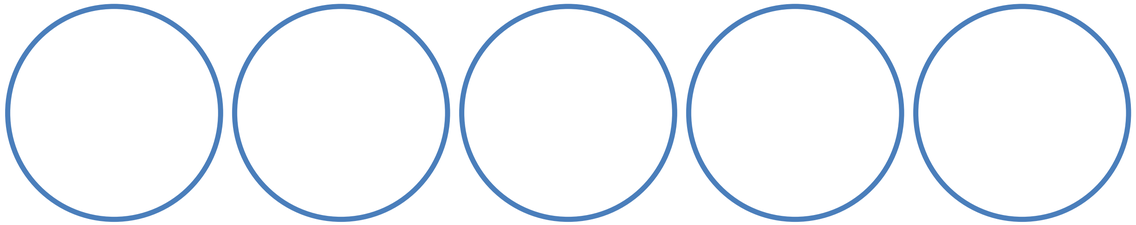
OR / AND 예제

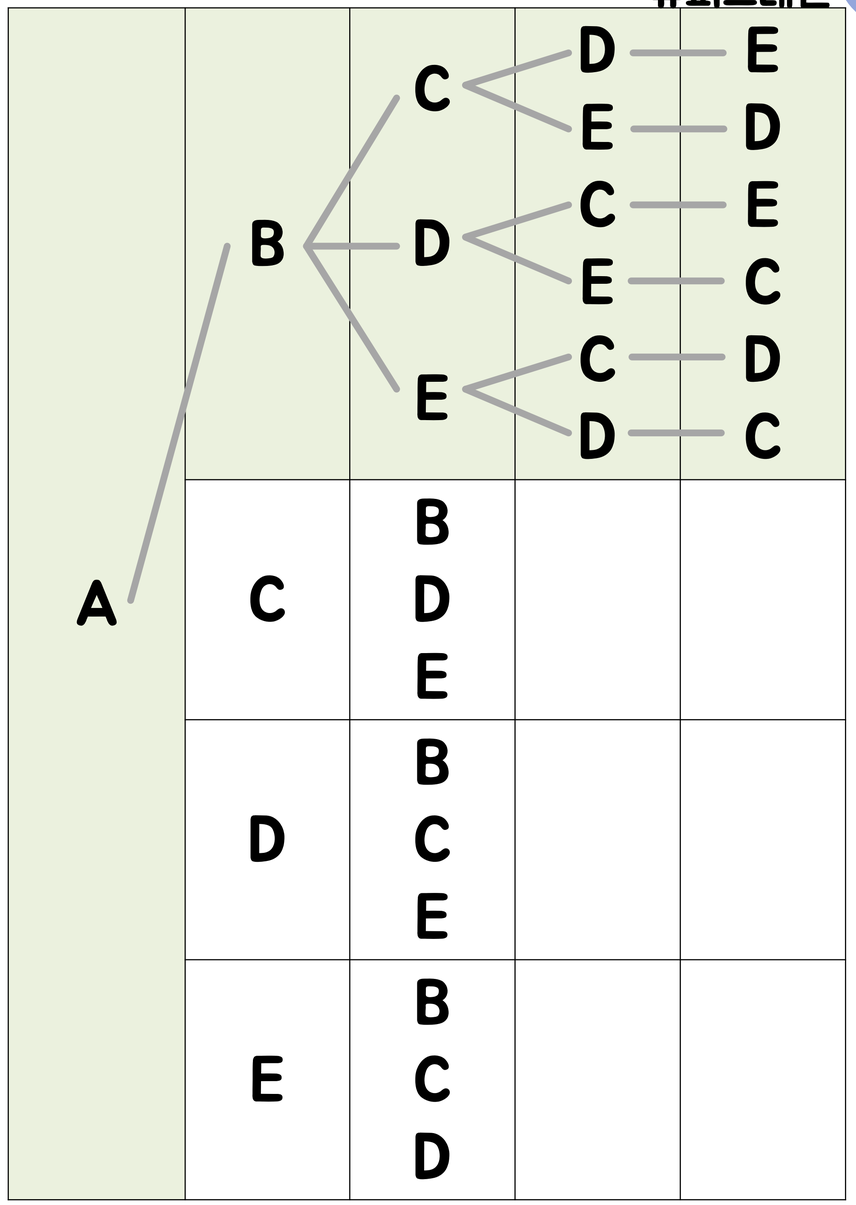
- AND 예제 : 두 사건이 동일 시행에 일어날 때
  - 한 개의 주사위를 연달아서 두 번 던질 때, 먼저 던진 주사위는 2의 배수, 나중에 던진 주사위는 3의 배수인 경우의 수
    - $3 \times 2 = 6$
    - (2,3) (2,6) (4,3) (4,6) (6,3) (6,6)

	2	4	6
3	(2,3)	(4,3)	(6,3)
6	(2,6)	(4,6)	(6,6)

한 줄로 세우기, 자연수 만들기

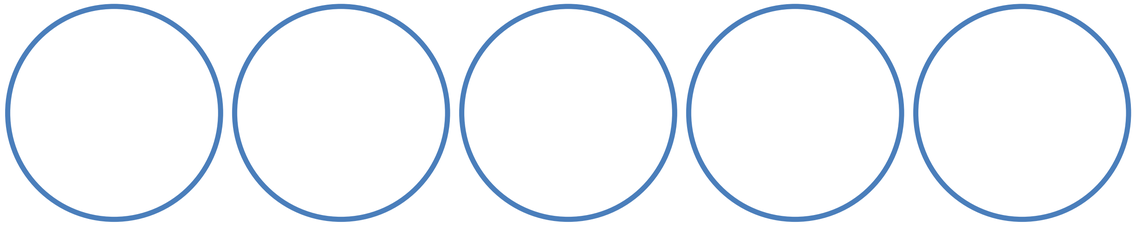
- 서로 다른 다섯 명의 사람을 한 줄로 세우는 경우의 수
  - $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

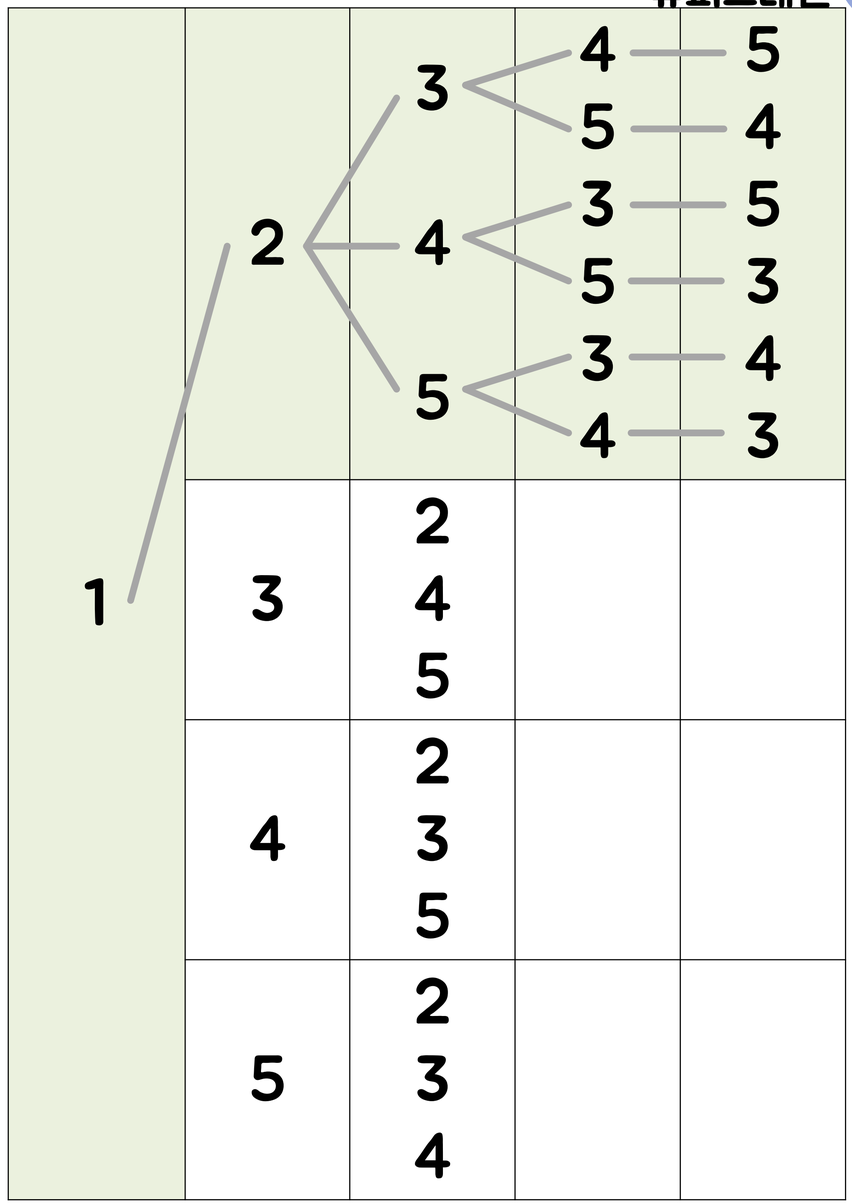




한 줄로 세우기, 자연수 만들기

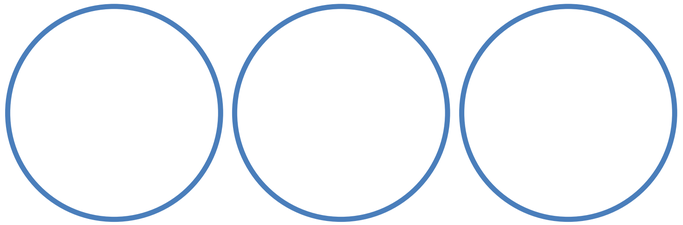
- 1부터 5까지 서로 다른 숫자가 써 있는 카드 다섯 장을 사용하여 만들 수 있는 자연수의 개수
  - $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

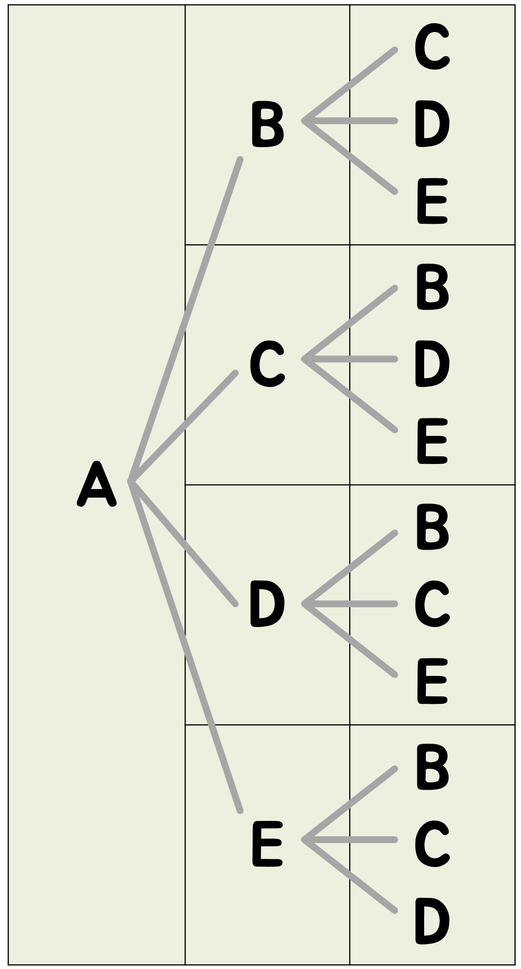




한 줄로 세우기, 자연수 만들기

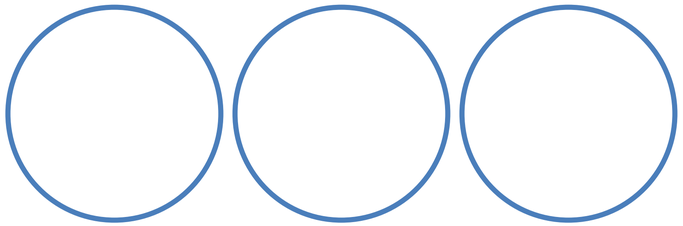
- 서로 다른 다섯 명의 사람 중 세 명을 한 줄로 세우는 경우의 수
  - $5 \times 4 \times 3 = 60$



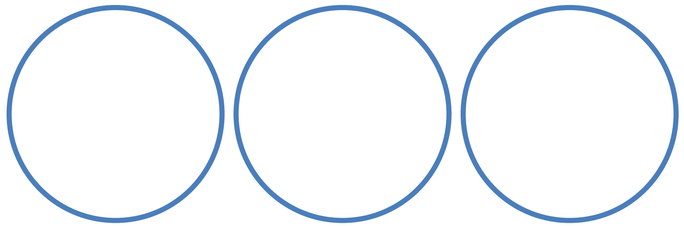


한 줄로 세우기, 자연수 만들기

- 서로 다른 열 명의 사람 중 세 명을 한 줄로 세우는 경우의 수
  - $10 \times 9 \times 8 = 720$

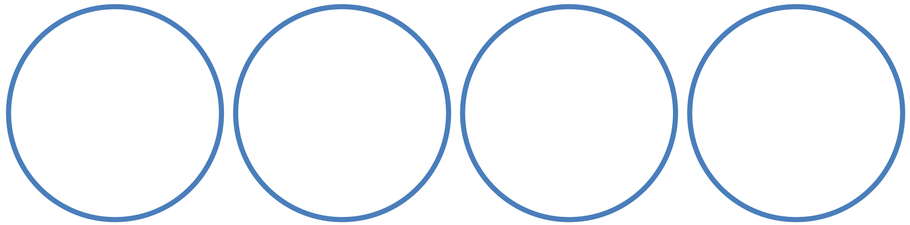


- 1부터 7까지 서로 다른 자연수가 쓰여진 일곱 장의 카드를 이용하여 만들 수 있는 세자리 자연수
  - $7 \times 6 \times 5 = 210$

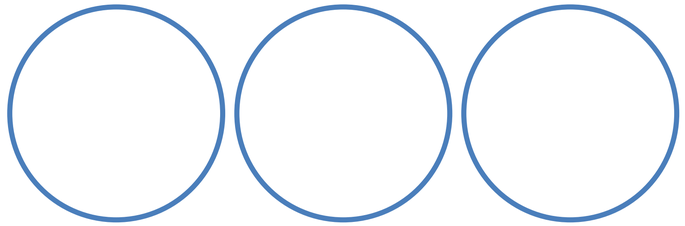


한 줄로 세우기, 자연수 만들기

- 0, 1, 2, 3, 4, 5 가 쓰여진 여섯 장의 카드를 이용하여 만들 수 있는 네자리 자연수의 개수
  - $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$

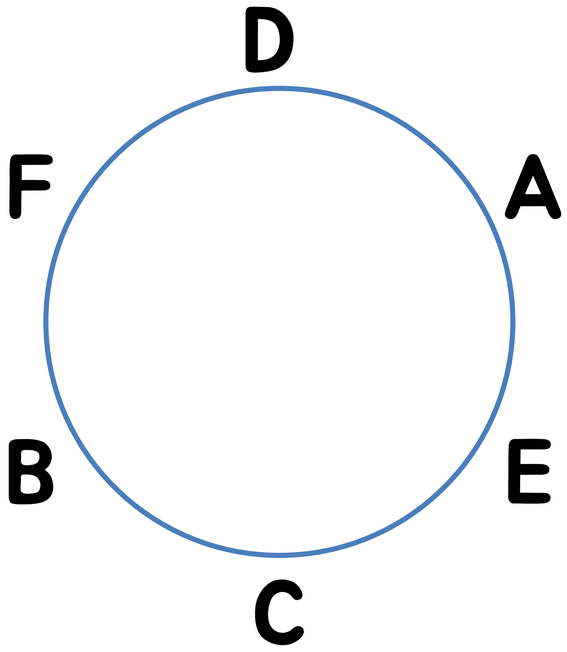


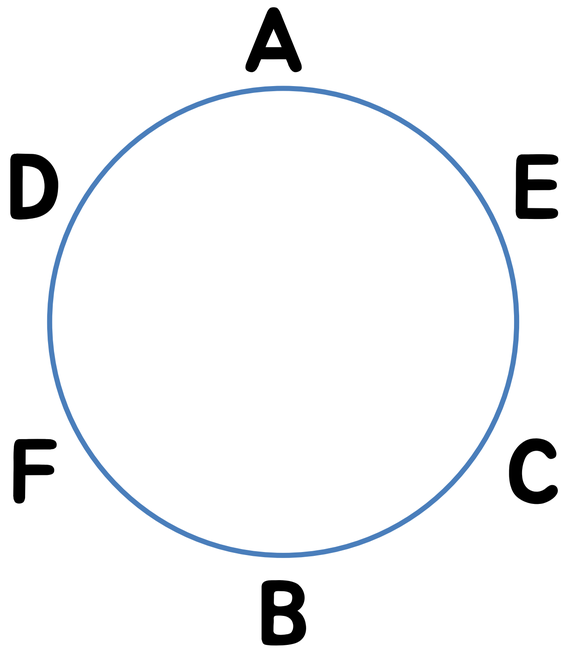
- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 쓰여진 일곱 장의 카드를 이용하여 만들 수 있는 세자리 자연수 중 짝수의 개수
  - $3 \times 6 \times 5 = 90$



원탁에 앉는 경우의 수

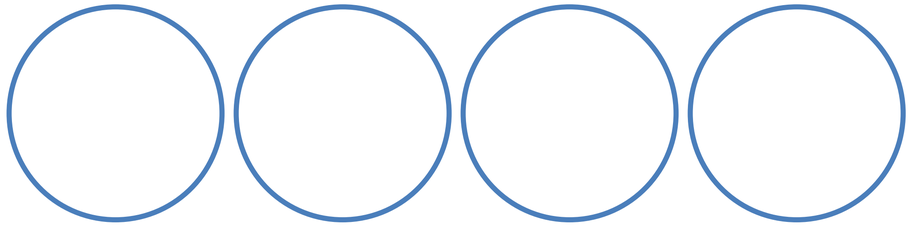
- 6인용 원탁에 여섯 명의 사람이 앉으려고 한다. 자리를 배치하는 경우의 수는 ?
  - $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$
  - 여섯 가지의 경우를 동일 취급
  - $720 \div 6 = 120$





대표자를 뽑는 경우의 수

- 열 명의 사람 중에서 계주에 나갈 네 명을 무작위로 뽑는 경우의 수
  - 만약 한 줄로 세우기라면 $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$



  - 그런데 순서가 상관 없기 때문에 ADEG, AEDG, AGDE, GDEA 등은 같은 경우
  - 즉, $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$

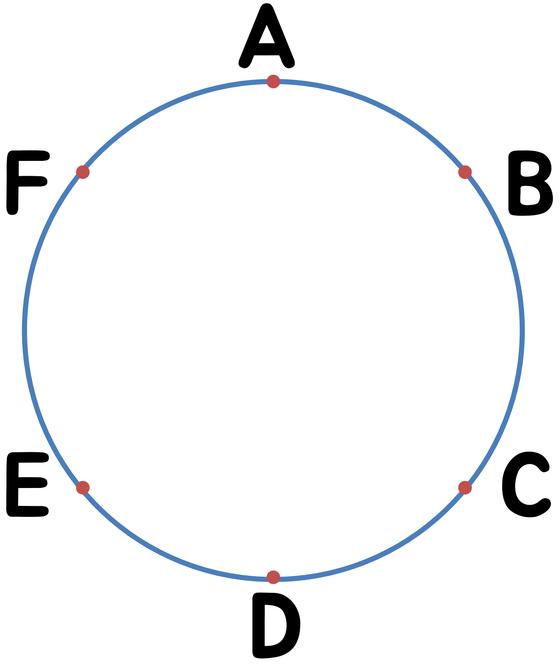
대표자를 뽑는 경우의 수

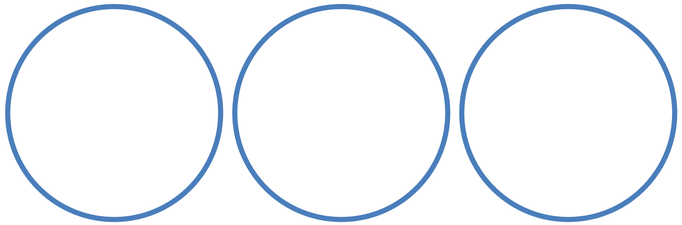
- 20명의 학생 중에서 회장, 부회장, 총무를 각 한 명씩 뽑고, 부장급 임원 4명을 선출하는 경우의 수는?

$$\frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 16279200$$

삼각형의 개수

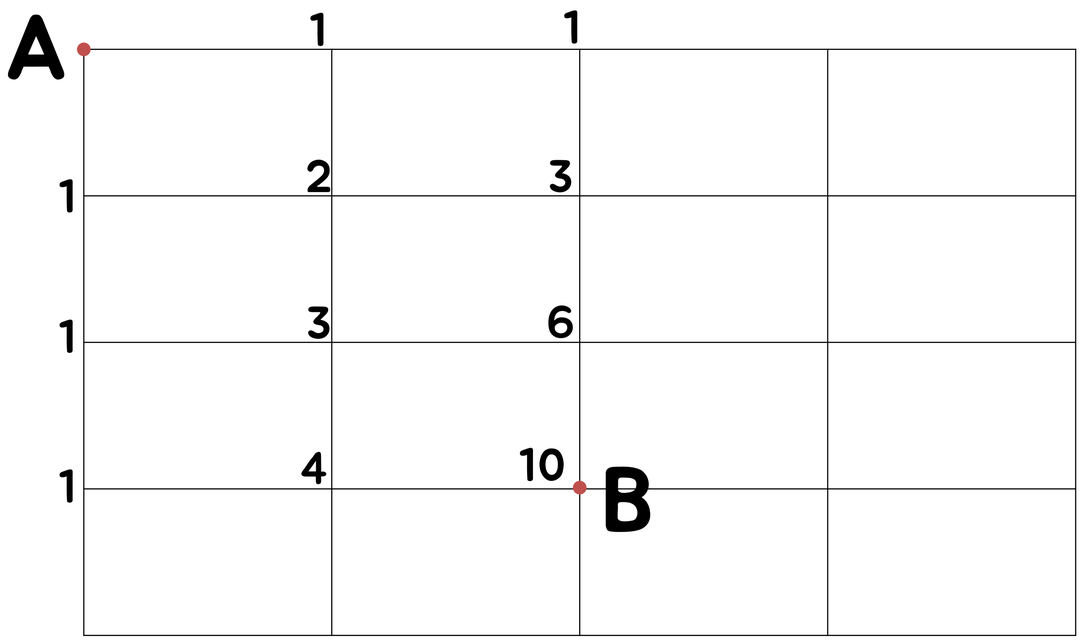
- 한 원 위에 서로 다른 점 여섯 개가 있다. 이 중에서 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?
  - 6명 중 대표 3명 뽑는 문제와 같음
  - $\frac{(6\times5\times4)}{(3\times2\times1)}=20$

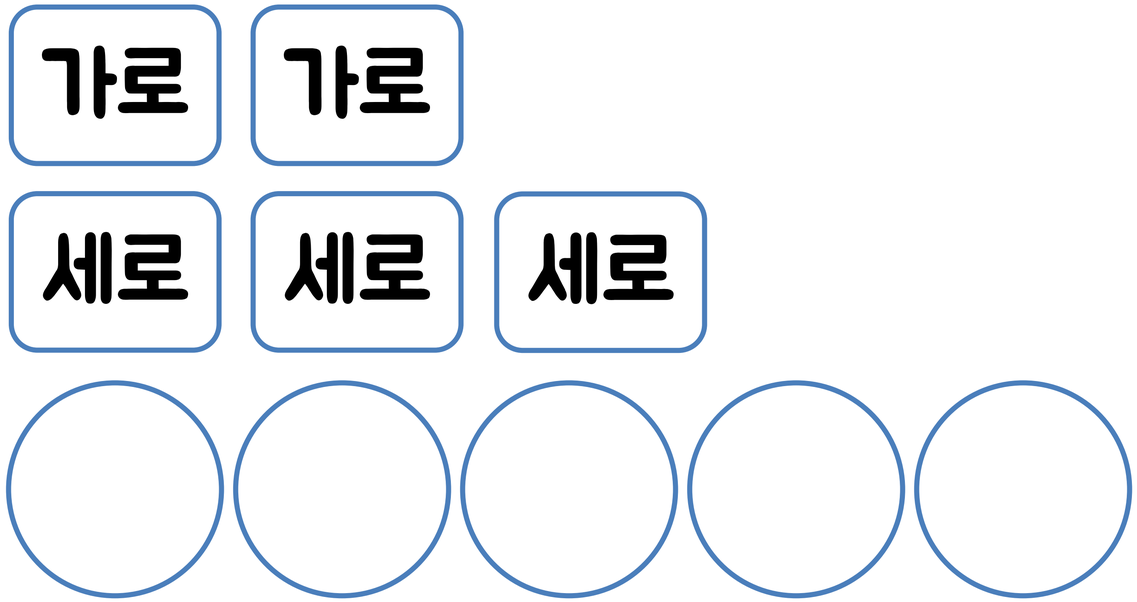




최단 경로

- 그림과 같은 모양의 도로가 있다. (도로들은 서로 평행하거나 서로 수직이다.) A점에서 B점까지 최단 거리로 가는 경로의 수는?

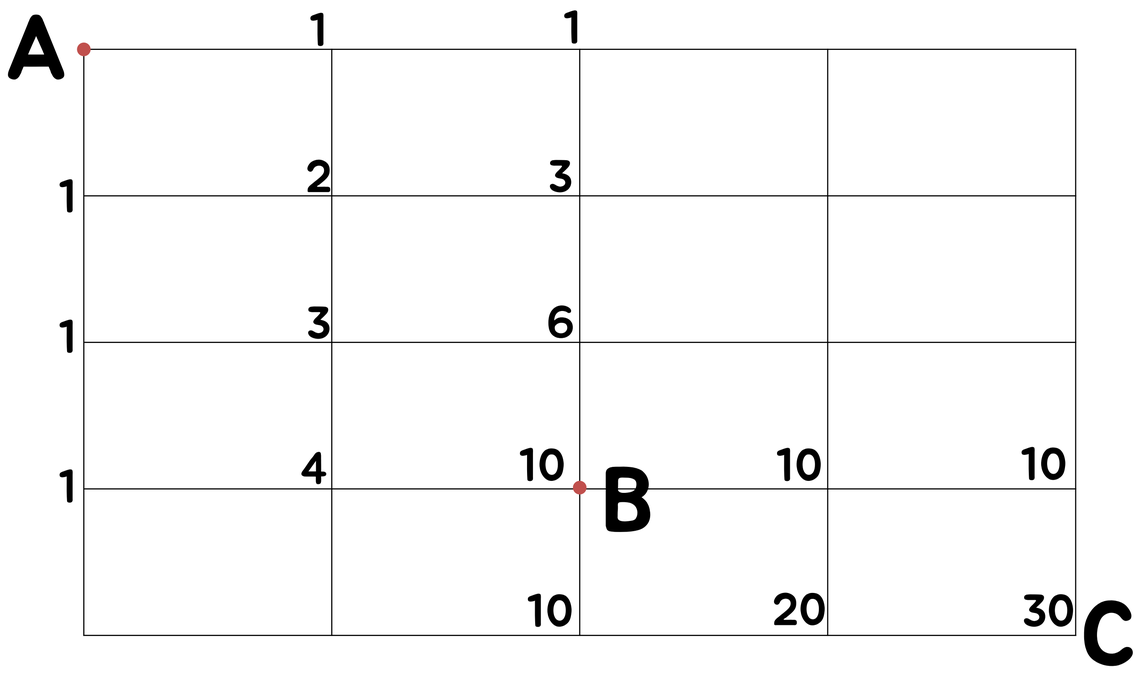




$$\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)} = 10$$

최단 경로

- 그림과 같은 모양의 도로가 있다. (도로들은 서로 평행하거나 서로 수직이다.) A점에서 B점을 거쳐 C까지 최단 거리로 가는 경로의 수는?



A에서 B까지 가로 2, 세로 3

$$\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)} = 10$$

B에서 C까지 가로 2, 세로 1

$$\frac{3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (1)} = 3$$

$$10 \times 3 = 30$$

확률

중학교 수학 2-2

슈퍼브레인

확률 용어

- 확률 : 동일한 조건에서 시행을 반복할 때
  특정한 사건이 일어나는 상대 도수
  - 확률은 0~1 의 값
    - 절대로 일어나지 않을 사건의 확률 = 0 (0%)
    - 무조건 일어나는 사건의 확률 = 1 (100%)
- 사건 A가 일어날 확률
  - (사건 A가 일어나는 경우의 수) ÷ (모든 경우의 수)

OR / AND

- OR : 동일 시행에서 사건 A 또는 B가 일어날 확률, 확률을 더한다.
  (단, A와 B가 동시에 일어나지 않는 사건일 때)

  - 주사위를 던져서 5 이상이 나오거나 2 이하가 나올 확률

    - 5 이상이 나올 확률 : $\frac{2}{6}$
    - 2 이하가 나올 확률 : $\frac{2}{6}$
    - 5 이상이 나오거나 2 이하가 나올 확률 : $\frac{2}{6}+\frac{2}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

OR / AND

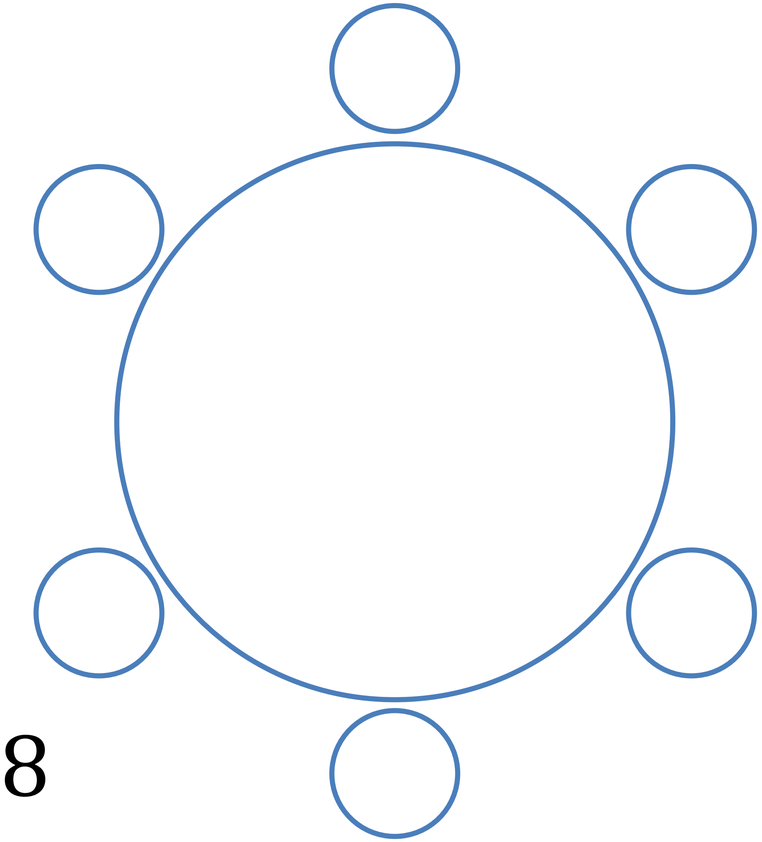
- AND : 동일 시행에서 사건 A 그리고 B가 일어날 확률, 확률을 곱한다.
  (단, 사건 A와 B가 서로 영향을 끼치지 않을 때)
  - 주사위 한 개와 동전 한 개를 던져, 5 이상과 앞면이 나올 확률
    - 주사위 5 이상 나올 확률 : $\frac{2}{6}$
    - 동전 앞면이 나올 확률 : $\frac{1}{2}$
    - 주사위 5 이상과 동전 앞면이 나올 확률 : $\frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

확률 예시

- 주사위를 던져서 2의 배수가 나올 확률
  - 전체 경우의 수 : 6
  - 사건의 경우의 수 : 3
  - 확률 $p = \frac{3}{6} = 0.5$
- 20명의 우리반 학생 중에서 회장, 부회장, 총무 각 1명씩, 임원 4명을 무작위로 선출하는데 내가 뽑힐 확률
  - 내가 20명 중 7명에 들어갈 확률이므로 $p = \frac{7}{20} = 0.35$

확률 예시

- 여섯 명의 사람이 제비를 뽑아 원탁에 앉는다고 한다. 그 중 A와 B가 옆에 나란히 붙어 앉게 될 확률은?

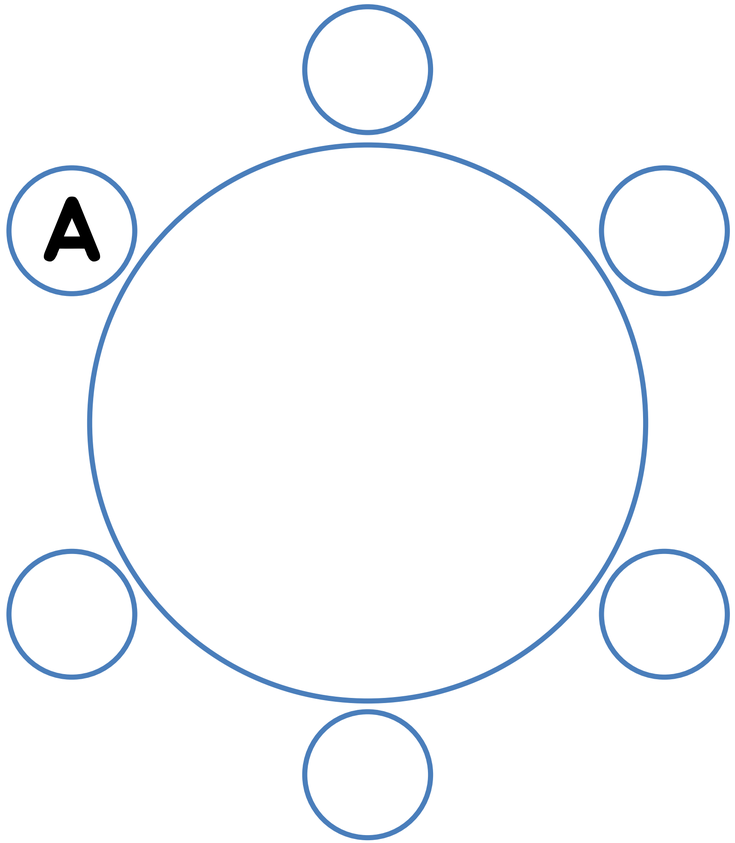


  - 전체 경우의 수 : $\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{6} = 120$
  - 이 사건 경우의 수
    - AB를 한 사람 취급하면 $\frac{5\times4\times3\times2\times1}{5} = 24$
    - AB가 바꿔 앉을 수 있으므로 2를 곱해주면 48
  - 확률 : $\frac{48}{120} = 0.4$

확률 예시

- 여섯 명의 사람이 제비를 뽑아 원탁에 앉는다고 한다. 그 중 A와 B가 옆에 나란히 붙어 앉게 될 확률은?
  - A가 먼저 앉아있다고 생각
  - B의 자리는 A자리를 제외한 나머지 5개인데 그 중에서 A의 옆자리는 2개이므로

    A와 B가 붙어 앉을 확률은 $\frac{2}{5} = 0.4$



확률 예시

- 복권 구매자는 1부터 45까지 자연수 중 6개를 선택한다. 추첨일에는 1부터 45까지 자연수 중 6개를 추첨하는데 6개의 숫자가 모두 일치하면 1등에 당첨된다. 복권 1회 구매시 1등에 당첨될 확률을 구하여라.

  - 추첨 숫자 전체 경우의 수 : $\frac{45\times44\times43\times42\times41\times40}{6\times5\times4\times3\times2\times1}$
  - 구매자와 일치하는 경우의 수 : 1
  - 1등 당첨 확률 : $\frac{1}{\frac{45\times44\times43\times42\times41\times40}{6\times5\times4\times3\times2\times1}} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{45\times44\times43\times42\times41\times40}$

$$= \frac{1}{8145060}$$

확률 예시

- 복권 구매자는 1부터 45까지 자연수 중 6개를 선택한다. 추첨일에는 1부터 45까지 자연수 중 6개를 추첨하는데 6개의 숫자가 모두 일치하면 1등에 당첨된다. 복권 1회 구매시 1등에 당첨될 확률을 구하여라.

  - 첫번째 숫자가 일치할 확률 : $\frac{1}{45}$
  - 두번째 숫자가 일치할 확률 : $\frac{1}{44}$
  - 세번째 숫자가 일치할 확률 : $\frac{1}{43}$
  - ……
  - 여섯번째 숫자가 일치할 확률 : $\frac{1}{40}$

6개의 숫자는 순서가 상관 없으므로

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

을 곱한다.

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{45 \times 44 \times 43 \times 42 \times 41 \times 40}$$

여사건 - 어떠한 사건이 일어나지 않을 확률

- 여사건 : 어떠한 사건이 일어나지 않는 경우의 사건
- 사건 A가 일어날 확률이 p이면,
  사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$
- '~이 일어나지 않을 확률', '적어도 ~일 확률' 등에서는 여사건의 확률을 이용하여 계산
  - 예) 주사위를 세 번 던져서 적어도 한 번은 2가 나올 확률
    - 2가 한 번도 나오지 않을 확률 : $\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{125}{216}$
    - 2가 적어도 한 번 나올 확률 : $1-\frac{125}{216}=\frac{91}{216}$

중학교 수학 3-1
전체 빠르게 요점정리

슈퍼브레인

중학교 3-1 수학 목차

- 실수와 그 연산
  - 제곱근
  - 제곱근의 연산
  - 분모의 유리화
- 식의 계산
  - 곱셈 공식
  - 인수분해
- 이차방정식
  - 인수분해를 이용한 이차방정식
  - 근의 공식
  - 이차함수
  - 이차함수와 그래프

SuperBrain

제곱근

중학교 수학 3-1

슈퍼브레인

제곱근

- **어떤 수 k를 제곱하여 A가 되면, k는 A의 제곱근이라고 한다.**
  - $k \times k = A,\ \ A = k^2$ **일 때, k는 A의 제곱근**
  - 36**의 제곱근은** 6**, 혹은** $-6\ \rightarrow\ 36 = 6^2$ **혹은** $36 = (-6)^2$
  - 100**의 제곱근은** 10**, 혹은** $-10\ \rightarrow 100 = 10^2$ **혹은** $100 = (-10)^2$
- **양수 A의 양수인 제곱근이 k이면** $\rightarrow \sqrt{A} = k,\ A^{\frac{1}{2}} = k$ **으로 표현**
  - 17**의 제곱근은** $\sqrt{17}$ **혹은** $-\sqrt{17} \rightarrow \pm\sqrt{17}$
  - 64**의 제곱근은** $\pm\sqrt{64} = \pm 8$

제곱근

- 1의 제곱근은 1과 -1
- $\sqrt{1}=1$
- 0의 제곱근은 0
- 음수의 제곱근은 없다.(실수가 아님)
  - -4 의 제곱근은 없다.
- $(-30)^2$ 의 제곱근은 ± 30
- 14의 음의 제곱근은 $-\sqrt{14}$
- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ 등은 **무리수**이다.

- $a>0$ 일 때,
  - $(\sqrt{a})^2=a$
  - $(-\sqrt{a})^2=a$
- 주의할 것
  - $a \geq 0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$ (양수)
  - $a<0$일 때, $\sqrt{a^2}=-a$ (양수)
  - 부호에 관계 없이 $\sqrt{a^2}=|a|$

무리수 irrational number

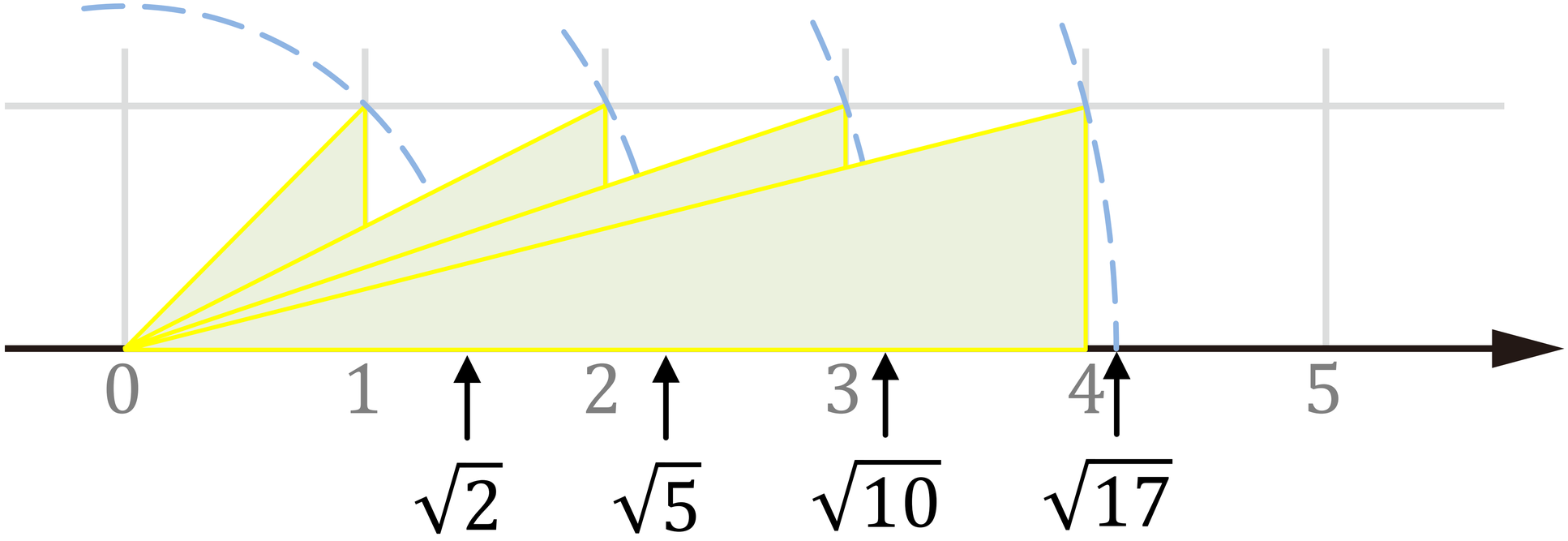
■ 유리수와 무리수

- 정수를 이용하여 분수를 만들 수 있다면 유리수(단, 분모는 0이 아님)
- 정수를 이용하여 분수를 만들 수 없다면 유리수가 아님 = 무리수
- 순환하지 않는 무한소수는 무리수

실수
- 유리수
  - 정수
    - 자연수(양의 정수)
    - 0, 음의 정수
  - 정수가 아닌 유리수 $\frac{5}{3}, -\frac{3}{9}, 0.2, 0.\dot{2}\dot{5}$
- 무리수 $\pi, \sqrt{2}, e, \log 2, \cdots$

제곱근을 수직선 위에 나타내기

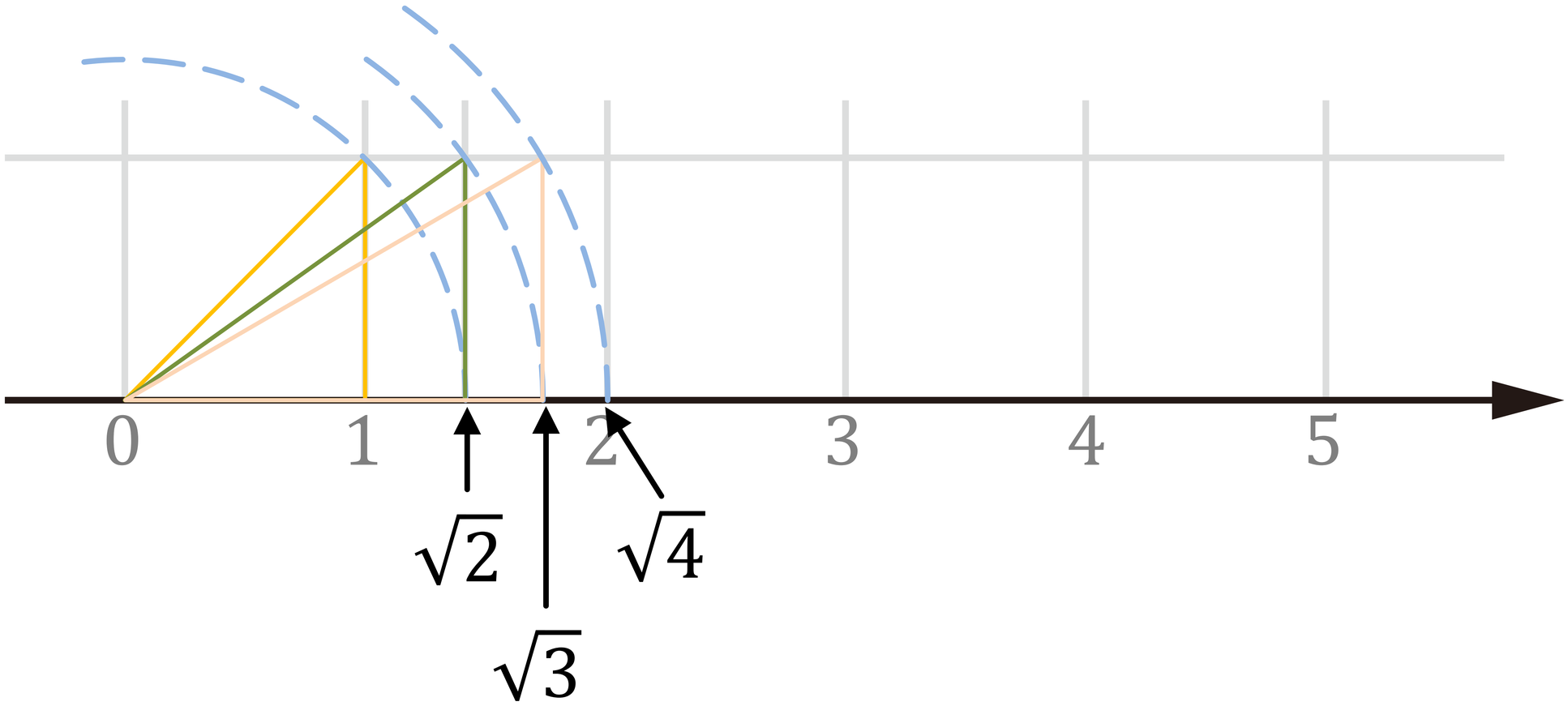
- 피타고라스 정리 $c^2 = a^2 + b^2$를 이용



제곱근을 수직선 위에 나타내기

유튜브
슈퍼브레인

- 피타고라스 정리 $c^2 = a^2 + b^2$를 이용



SuperBrain

실수의 대소 관계

- 양수에서는 루트 안의 수가 클수록 큰 수이다.
  - $\sqrt{2} < \sqrt{17}$
  - $\sqrt{10} > 3$ $\quad\quad$ $(\sqrt{10} > \sqrt{9})$

- 당연히 음수에서는 루트 안의 수가 클수록 작은 수이다.
  - $-\sqrt{2} < -\sqrt{0.5}$

실수의 대소 관계 예시

- $\sqrt{38}$ 과 $\sqrt{60}-2$ 중 큰 수는?
  - $\sqrt{38}$ 은 $6.\cdots\cdots$
  - $\sqrt{60}$ 은 $7.\cdots\cdots$
  - $\sqrt{60}-2$ 는 $5.\cdots\cdots$
  - 따라서 $\sqrt{38}$ 이 더 크다.

- $\sqrt{\frac{1}{27}}$ 과 $\frac{1}{5}$ 중 큰 수는?
  - $\sqrt{\frac{1}{27}}$ 은 $\frac{1}{\sqrt{27}}$
  - $\sqrt{27}$ 은 $5.\cdots\cdots$
  - $\frac{1}{5.\cdots\cdots}$ 와 $\frac{1}{5}$ 중 큰 수는 $\frac{1}{5}$ 이다.

제곱근의 연산

중학교 수학 3-1

슈퍼브레인

제곱근의 연산

- **루트는 $\frac{1}{2}$ 제곱과 같다.**
  - $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
  - $\sqrt{64} = (64)^{\frac{1}{2}} = (2^6)^{\frac{1}{2}} = 2^3$
- **제곱근의 곱셈과 나눗셈 ($a > 0, b > 0$일 때)**
  - $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ $\qquad a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = (ab)^{\frac{1}{2}}$
  - $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $\qquad a^{\frac{1}{2}} \div b^{\frac{1}{2}} = \frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$

제곱근의 연산

■ 근호 안으로, 근호 밖으로

- $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ $(a > 0, b > 0$일 때$)$
- $\sqrt{160} = \sqrt{4 \times 4 \times 10} = 4\sqrt{10}$
- $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2} = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt{1400} = \sqrt{10^2 \times 14} = 10\sqrt{14}$
- $\sqrt{0.07} = \sqrt{\frac{7}{10^2}} = \frac{\sqrt{7}}{10}$

제곱근의 연산

■ $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{10} \approx 3.162$ 이다. 다음을 구하시오.

- $\sqrt{5} =$
- $\sqrt{20} =$
- $\sqrt{40} - \sqrt{20} =$
- $\sqrt{0.02} =$
- $\sqrt{0.002} =$

제곱근의 연산

제곱근은 일종의 문자 취급 수학 연산 법칙 모두 그대로 적용

- $5a + 3a = 8a \quad \rightarrow \quad 5\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$
- $3x(2x + 5) = 6x^2 + 15x \rightarrow 3\sqrt{5}\left(2\sqrt{5} + 5\right) = 30 + 15\sqrt{5}$
- $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{7} = \frac{\sqrt{35}-\sqrt{21}}{7}$

무리수의 정수부분과 소수부분

- $\pi = 3.1415926535897\cdots$
  - $\pi = 3 + 0.1415926535897\cdots$

  정수부분 3 **소수부분** $= \pi - 3$
- $\sqrt{5} \rightarrow$ **2보다 크고 3보다 작은 수** $\rightarrow$ **정수 부분** $= 2$
  - **정수부분이** 2**이므로 소수부분은** $\sqrt{5} - 2$
- $-\sqrt{10} = -3.16227766\cdots \rightarrow$ **정수부분** $= -3$
  - **정수부분이** -3**이므로 소수부분은** $-0.16227766\cdots$
  - $-\sqrt{10} = -3 - 0.16227766\cdots = -4 + 0.83772233\cdots$

곱셈 공식과 인수분해

중학교 수학 3-1

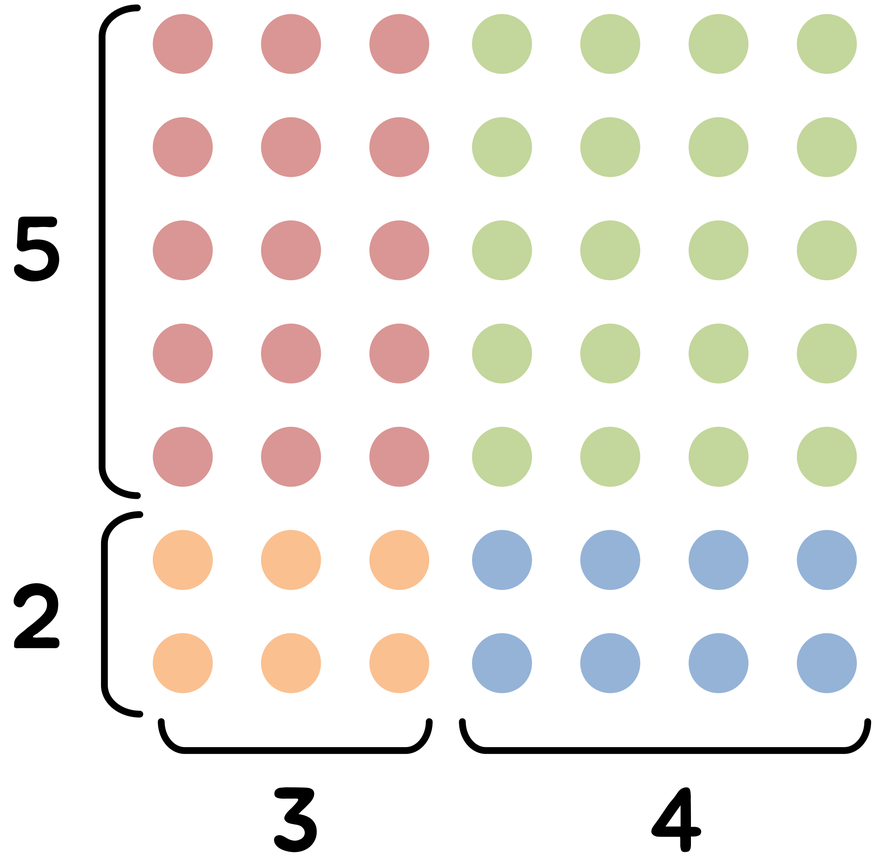
슈퍼브레인

분배법칙

- $(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$

$$(3+4)(2+5)$$

$$=6+15+8+20$$



분배법칙과 다항식의 곱셈

- $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
  - $(x+y)(x+y) = x^2 + xy + xy + y^2$

- $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
  - $(x-y)(x-y) = x^2 - xy - xy + y^2$

- $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$
  - $(x+y)(x-y) = x^2 - xy + xy - y^2$

다항식의 곱셈 예제

- $(x+5)(x+2) =$
- $(x+3)(x-7) =$
- $(x+9)(x-2) =$
- $(2x+3)(3x+4) =$
- $(x-4)(2x-3) =$
- $(-2x+2)(3x-7) =$

다항식의 곱셈 예제

유튜브
슈퍼브레인

- $(x+6)^2 =$
- $(x-7)^2 =$
- $(x-3a)^2 =$
- $(4x-3)^2 =$
- $(2x+7)^2 =$
- $(2a-b)(2a+b) =$
- $(4x+7)(4x-7) =$
- $98 \times 102 =$

SuperBrain

다항식의 곱셈 예제

- $(\sqrt{20}+\sqrt{5})(\sqrt{20}-\sqrt{5})=$
- $(\sqrt{150}-\sqrt{6})^2=$
- $\frac{x-y}{\frac{1}{2}(x^2-y^2)}=$
- $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+4)=$
- $(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2=$

곱셈 공식의 변형

- $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \quad \rightarrow$

- $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \quad \rightarrow$

- **치환을 이용**
  - $(x+2y-4)(x+2y+4)$
    - $x+2y=A$ **라고 하면,** $(A-4)(A+4) = A^2 - 16$
    - $(x+2y)^2 - 16 = x^2 + 4xy + 4y^2 - 16$

근호 분모의 유리화

중학교 수학 3-1

슈퍼브레인

근호 분모의 유리화

■ **분모의 유리화 : 근호가 포함된 분모를 유리수로 고치는 것**

- $a > 0$ 일때, $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$

- $\frac{1}{\sqrt{13}} =$

- $\frac{7}{\sqrt{28}} =$

- $\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{20}} =$

근호 분모의 유리화

- 분모가 $a+\sqrt{b}$ 의 형태일 때, 분모 분자에 $a-\sqrt{b}$ 를 곱한다.
- 분모가 $a-\sqrt{b}$ 의 형태일 때, 분모 분자에 $a+\sqrt{b}$ 를 곱한다.

- $\frac{1}{3+\sqrt{5}}=$
- $\frac{4}{2-\sqrt{2}}=$
- $\frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=$

인수분해

중학교 수학 3-1

슈퍼브레인

인수분해

- **소인수분해 : 숫자를 소수들의 곱만의 형태로 나타낸 것**
  - $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
- **인수분해 : 다항식을 둘 이상의 다항식들의 곱만의 형태로 나타낸 것**

인수분해 →

- $x^2 + 8x + 12 = \underbrace{(x+6)}_{\text{인수}}\underbrace{(x+2)}_{\text{인수}}$

← 전개

- **인수분해를 잘 하려면?**
  - **인수분해는 많은 경험과 노하우가 쌓여야 잘 할 수 있음(개인적인 생각)**

인수분해 노하우

- **눈에 보이는 인수부터**
  - $14a^3 - 2a^2 - 16a$ — **눈에 보이는 인수** $2, a$
  - $2a(7a^2 - a - 8)$
- **최고차항 가르기, 상수항 소인수분해**
  - $2a(7a \quad ? \quad)(a \quad ? \quad)$ — **최고차항 가르기** $7a^2$**을** $7a$**와** a**로**
  - $2a(7a - 8)(a + 1)$ — **상수항 소인수분해**

여러 조합을 비교해보면서
원래 식과 일치하는지 확인한다.

인수분해 노하우

- $2a(7a^2 - a - 8)$

■ **문자에 숫자를 넣어보면서 인수인지 아닌지 확인한다.**

- $a = 1$**을 넣는다.** $(7a^2 - a - 8) = -2$: **0 이 아니네 ㅠㅠ**
  - $a = 1$**을 넣어서 0 이 아니면** $(a - 1)$**은 인수가 아님**
- $a = -1$**을 넣는다.** $(7a^2 - a - 8) = 0$: **0 이네 ~! ^^**
  - $a = -1$**을 넣어서 0 이면** $(a + 1)$**이 인수임**
  - $2a(7a^2 - a - 8) = 2a(a + 1)(\quad ? \quad)$

인수분해 노하우

- $6x^2 - xy - 2y^2$
  - $(\square x + \square y)(\square x + \square y)$
  - $(6x - y)(x + 2y)$ 인가? 아니네 ㅜ
  - $(6x - 2y)(x + y)$ 인가? 아니네 ㅜ
  - $(3x - y)(2x + 2y)$ 인가? 아니네 ㅜ
  - $(3x - 2y)(2x + y)$ 인가? 맞네 !

인수분해 연습

- $7ab + 7b =$
- $4x^2y + 2xy =$
- $x(3a - b) + 3y(3a - b) =$
- $a(x - 2) - 2(2 - x) =$
- $y^2 - 4y + 4 =$
- $x^2 + 12x + 36 =$
- $x^2 + x + \frac{1}{4} =$

인수분해 연습

- $x^4 - 1 =$
- $x^2 - \frac{1}{x^2} =$
- $4x^2 - 9y^2 =$
- $x^2 + 5x + 6 =$
- $x^2 + 6x - 7 =$
- $x^2 + 4x - 21 =$

이차방정식

중학교 수학 3-1

슈퍼브레인

이차방정식의 의미와 해

■ 이차방정식 : 미지수의 차수가 2차인 방정식

- $ax^2 + bx + c = 0$ 의 형태로 만들 수 있음.

- 해 : 근의 공식

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

  - $b^2 - 4ac > 0$ 이면 실수인 해가 두 개 (두 개의 실근)
  - $b^2 - 4ac = 0$ 이면 실수인 해가 한 개 (중근)
  - $b^2 - 4ac < 0$ 이면 실수인 해가 없음

근의 공식 유도

- $x^2 = q \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{q}$
- $(x-p)^2 = q \quad \rightarrow \quad x = p \pm \sqrt{q}$
- $a(x-p)^2 = q \quad \rightarrow \quad x = p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$
  - $a(x^2 - 2px + p^2) = q$
  - $ax^2 - 2apx + ap^2 - q = 0$ **혹은** $ax^2 + bx + c = 0$
    - $-2ap = b \quad \rightarrow \quad p = -\frac{b}{2a}$
    - $ap^2 - q = c \quad \rightarrow \quad q = ap^2 - c = a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) - c$

근의 공식 유도

■ $ax^2 + bx + c = 0$

- $x = p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$
- $p = -\frac{b}{2a},\ \ q = a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) - c$
- $x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
- $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

인수분해를 이용한 이차방정식

- $x^2 - 6x = 0$
  - $x(x-6) = 0$
  - $x = 0, \quad x = 6$

- $x^2 - 4x - 32 = 0$
  - $(x-8)(x+4) = 0$
  - $x = 8, \quad x = -4$

- $2x^2 - x - 10 = 0$
  - $(2x-5)(x+2) = 0$
  - $x = \frac{5}{2}, \quad x = -2$

- $9x^2 - 12x + 4 = 0$
  - $(3x-2)^2 = 0$
  - $x = \frac{2}{3}$ (**중근**)

완전제곱식을 이용한 이차방정식

- $x^2 + 6x - 16 = 0$
  - $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
  - $(x+3)^2 - 9 - 16 = 0$
  - $(x+3)^2 = 25$
  - $x = 2, \quad x = -8$
  - $(x-2)(x+8) = 0$

- $x^2 - 10x + 16 = 0$
  - $(x-5)^2 - 25 + 16 = 0$
  - $(x-5)^2 = 9$
  - $x = 2, \quad x = 8$
  - $(x-2)(x-8) = 0$

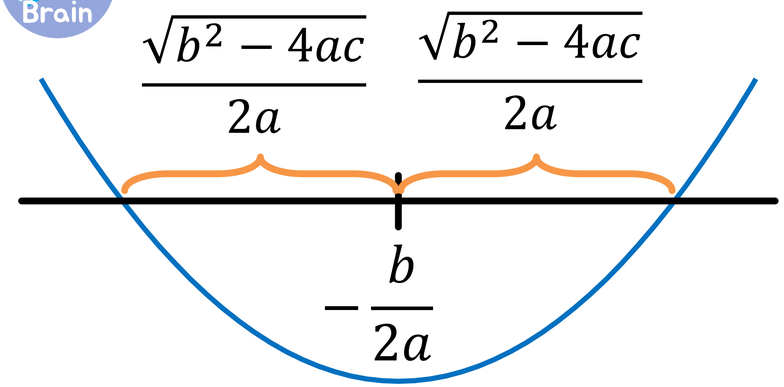
여러가지 이차방정식

- $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{6} = 0$
  - $2x^2 - 3x + 1 = 0$
  - $(2x - 1)(x - 1) = 0$
  - $x = \frac{1}{2}, \quad x = 1$

- $0.1x^2 - 0.3x - 0.4 = 0$
  - $x^2 - 3x - 4 = 0$
  - $(x - 4)(x + 1) = 0$
  - $x = 4, \quad x = -1$

이차방정식 두 근의 합과 곱

유튜브 슈퍼브레인



- $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

- **두 근의 합 : $-\frac{b}{a}$**

  - $x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$

- **두 근의 곱 : $\frac{c}{a}$**

  - $x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$

SuperBrain

이차방정식 두 근의 합과 곱 확인

- $x^2 - 6x = 0$
  - $x = 0, \quad x = 6$

- $x^2 - 4x - 32 = 0$
  - $x = 8, \quad x = -4$

- $2x^2 - x - 10 = 0$
  - $x = \frac{5}{2}, \quad x = -2$

- $9x^2 - 12x + 4 = 0$
  - $x = \frac{2}{3}$ (**중근**)

- $x^2 + 6x - 16 = 0$
  - $x = 2, \quad x = -8$

- $x^2 - 10x + 16 = 0$
  - $x = 2, \quad x = 8$

이차함수와 그래프

중학교 수학 3-1

슈퍼브레인

함수의 정의와 함숫값 (중2-1)

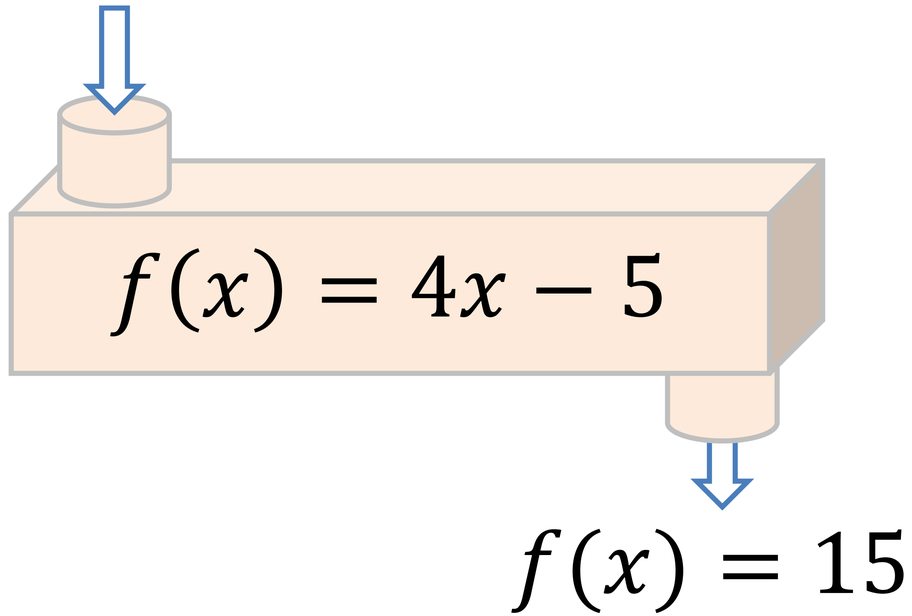
- **함수 : 어떠한 수를 수학적, 논리적 연산을 통해 다른 수로 변환하는 체계**
- **변수 : x, y 등과 같이 결정되어 있지 않고 달라질 수 있는 값**

$f(x) = 5x^2 + 3x + 7$: x**의 함수, 2차 함수**

$g(x) = -2x + 3$: x**의 함수, 1차 함수**

$h(x, y) = 4x^2 - 2xy + y^2$

: x, y**의 함수, 2차 함수**



- **일차함수 : $y = f(x)$ 에서 $f(x)$가 x에 대한 일차식인 함수**
  - a, b는 상수, $a \neq 0$일 때,

$$y = ax + b$$

$$f(x) = ax + b$$

- **일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프**
  - a : 그래프의 기울기 (x의 증가량 분의 y의 증가량, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$)
  - b : y절편 (y축을 자르고 지나가는 지점)

이차함수의 의미

- **이차함수 : $y = f(x)$ 에서 $f(x)$가 x에 대한 이차식인 함수**
  - a, b, c는 **상수**, $a \neq 0$**일 때,**

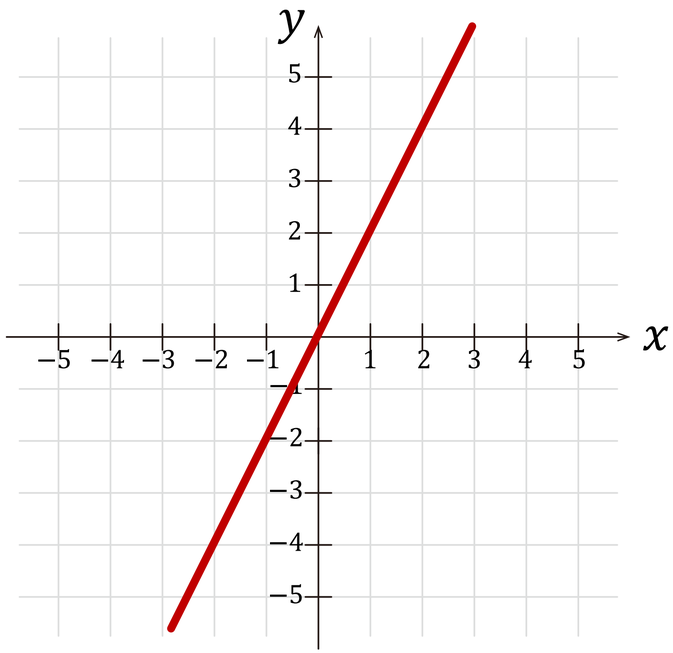
$$y = ax^2 + bx + c$$

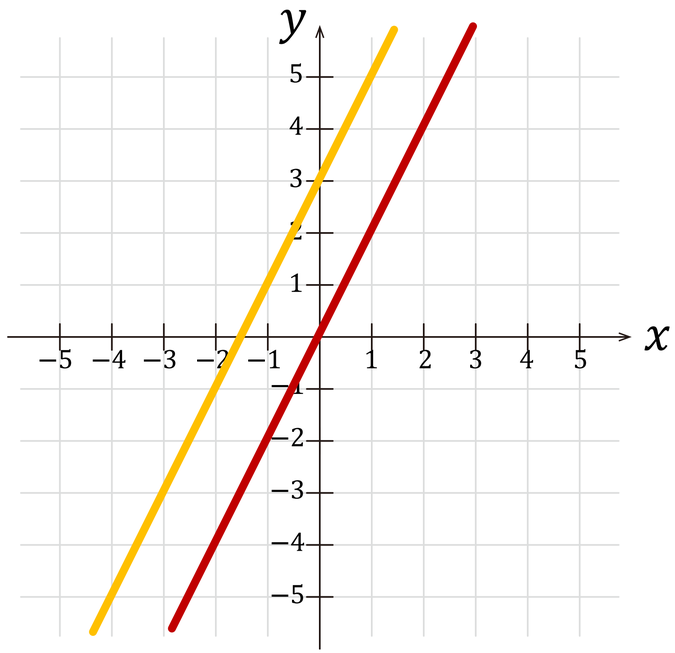
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

  - x**를 넣으면** x**에 대한 이차식을 거쳐서 값이 나오는 함수**
- **이차함수의 그래프는?**
  - **기본형 :** $y = ax^2$ **의 그래프 모양**
  - **그래프의 평행이동을 이용**

그래프의 평행이동

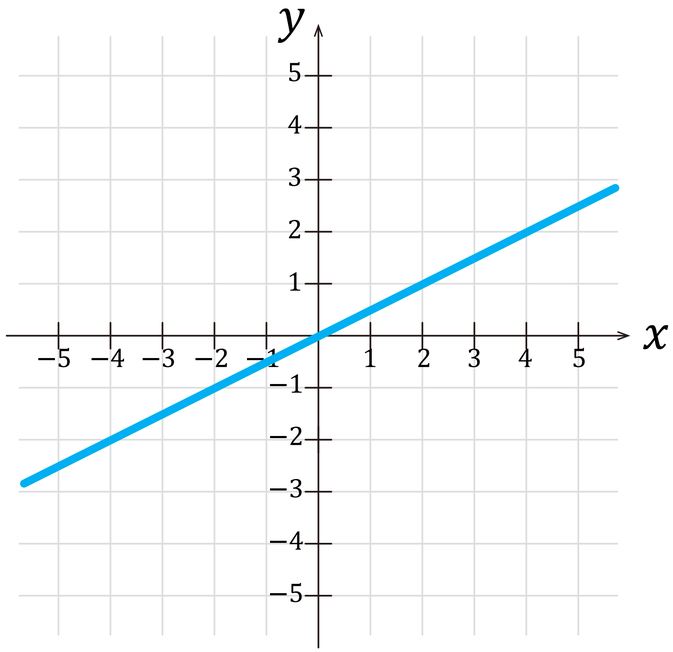
- $y = f(x)$라는 그래프를 y 축 방향으로 n만큼 평행이동하고 싶다면...
  - $y = f(x) + n$ 하면 됨. 다시말해, y 대신 $y - n$ 을 대입하면 됨
  - 예) $y = 2x$ 를 y축으로 3만큼 이동하면 $y = 2x + 3$

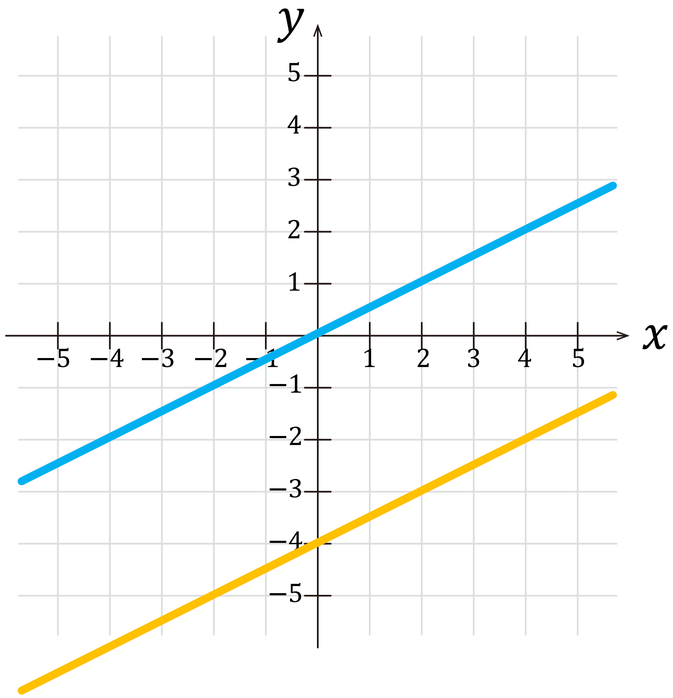




그래프의 평행이동

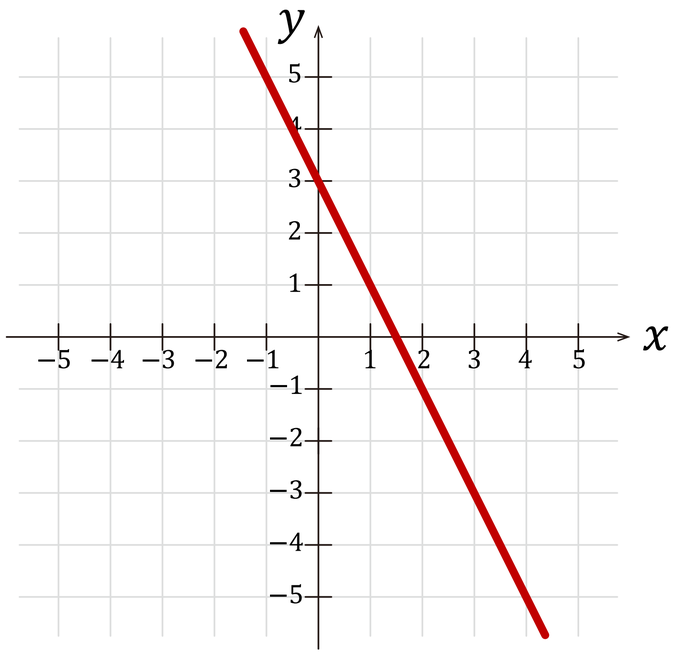
- $y=f(x)$라는 그래프를 y 축 방향으로 n만큼 평행이동하고 싶다면...
  - $y=f(x)+n$ 하면 됨. 다시말해, y 대신 $y-n$ 을 대입하면 됨
  - 예) $y=\frac{1}{2}x$ 를 y축으로 -4만큼 이동하면 $y=\frac{1}{2}x-4$

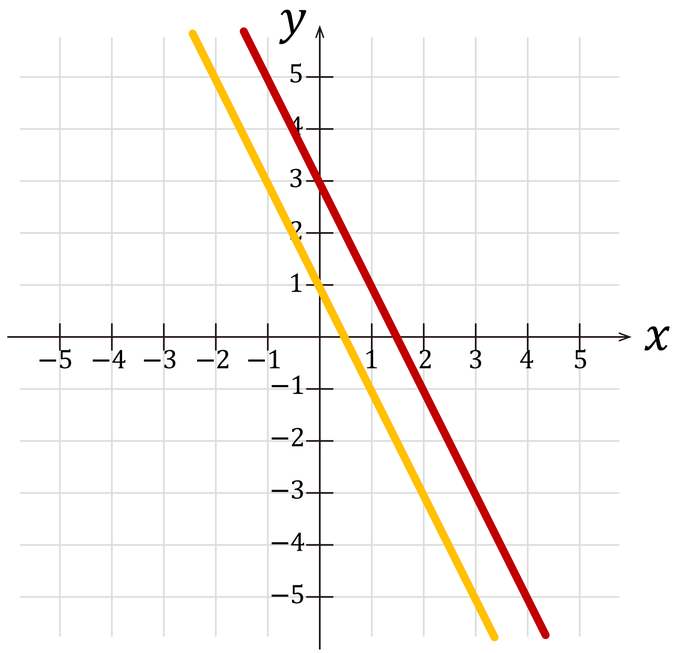




그래프의 평행이동

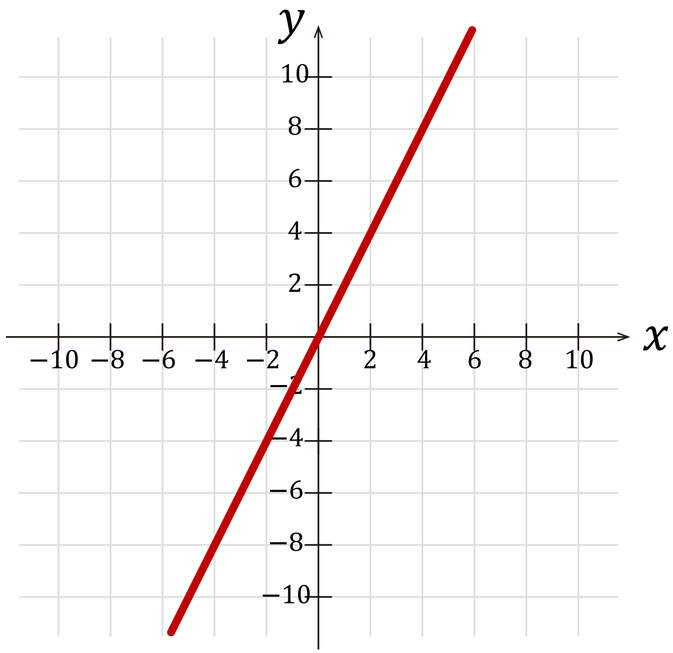
- $y=f(x)$라는 그래프를 y 축 방향으로 n만큼 평행이동하고 싶다면...
  - $y=f(x)+n$ 하면 됨. 다시말해, y 대신 $y-n$ 을 대입하면 됨
  - 예) $y=-2x+3$ 을 y축으로 -2만큼 이동하면 $y=-2x+1$

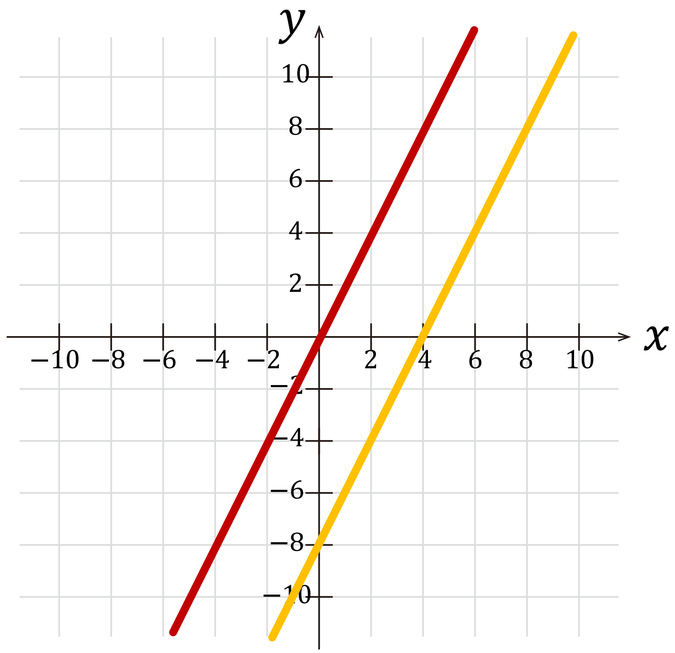




그래프의 평행이동

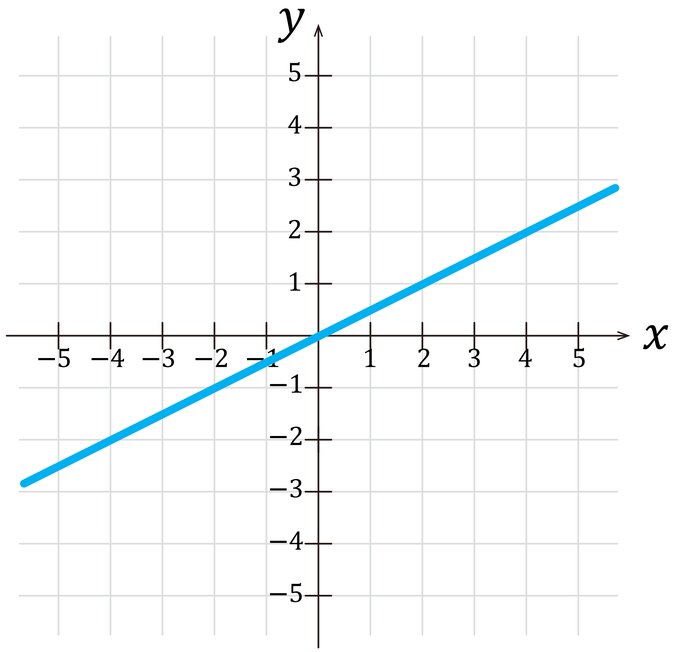
- $y = f(x)$라는 그래프를 x 축 방향으로 m만큼 평행이동하고 싶다면...
  - x 대신 $x - m$ 을 대입하면 됨
  - 예) $y = 2x$ 를 x축으로 4만큼 이동하면 $y = 2(x - 4) = 2x - 8$

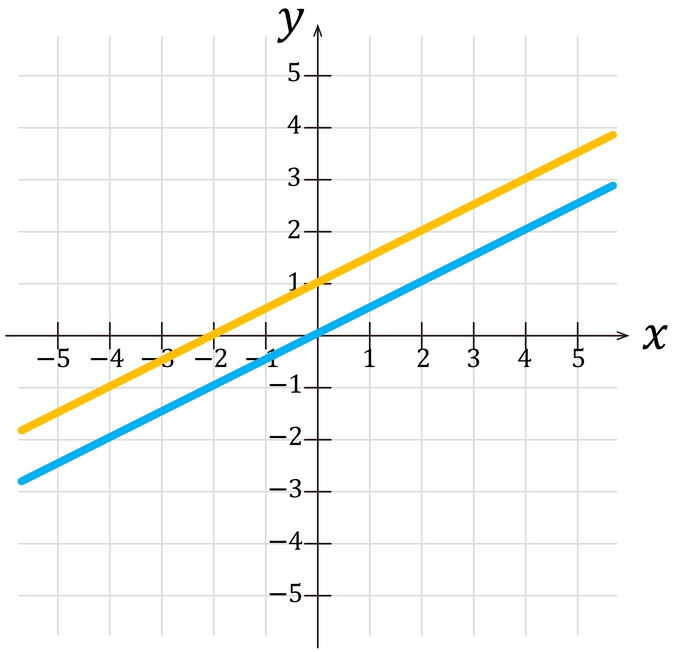




그래프의 평행이동

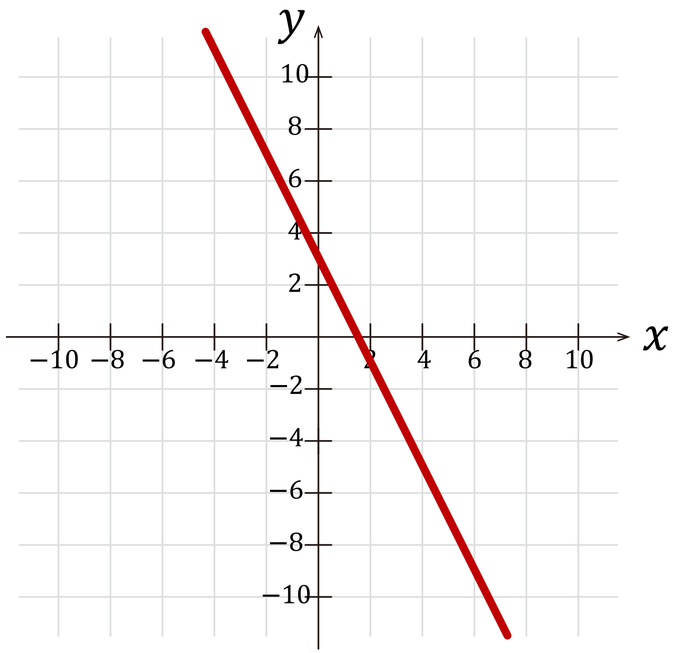
- $y = f(x)$라는 그래프를 x 축 방향으로 m만큼 평행이동하고 싶다면...
  - x 대신 $x - m$ 을 대입하면 됨
  - 예) $y = \frac{1}{2}x$ 를 x축으로 -2만큼 이동하면 $y = \frac{1}{2}(x+2) = \frac{1}{2}x + 1$

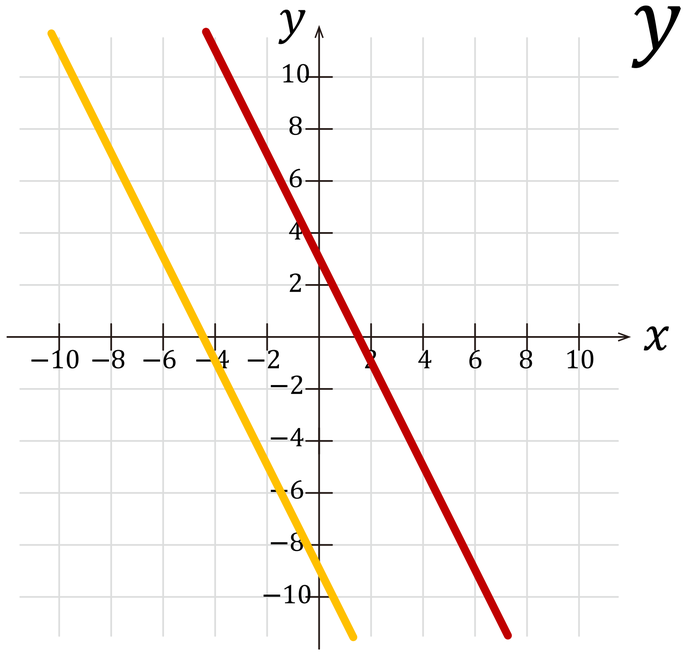




그래프의 평행이동

- $y=f(x)$라는 그래프를 x 축 방향으로 m만큼 평행이동하고 싶다면...
  - x 대신 $x-m$ 을 대입하면 됨
  - 예) $y=-2x+3$을 x축으로 -6만큼 이동하면 $y=-2(x+6)+3$





$y=-2x-9$

그래프의 평행이동

- $y = f(x)$라는 그래프를

- x 축 방향으로 m만큼 평행이동하고

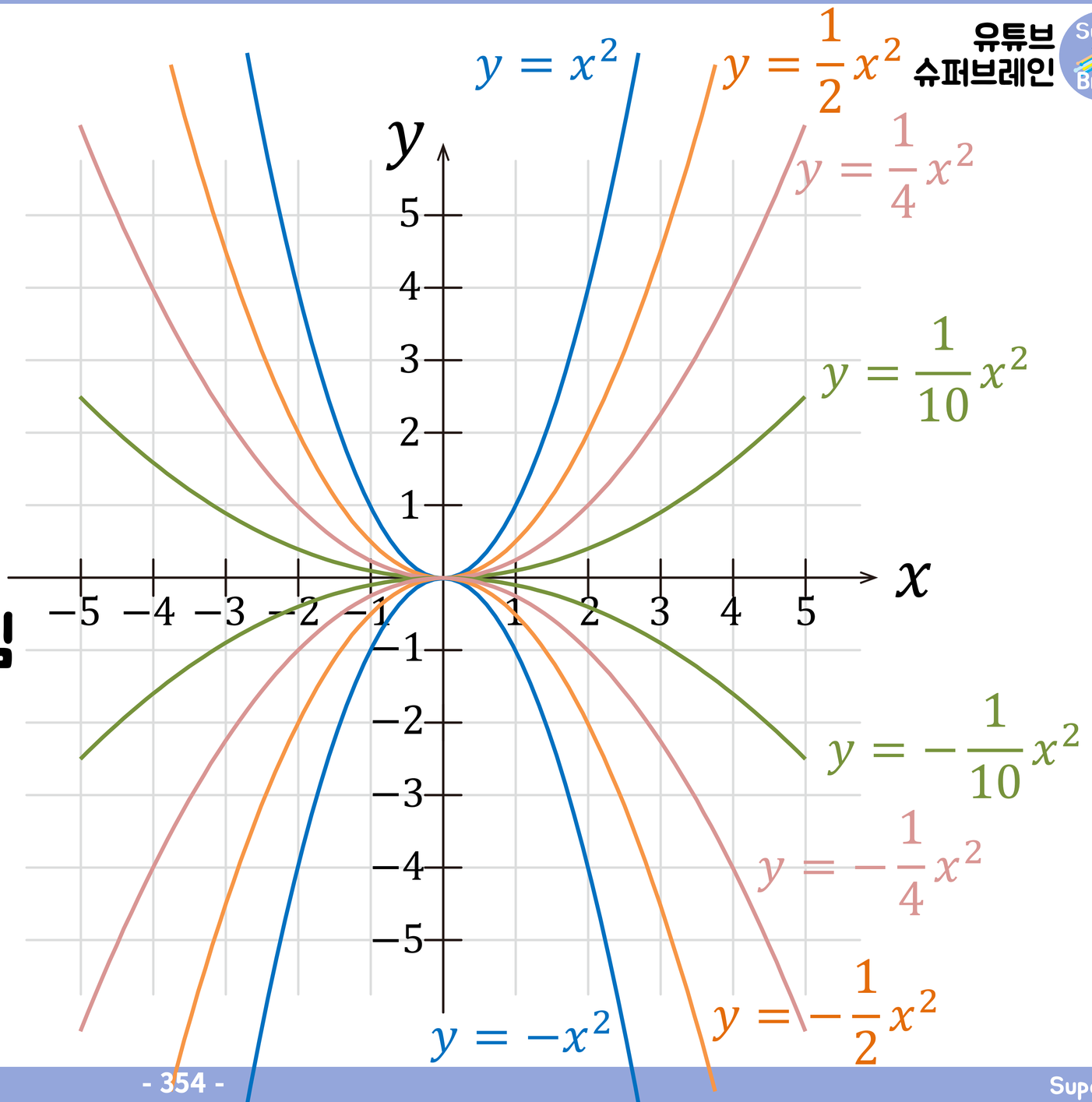
  y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하고 싶다면...

- x 대신 $(x - m)$ 대입
- y 대신 $(y - n)$ 대입

앞으로 $y = ax^2$ 그래프를
x축 방향으로 p 만큼,
y축 방향으로 q 만큼
평행이동시켜서
이차함수 그래프를 그려봅시다.

이차함수의 그래프

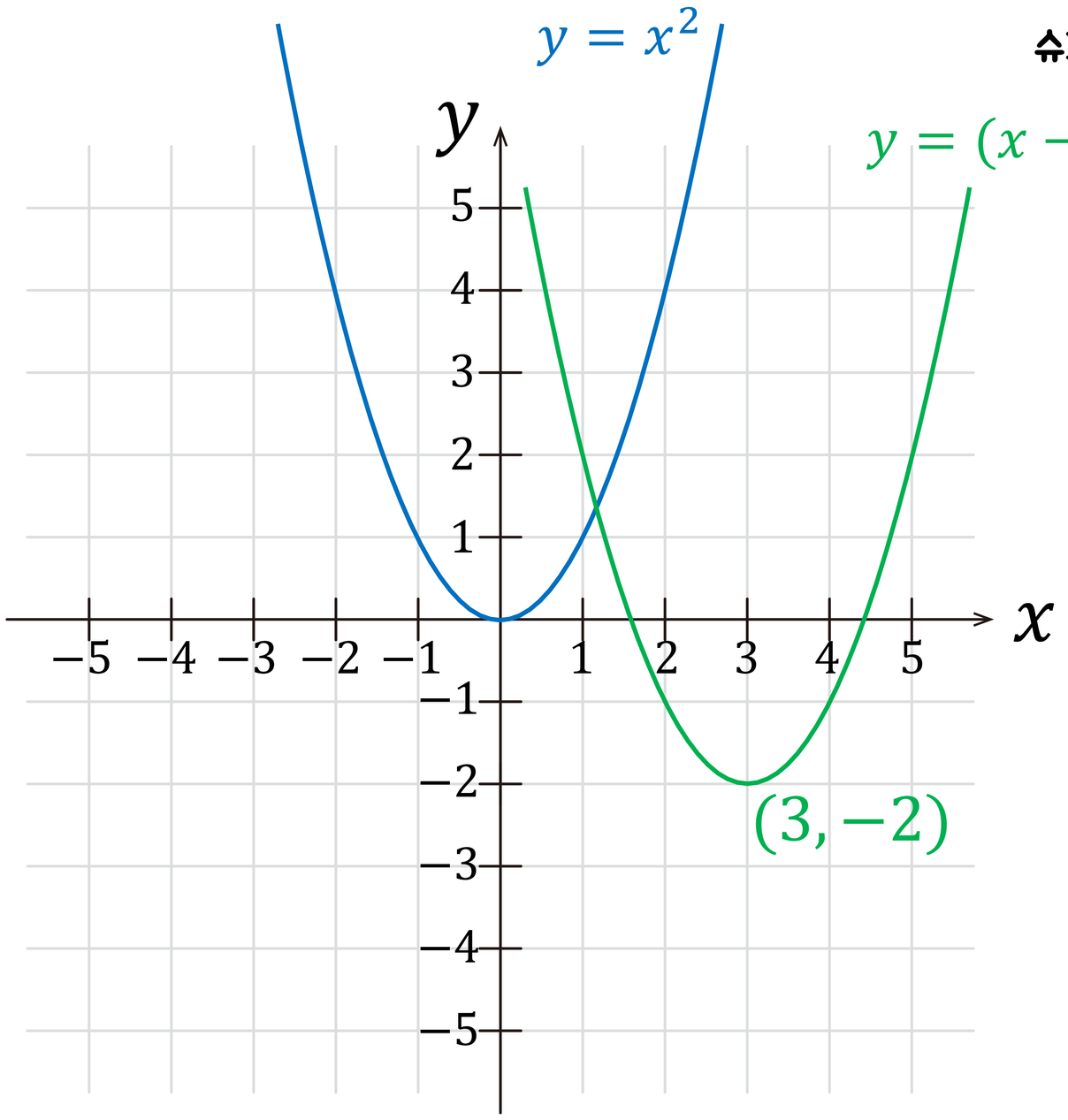
- $y = ax^2$
  - a가 양수이면 아래로 볼록
  - a가 음수이면 위로 볼록
  - 꼭지점 좌표는 $(0,0)$
  - $|a|$ 가 커질수록 y축에 모임



이차함수의 그래프

유튜브
슈퍼브레인

- $y = a(x-p)^2 + q$
  - $y = ax^2$ 를 x축으로 p, y축으로 q만큼 평행이동
  - 꼭지점 좌표는 (p, q)



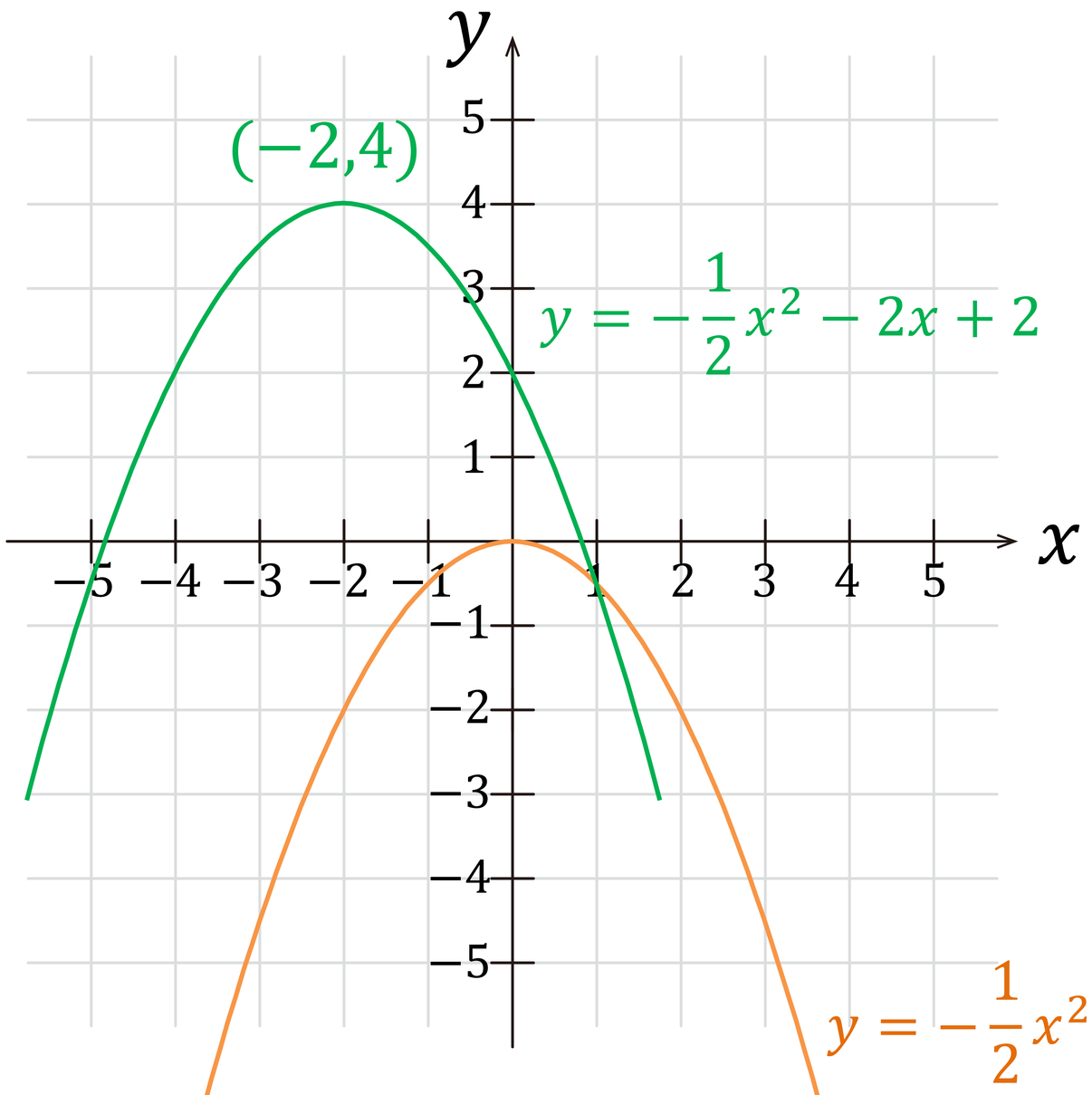
- $y = x^2 - 6x + 7$
  - $y = (x-3)^2 - 2$
  - $y = x^2$ 을 x축으로 3, y축으로 -2만큼 평행이동

SuperBrain

이차함수의 그래프

- $y = a(x-p)^2 + q$
  - $y = ax^2$ 를 x축으로 p, y축으로 q만큼 평행이동
  - 꼭지점 좌표는 (p, q)

- $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$
  - $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$
  - $y = -\frac{1}{2}x^2$ 을 x축으로 -2, y축으로 4만큼 평행이동



이차함수의 그래프

- $y = a(x-p)^2 + q$ 꼭지점의 좌표 : (p, q)
- $y = ax^2 + bx + c$ 꼭지점의 좌표 : $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$
  - $y = a(x-p)^2 + q$
  - $y = a(x^2 - 2px + p^2) + q$
  - $y = ax^2 - 2apx + ap^2 + q$ $\quad b = -2ap,\ c = ap^2 + q$
  - $p = -\frac{b}{2a}, \quad c = a\left(\frac{b^2}{4a^2}\right) + q, \quad q = c - \frac{b^2}{4a} = -\frac{b^2-4ac}{4a}$

이차함수의 그래프 - 꼭지점의 좌표 구하기

- $y = x^2 - 6x + 7$
- **꼭지점 x좌표** : $-\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2} = 3$
- **꼭지점 y좌표** : $x = 3$ **대입**
  - $y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 7 = -2$
- **꼭지점 좌표** : $(3, -2)$ **이므로**
  - $y = (x - 3)^2 - 2$

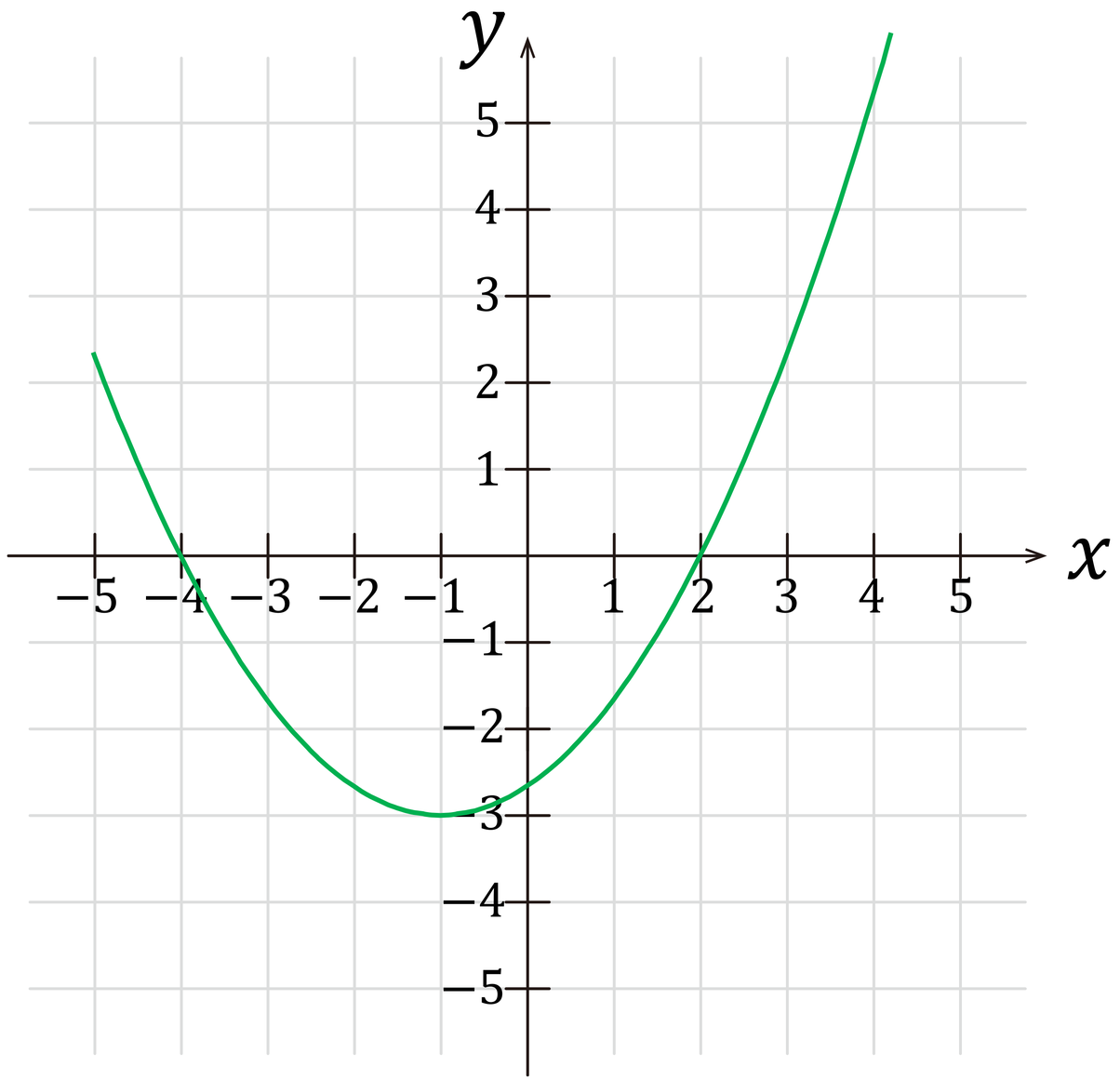
- $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$
- **꼭지점 x좌표** : $-\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{-1} = -2$
- **꼭지점 y좌표** : $x = -2$ **대입**
  - $y = -\frac{1}{2}(-2)^2 + 2 \cdot 2 + 2 = 4$
- **꼭지점 좌표** : $(-2, 4)$ **이므로**
  - $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 4$

이차함수의 그래프

1. 꼭지점의 좌표를 구한다.
   - $y = a(x-p)^2 + q : (p, q)$
   - $y = ax^2 + bx + c : \left(-\frac{b}{2a}, \cdots\right)$
2. $y = ax^2$ 그래프를 꼭지점의 좌표만큼 평행이동한다.
   - a가 양수이면 아래로 볼록(∪), a가 음수이면 위로 볼록(∩)
3. 주요점을 표시한다.
   - 꼭지점 좌표를 표시한다.
   - 이차방정식의 해를 구해서 표시한다. ($y = 0$ 대입)
   - y절편을 구해서 표시한다. ($x = 0$ 대입, $y = c$)

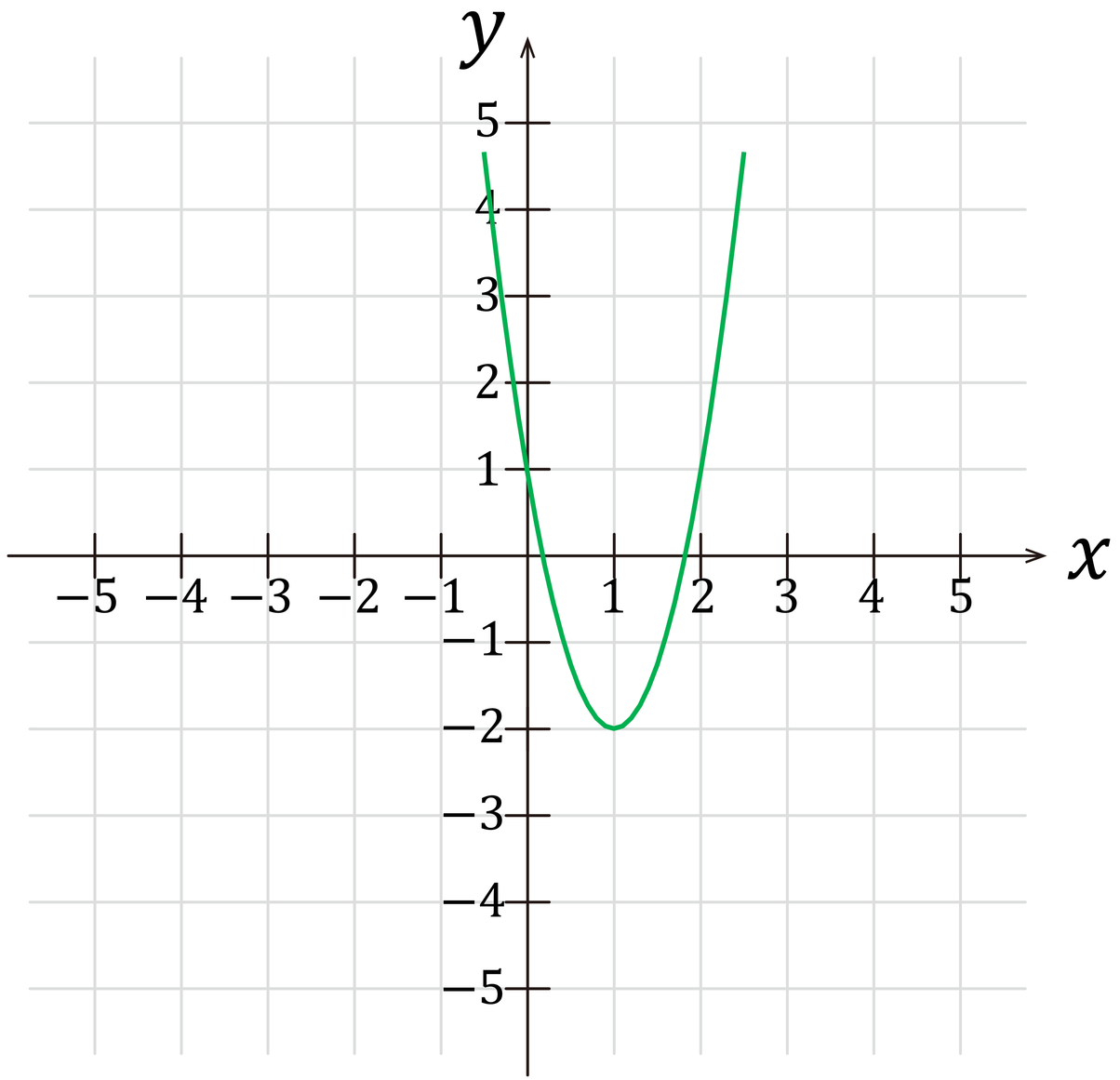
이차함수의 그래프

- **예제)** $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8)$
  - **꼭지점 좌표**
    - $p = \frac{-2}{2} = -1$
    - $q = \frac{1}{3}(1 - 2 - 8) = -3$
  - **y절편** : ($x = 0$ **대입**, $y = c$)
    - $y = -\frac{8}{3}$
  - **x절편** : $x = 2, -4$

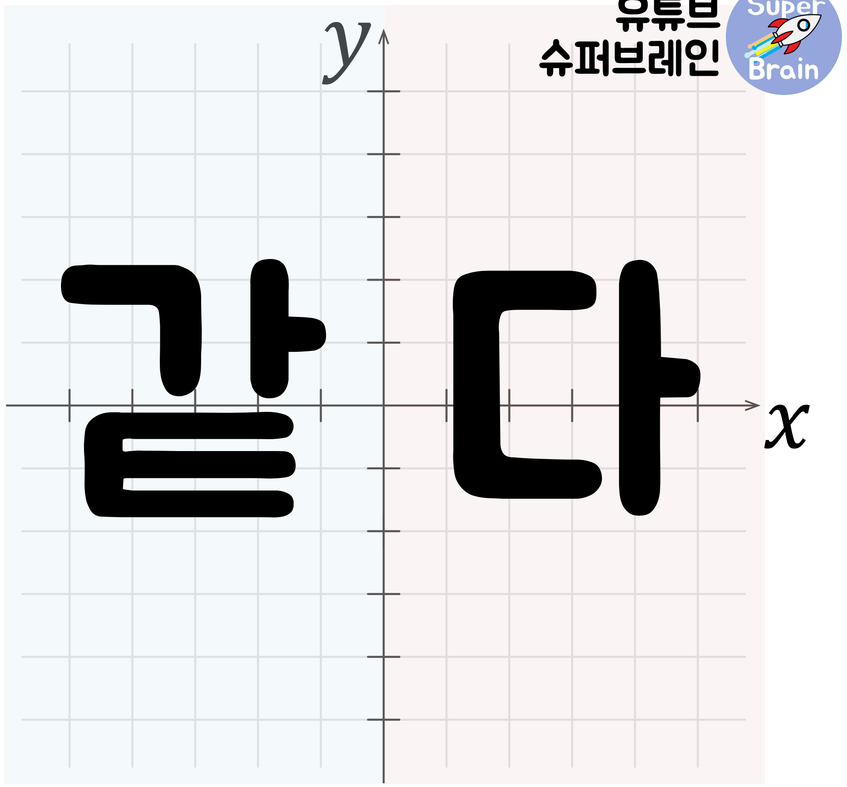


이차함수의 그래프

- **예제)** $y = 3x^2 - 6x + 1$
  - **꼭지점 좌표**
    - $p = \frac{6}{2 \cdot 3} = 1$
    - $q = 3 - 6 + 1 = -2$
  - y **절편** $(x = 0$ **대입**, $y = c)$
    - $y = 1$



이차함수의 그래프와 a, b, c의 부호



유튜브
슈퍼브레인
Super Brain

- $y = ax^2 + bx + c$
  - a의 부호 : 그래프의 모양
    - 아래로 볼록(∪)이면 a가 양수(+)
    - 위로 볼록(∩)이면 a가 음수(-)
  - b의 부호
    - 꼭지점이 원점보다 왼쪽이면 a와 부호가 같음
    - 꼭지점이 원점보다 오른쪽이면 a와 부호가 다름
  - c의 부호 : y절편이 c이므로
    - y절편이 양수이면 c도 양수
    - y절편이 음수이면 c도 음수

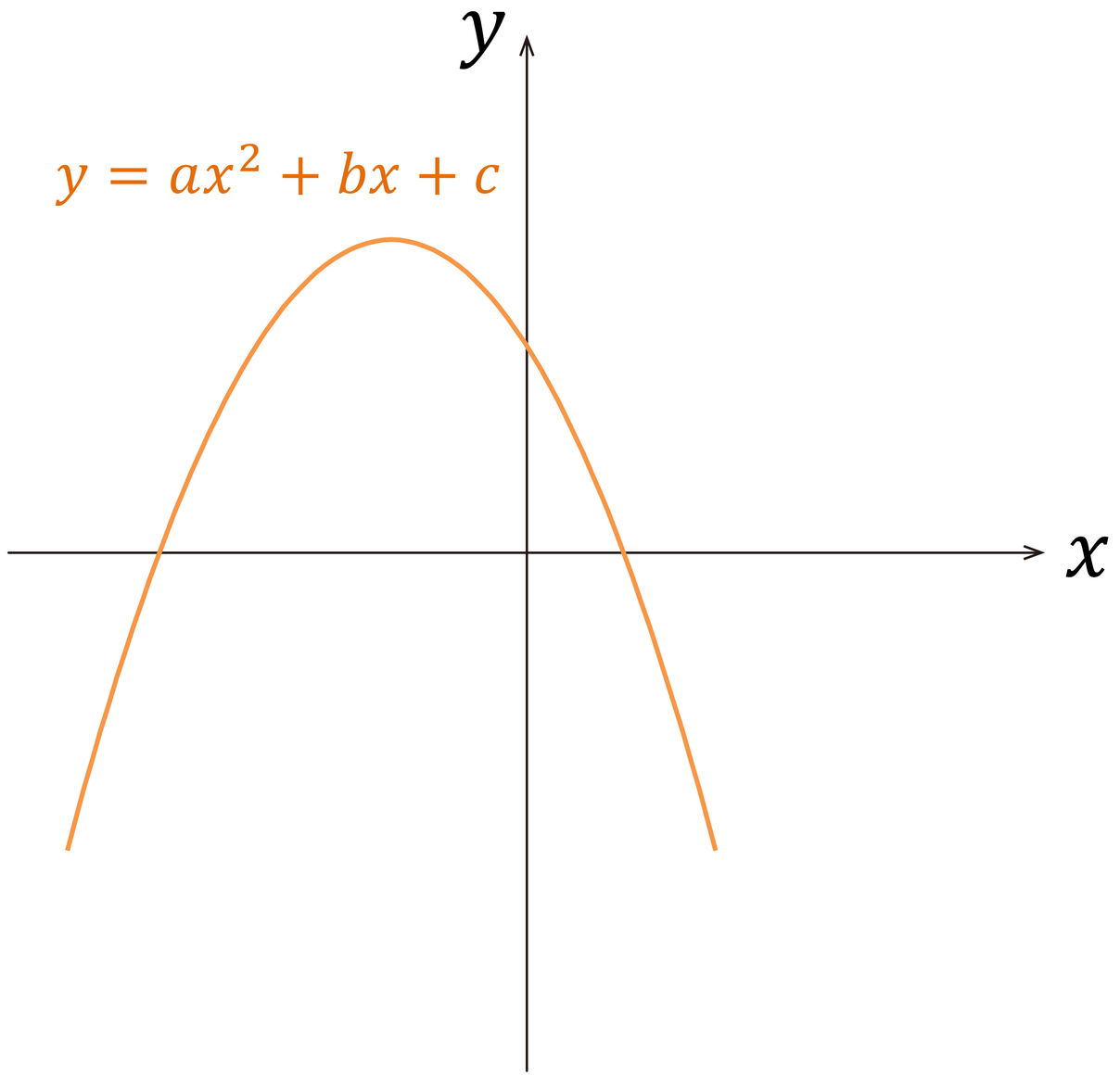
SuperBrain

이차함수의 그래프와 a, b, c의 부호

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

■ 예제) a, b, c의 부호를 결정하시오.

- 그래프가 위로 볼록 : $a < 0$
- 꼭지점이 왼쪽에 있으므로 a와 b는 부호가 같음 : $b < 0$
- y절편이 양수 : $c > 0$
- $a(-), b(-), c(+)$



SuperBrain

이차함수 혹은 이차방정식의 결정

- 다음의 경우에 이차함수가 결정된다.
  - 서로 다른 세 점의 좌표를 알 때
  - 꼭지점의 좌표와 다른 한 점을 알 때
  - 축의 위치(꼭지점의 x좌표)와 두 점의 좌표를 알 때

중학교 수학 3-2
전체 빠르게 요점정리

슈퍼브레인

중학교 3-2 수학 목차

- 삼각비 sin, cos, tan
  - 삼각비의 활용
- 원의 성질
  - 원의 현과 접선
  - 원주각
  - 접선과 현이 이루는 각
- 통계
  - 대표값
  - 산포도
  - 상관관계

삼각비

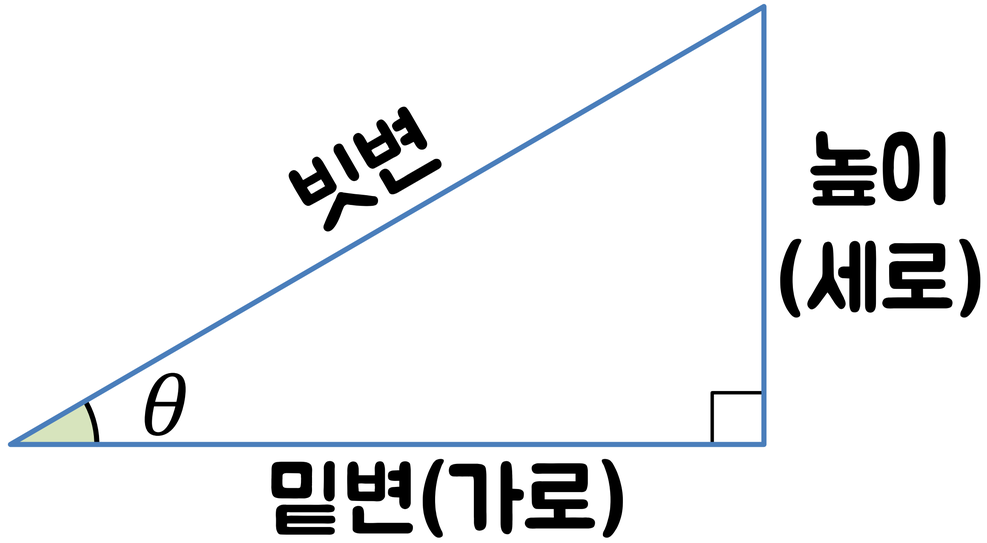
sin cos tan

중학교 수학 3-2

슈퍼브레인

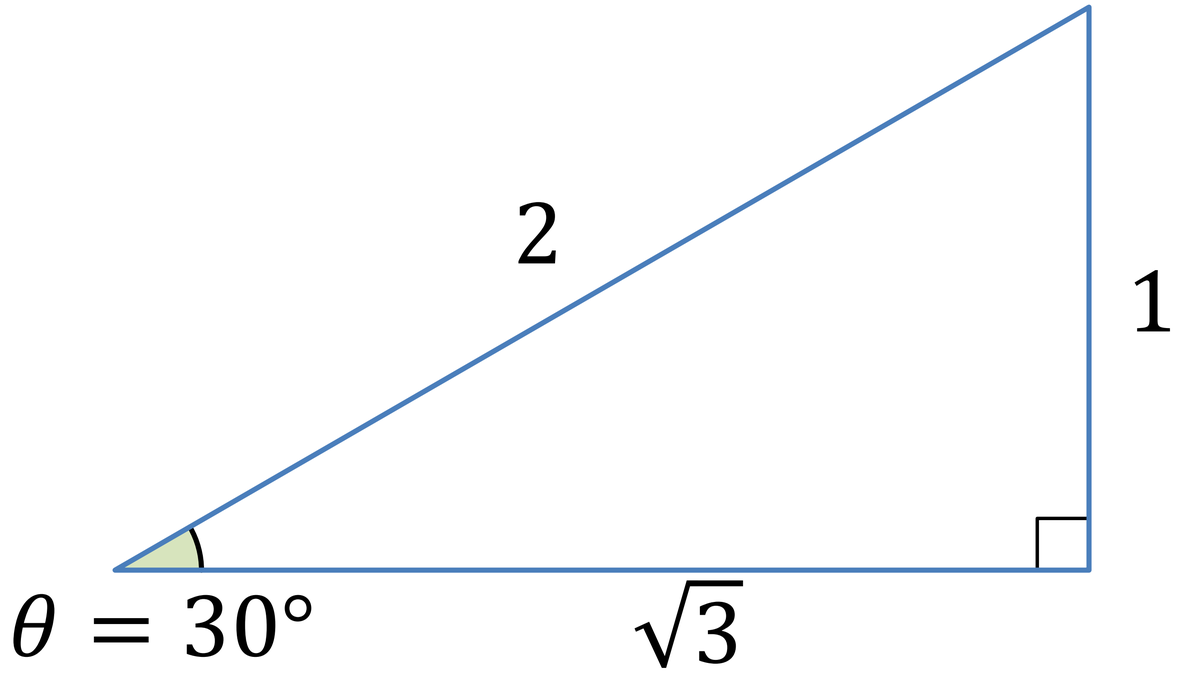
삼각비의 의미

- $\sin\theta = \dfrac{\text{높이(세로)}}{\text{빗변}}$
- $\cos\theta = \dfrac{\text{밑변(가로)}}{\text{빗변}}$
- $\tan\theta = \dfrac{\text{높이(세로)}}{\text{밑변(가로)}}$



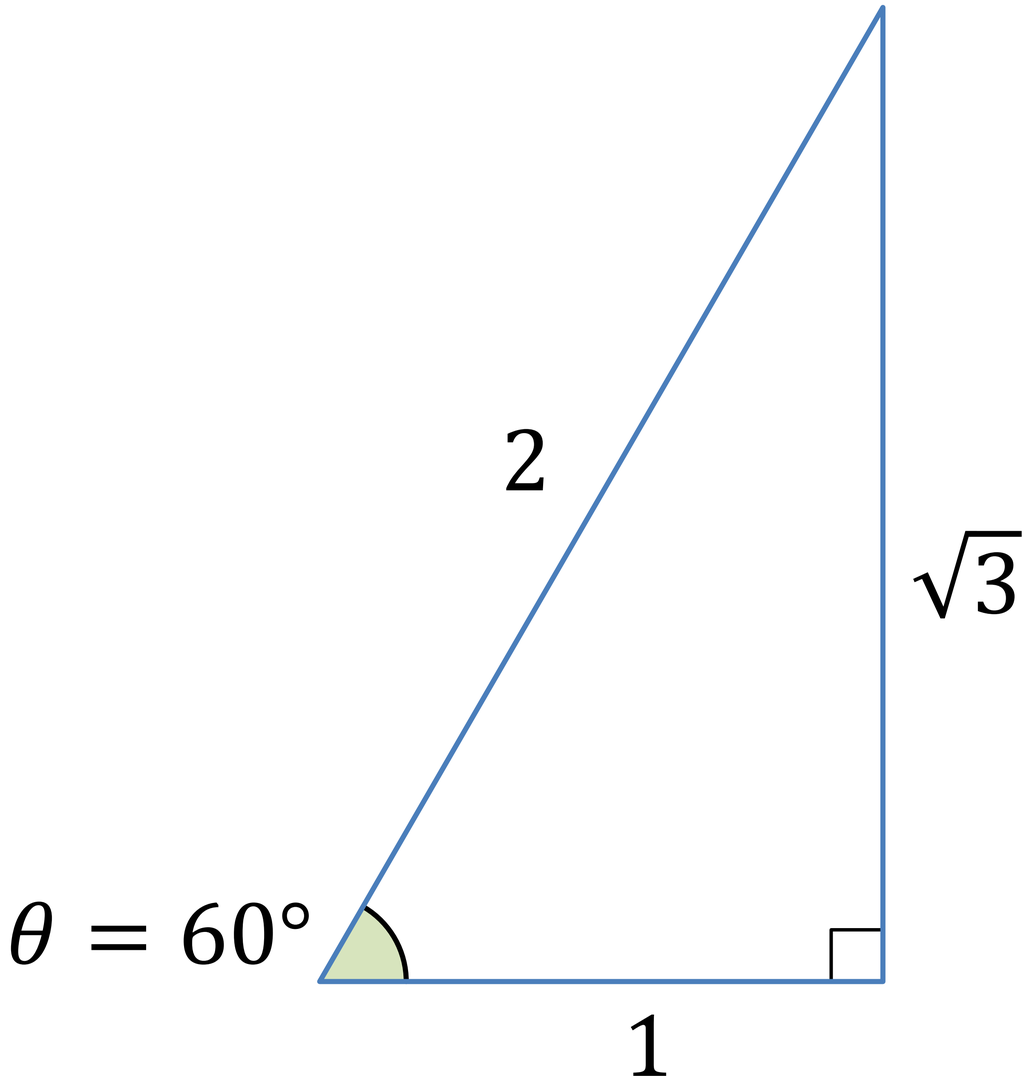
주요 각도 삼각비

- $\sin 30° = \frac{1}{2}$
- $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$



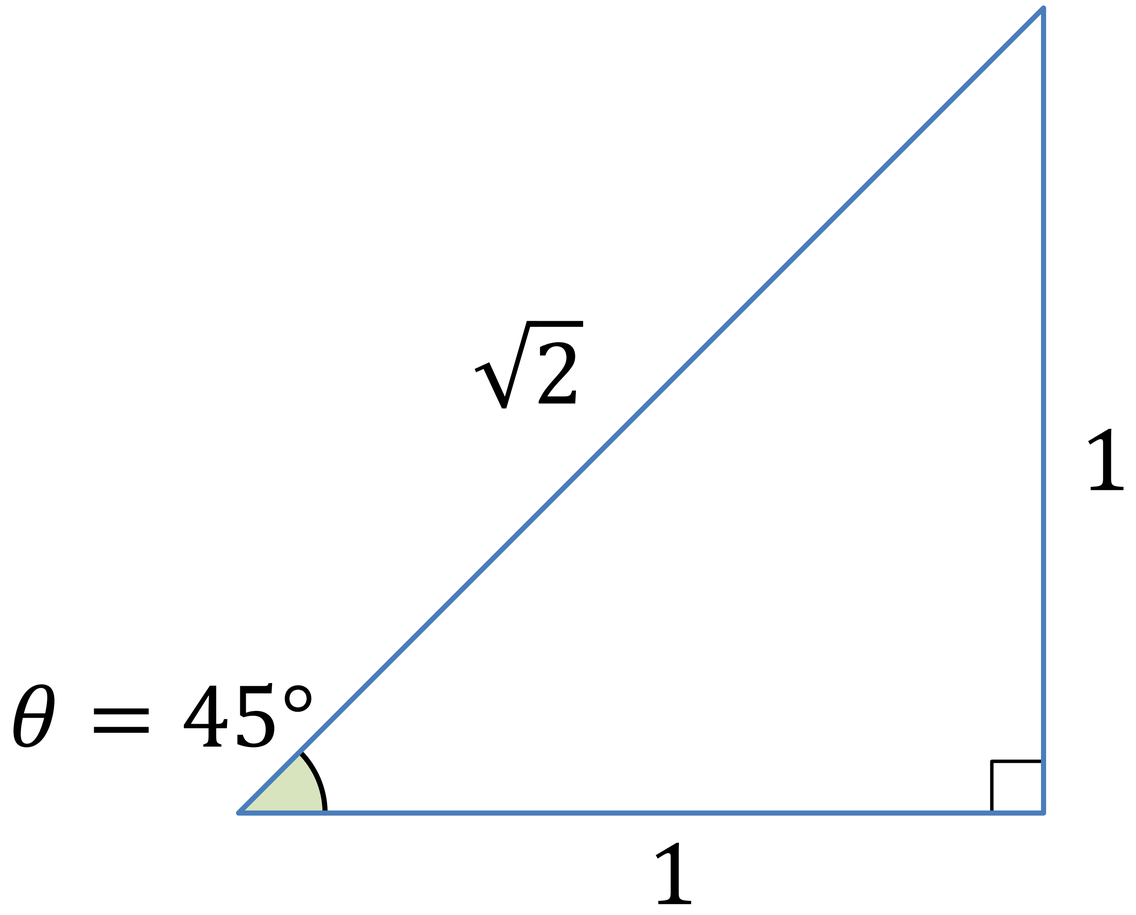
주요 각도 삼각비

- $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos 60° = \frac{1}{2}$
- $\tan 60° = \sqrt{3}$



주요 각도 삼각비

- $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\tan 45° = 1$

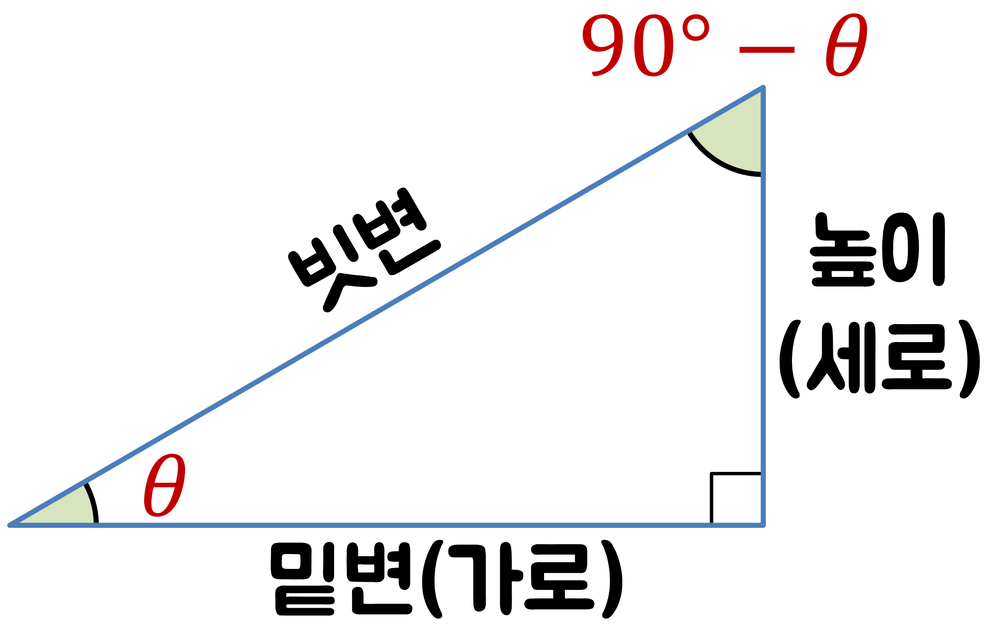


주요 각도 삼각비

	$30°$	$60°$	$45°$
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1

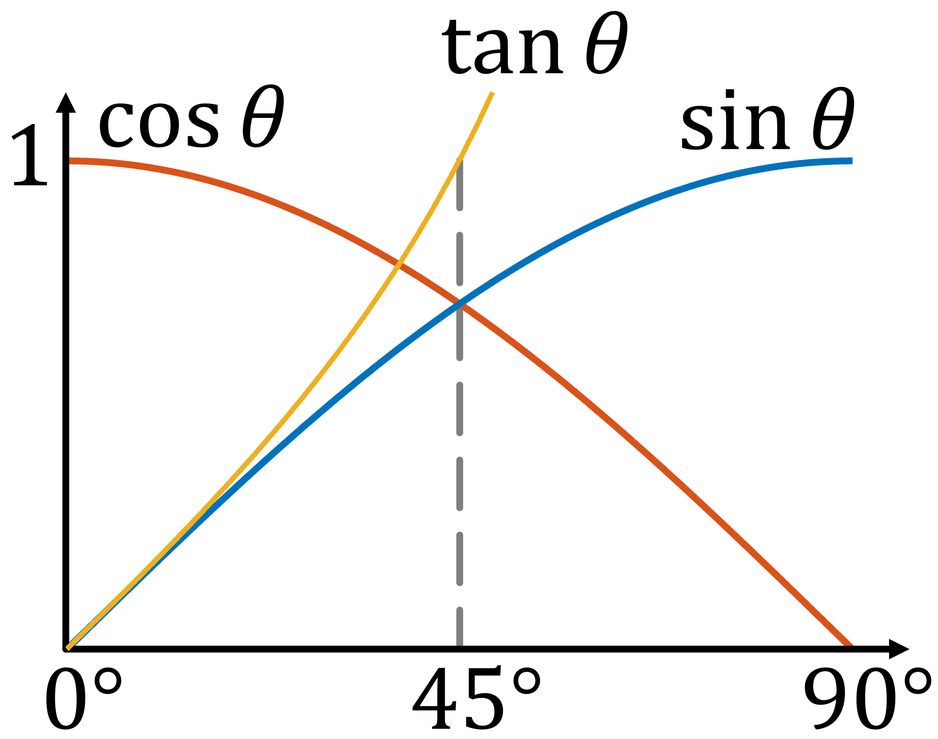
삼각비 관계

- $0 < \theta < 90°$ **일 때**
  - $\sin\theta = \cos(90° - \theta)$
  - $\cos\theta = \sin(90° - \theta)$
  - $\tan\theta = \dfrac{1}{\tan(90° - \theta)}$
  - $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
  - $\tan\theta =$ **그래프(빗변)의 기울기**
  - $(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$

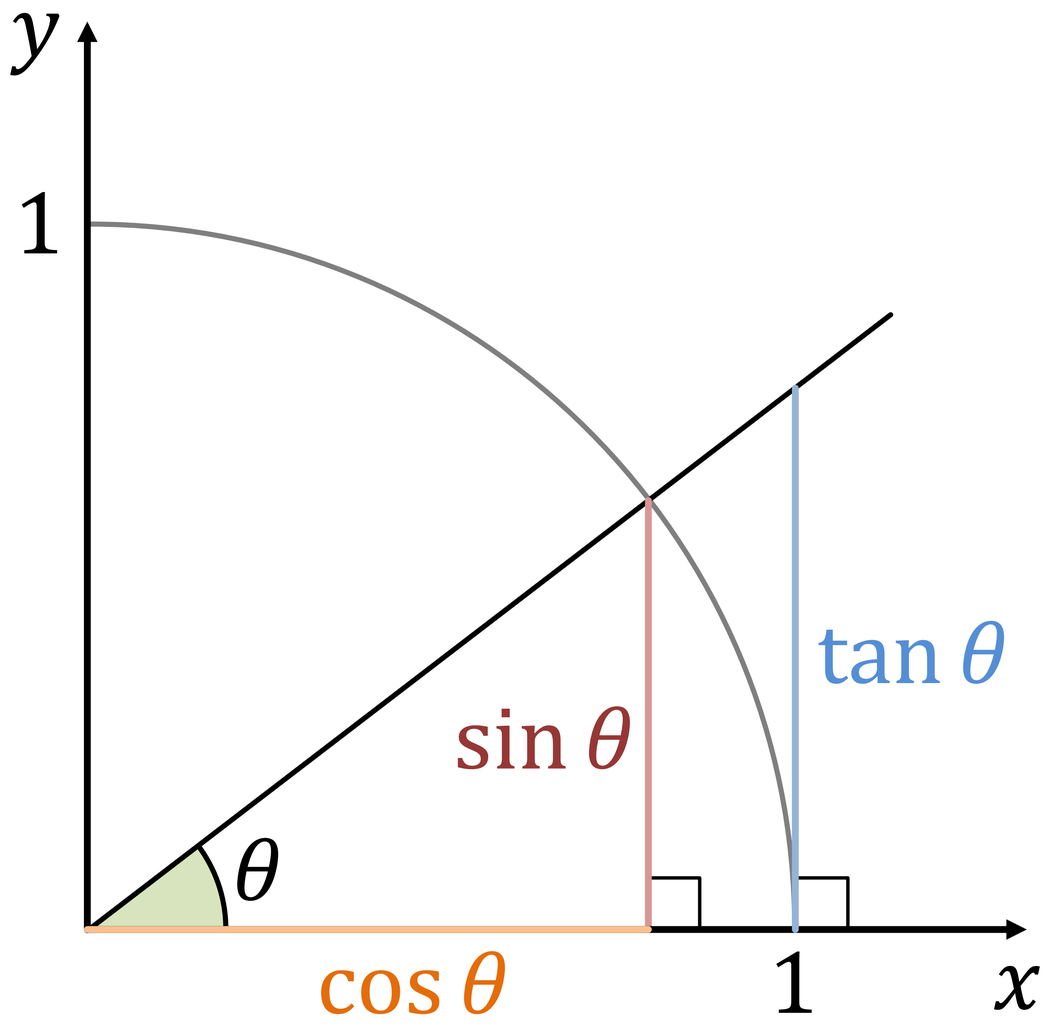


삼각비 성질

- $0 \leq \theta \leq 90°$ 일 때
  - $\sin\theta$ 는 0에서 1로 점차 증가한다.
  - $\cos\theta$ 는 1에서 0으로 점차 감소한다.
  - $\tan\theta$ 는 0에서 무한대로 증가한다.

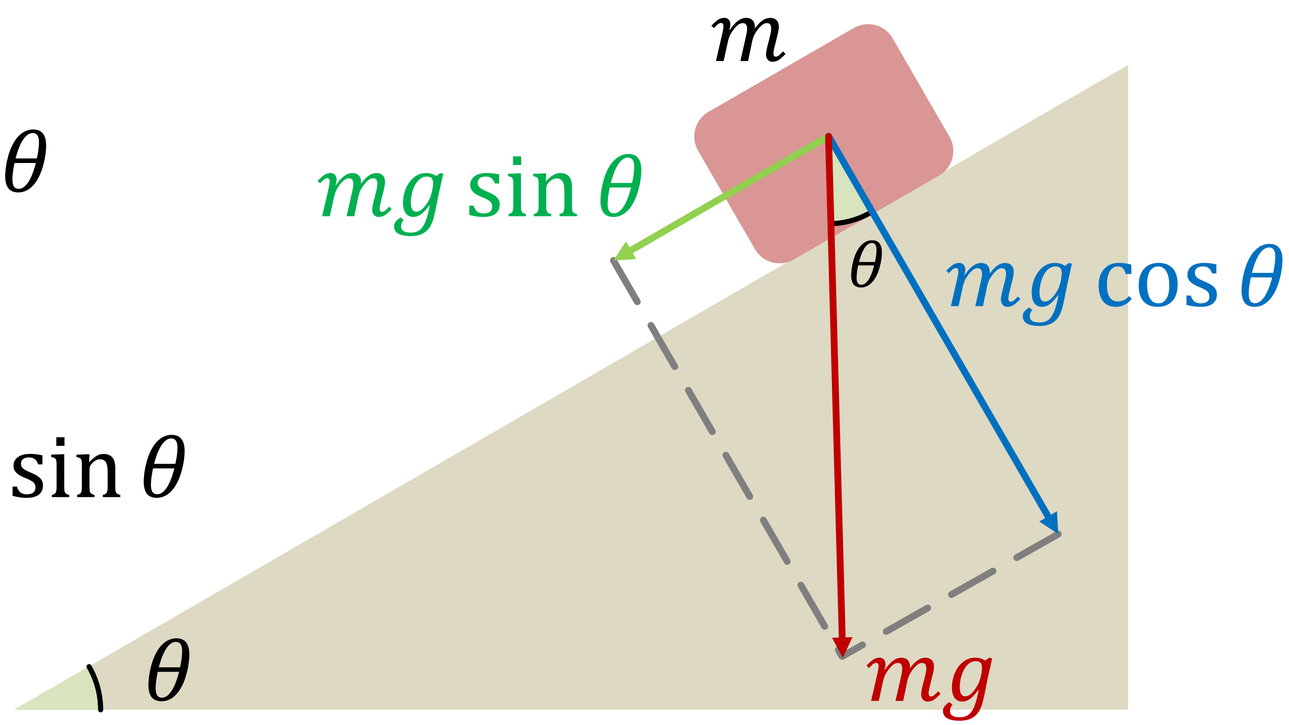


삼각비 성질



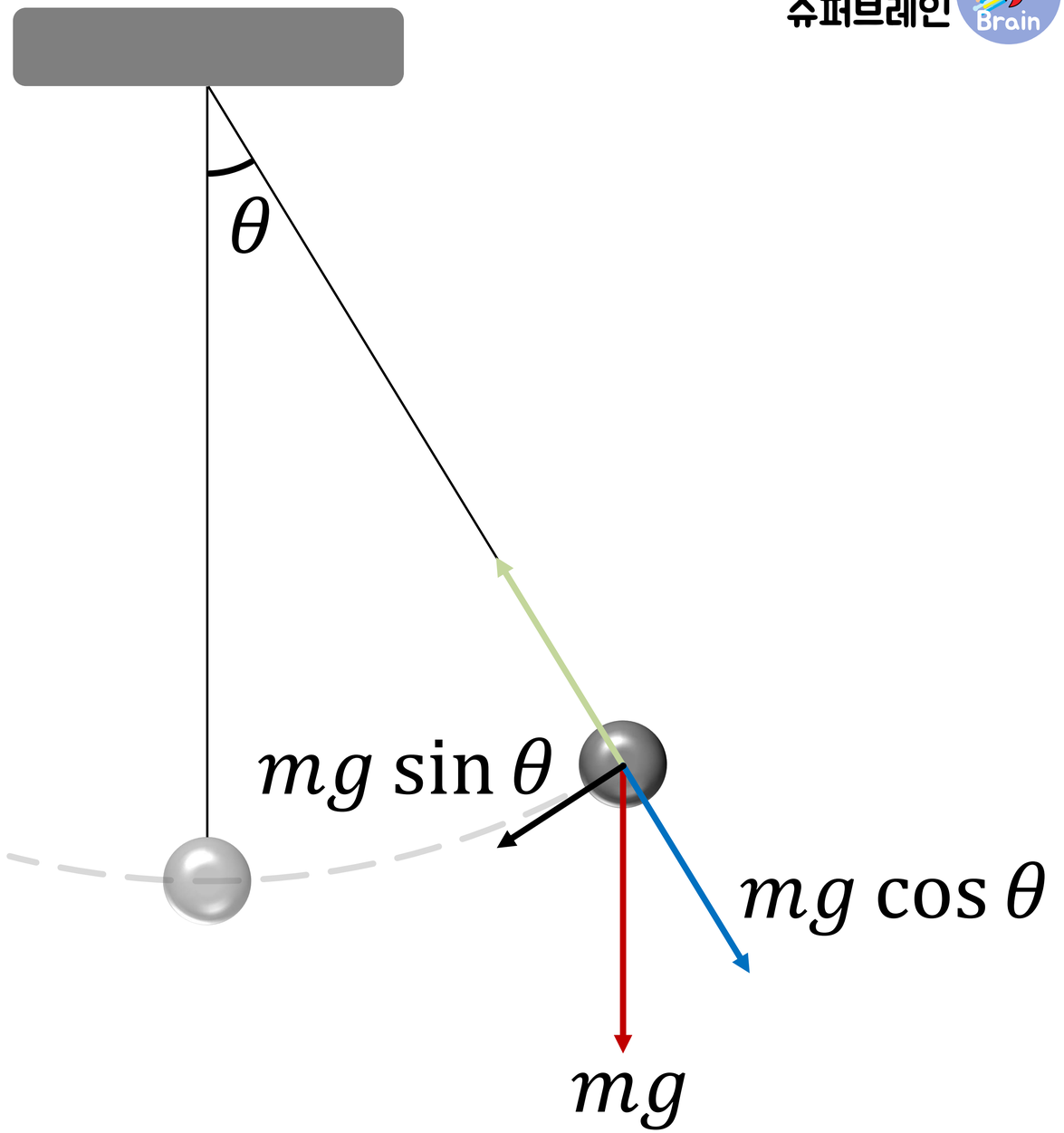
삼각비 활용

- 경사각이 θ 인 빗면에 놓여진 질량 m 인 물체
  - 무게 : mg
  - 수직항력 : $mg\cos\theta$
  - 미끄러져 내려가는 힘 : $mg\sin\theta$
  - 정지해 있다면,
    - 마찰력 : $\mu mg\cos\theta = mg\sin\theta$



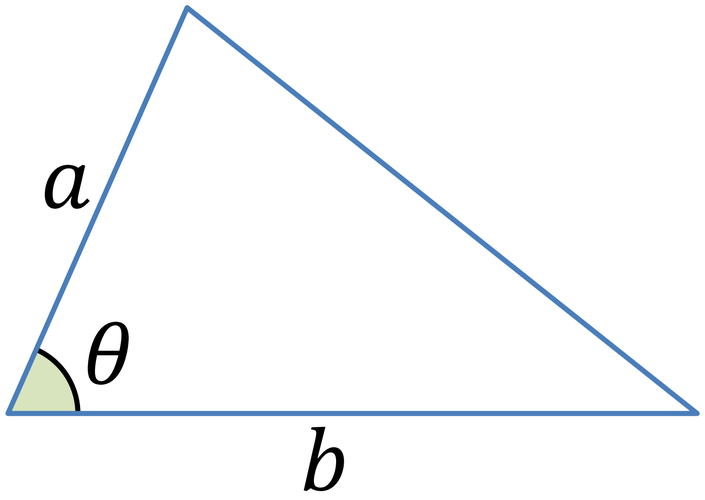
삼각비 활용

- 줄에 매달린 질량 m 인 물체
  - 무게 : mg
  - 장력 : $mg\cos\theta$
  - 물체가 받는 가속도 : $g\sin\theta$



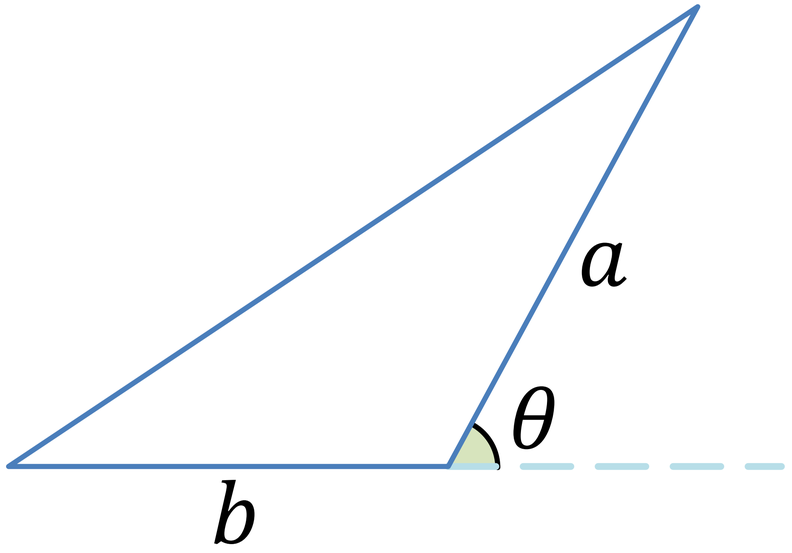
삼각비 활용

■ 삼각형의 넓이



높이

$a \sin \theta$



삼각형의 넓이

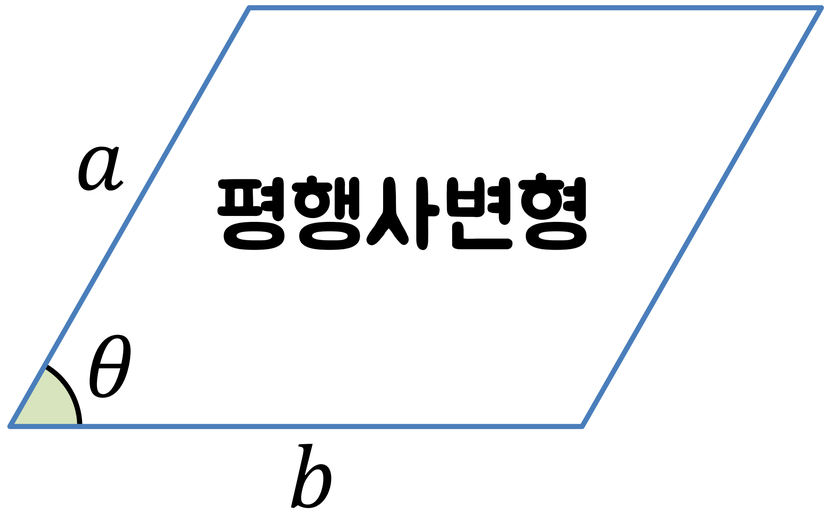
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \theta$$

삼각형의 넓이

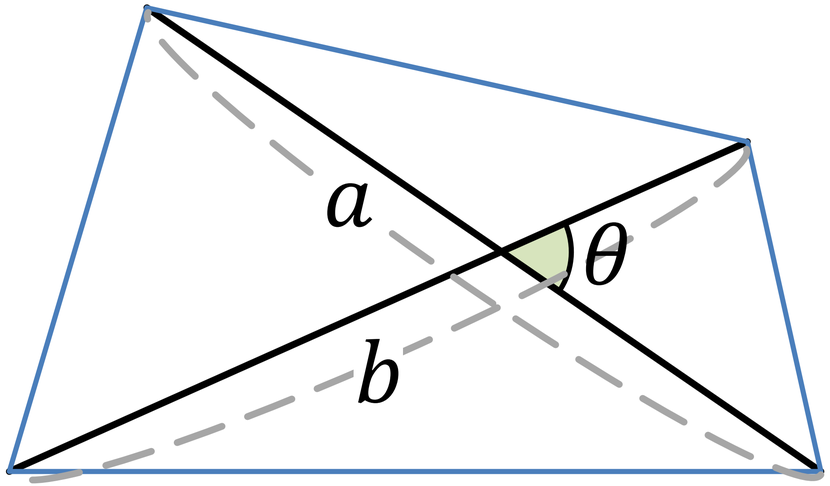
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \theta$$

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

■ 사각형의 넓이



$$S = ab\sin\theta$$



$$S = \frac{1}{2}ab\sin\theta$$

SuperBrain

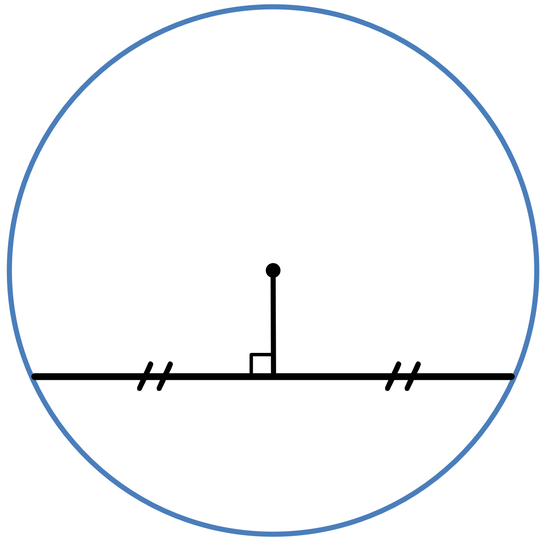
원과 현, 접선

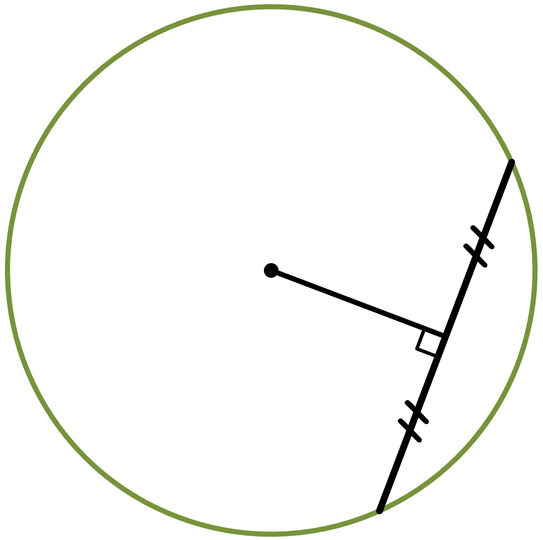
중학교 수학 3-2

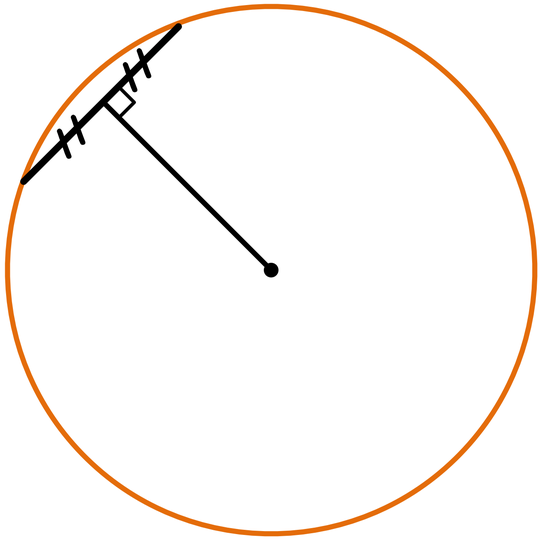
슈퍼브레인

현과 수직이등분선

- 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.
- 원의 중심에서 현에 수선의 발을 내리면 현을 이등분한다.

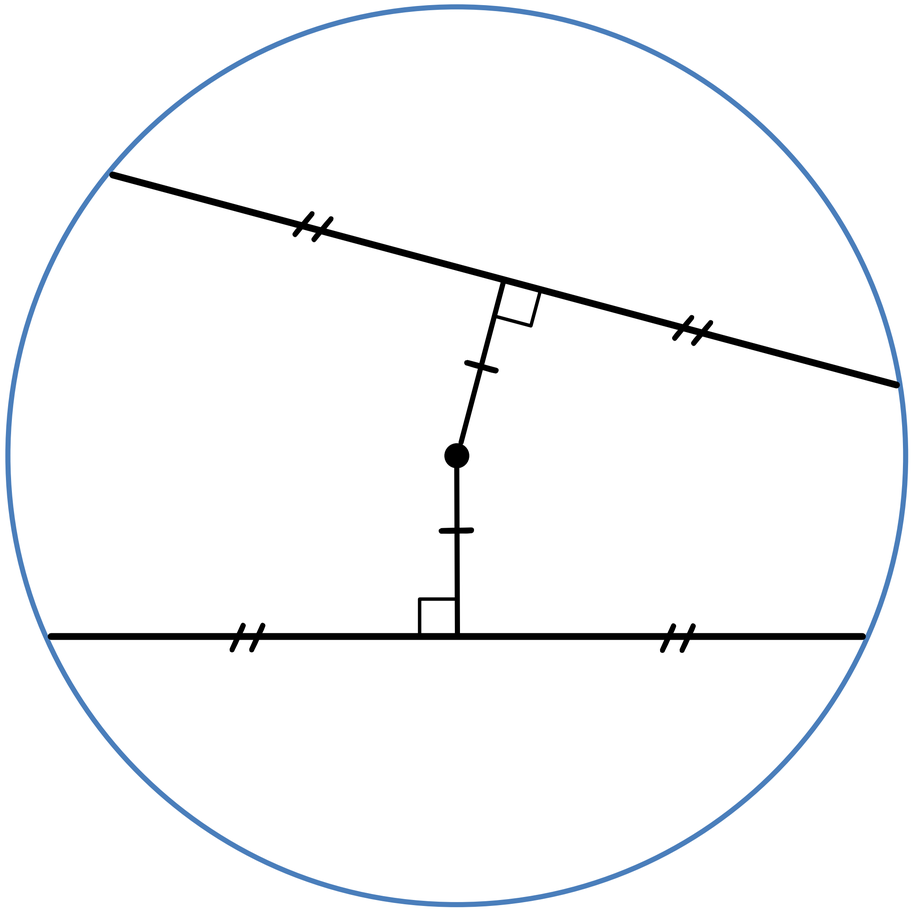


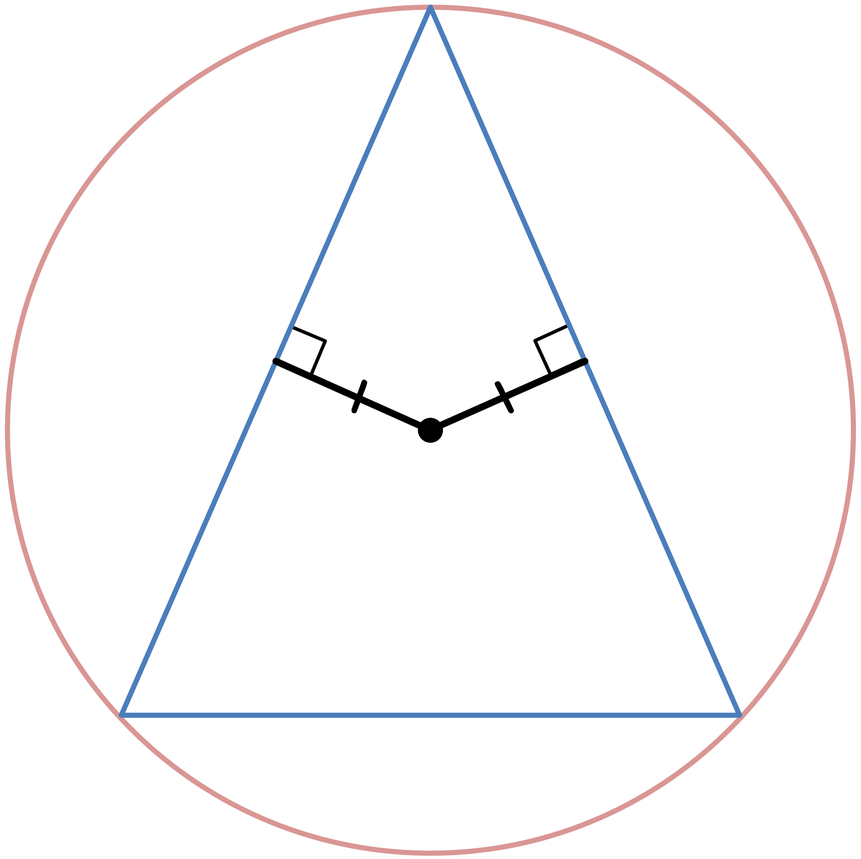




현의 길이와 중심까지의 거리

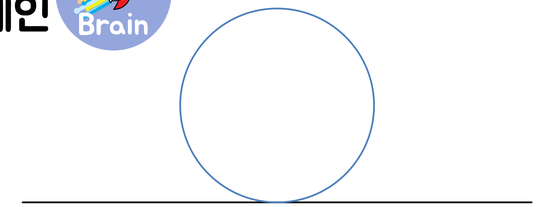
- 동일한 원의 중심에서부터 같은 거리에 있는 현들의 길이는 같다.
- 동일한 원에서 현의 길이가 같다면, 중심에서 현까지 길이도 같다.



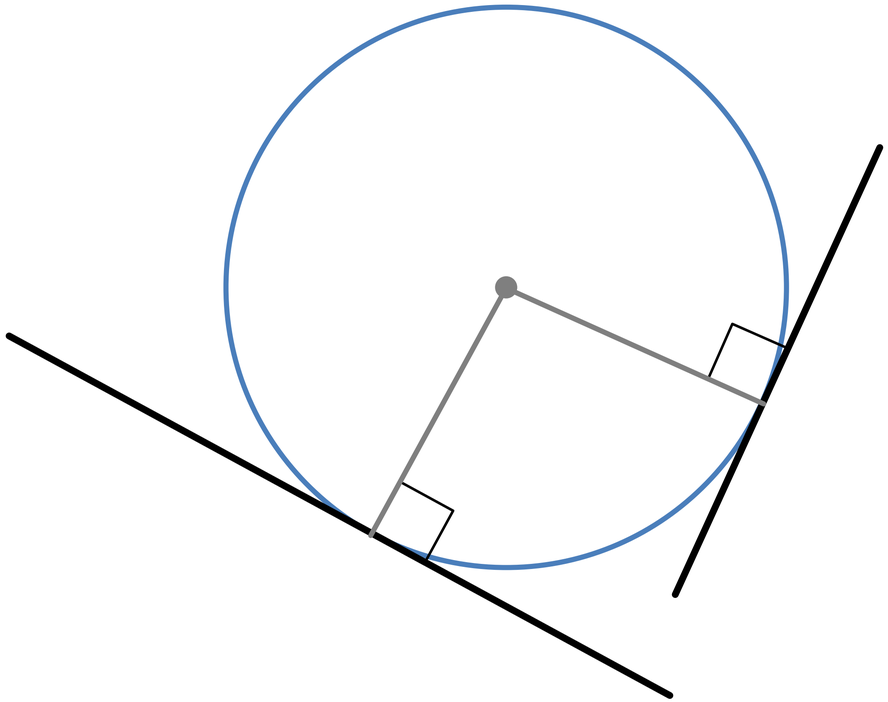


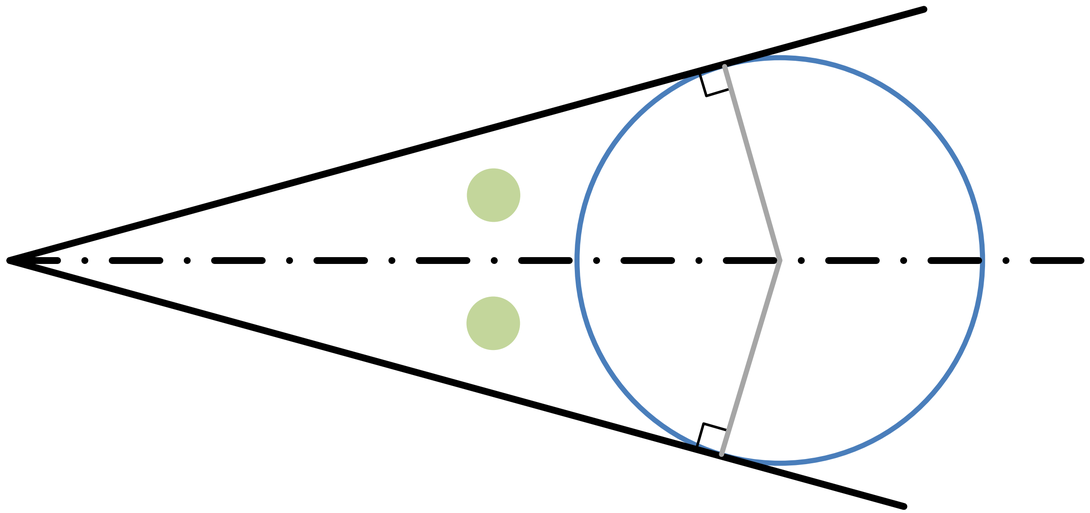
원의 접선과 접점

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain



- 접한다 : 원과 직선이 **한 점**에서 만나면 **접한다**고 함
- 접선 : 원의 중심에서부터 거리가 반지름 만큼인 직선
- 접점 : 접선과 원이 만나는 점

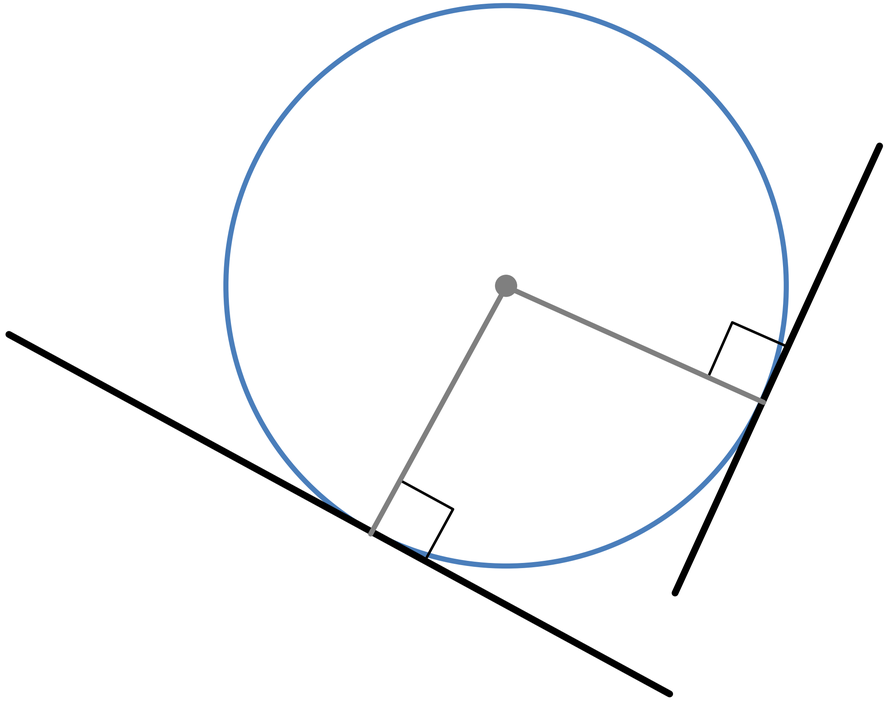


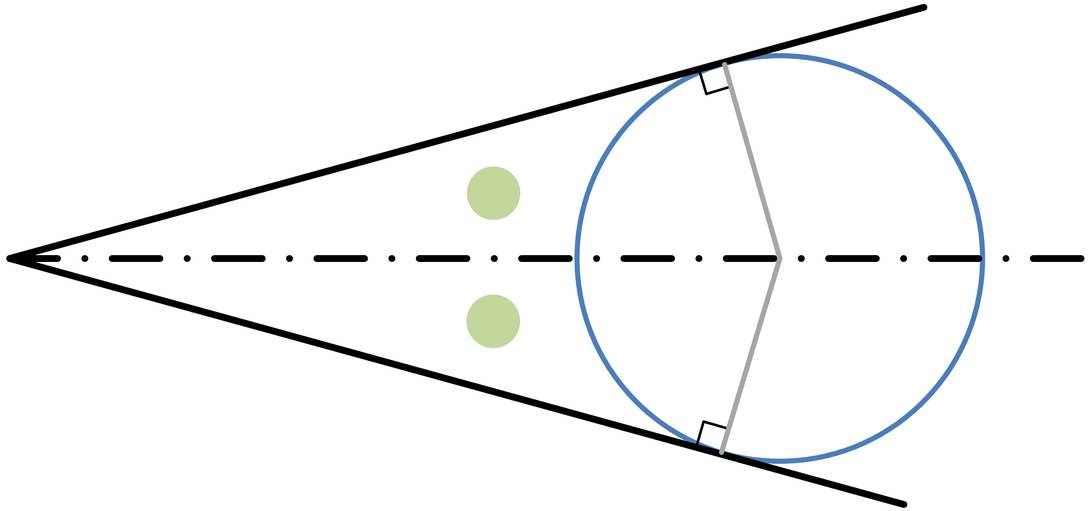


SuperBrain

원의 접선의 성질

- 원의 접선과 접점에서부터 중심까지 이은 선분은 서로 수직
- 원 외부의 한 점을 지나는 접선은 두 개이며,
  그 점에서부터 접점까지 선분은 서로 같다.

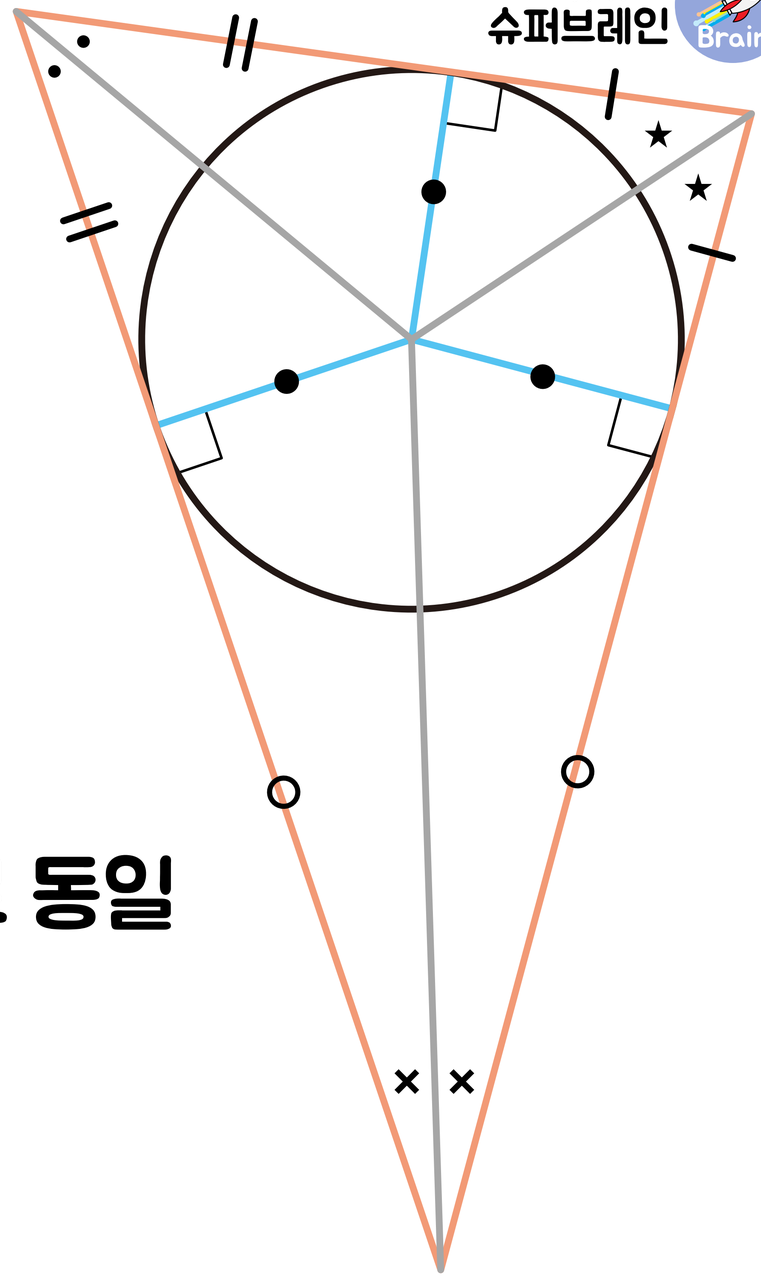




삼각형의 내심

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

- 삼각형의 내접원
  - 삼각형의 세 변에 모두 접하는 원
- 내심 (I)
  - 내심은 내접원의 중심
  - 내심은 세 각의 이등분선들의 교점
  - 내심에서 각 변까지 거리는 내접원의 반지름으로 동일

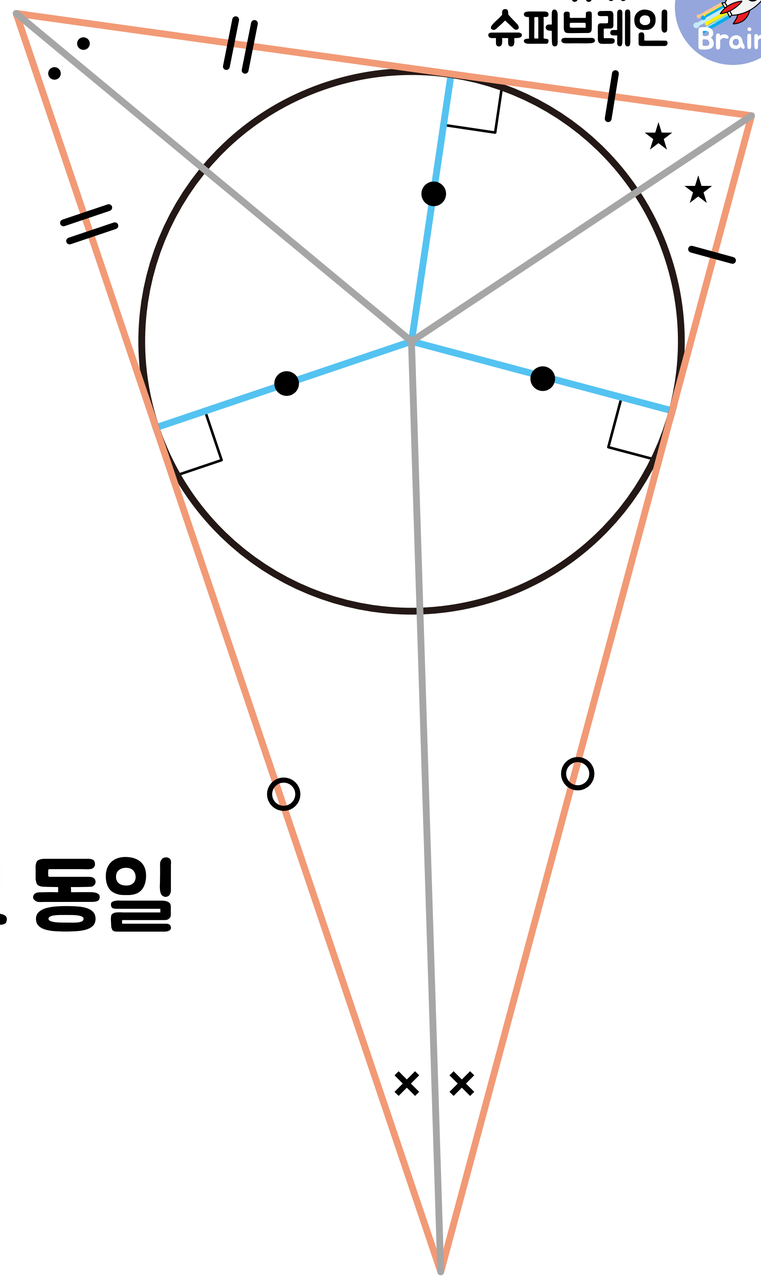


SuperBrain

삼각형의 내심

유튜브
슈퍼브레인

- 삼각형의 내접원
  - 삼각형의 세 변에 모두 접하는 원
- 내심 (I)
  - 내심은 내접원의 중심
  - 내심은 세 각의 이등분선들의 교점
  - 내심에서 각 변까지 거리는 내접원의 반지름으로 동일



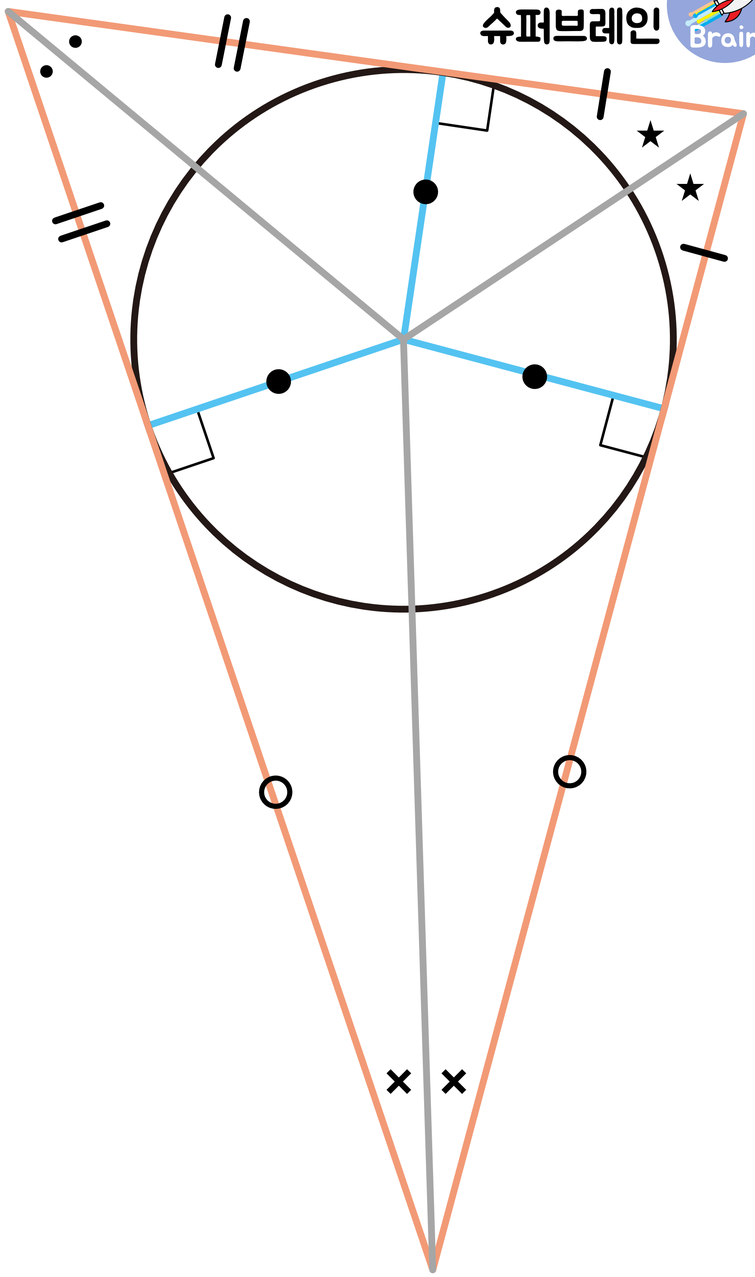
SuperBrain

삼각형의 내심

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

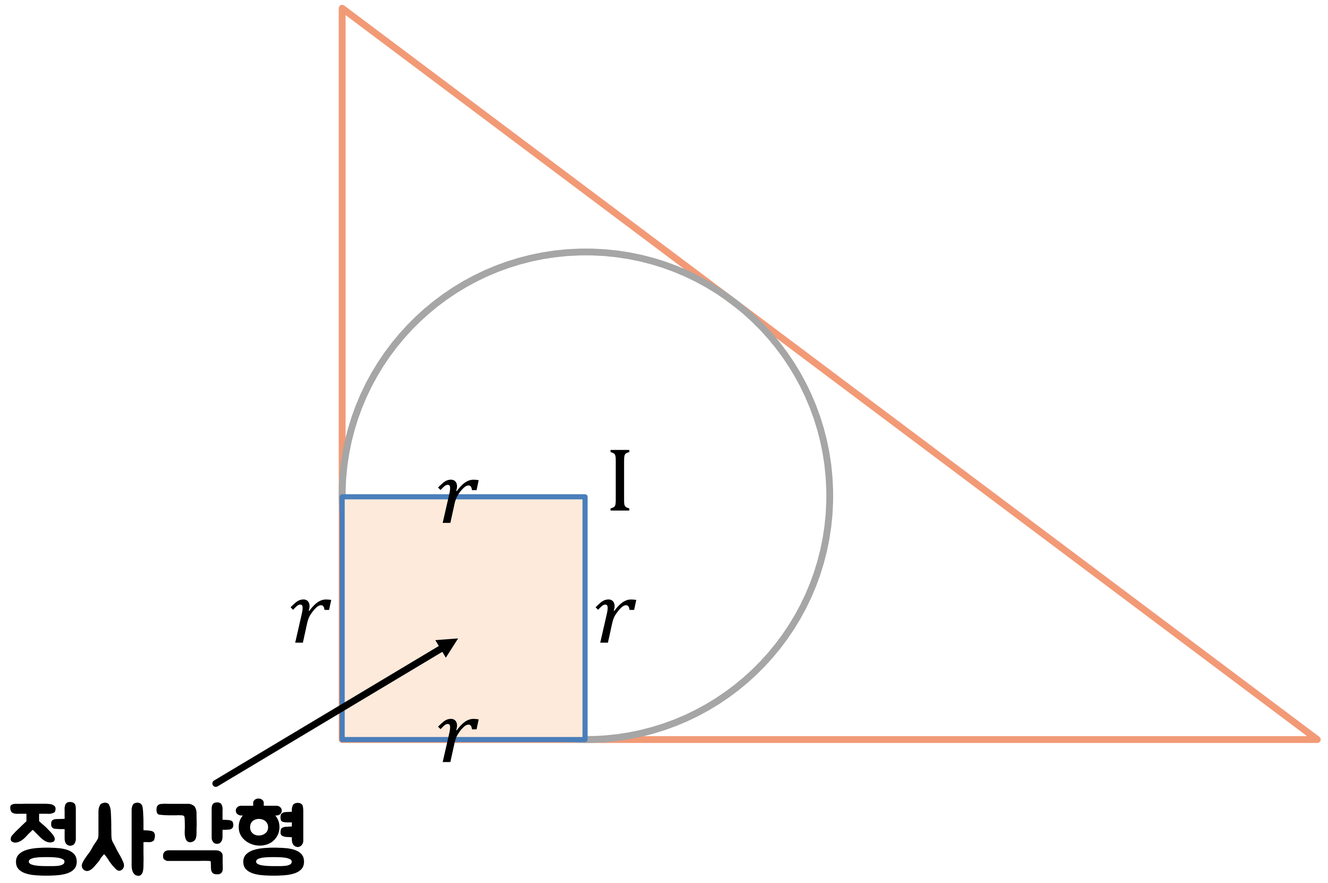
■ 삼각형의 넓이

- 내접원의 반지름 : r
- 각 변의 길이 : a, b, c
- 삼각형의 넓이 $= \frac{r}{2}(a+b+c)$

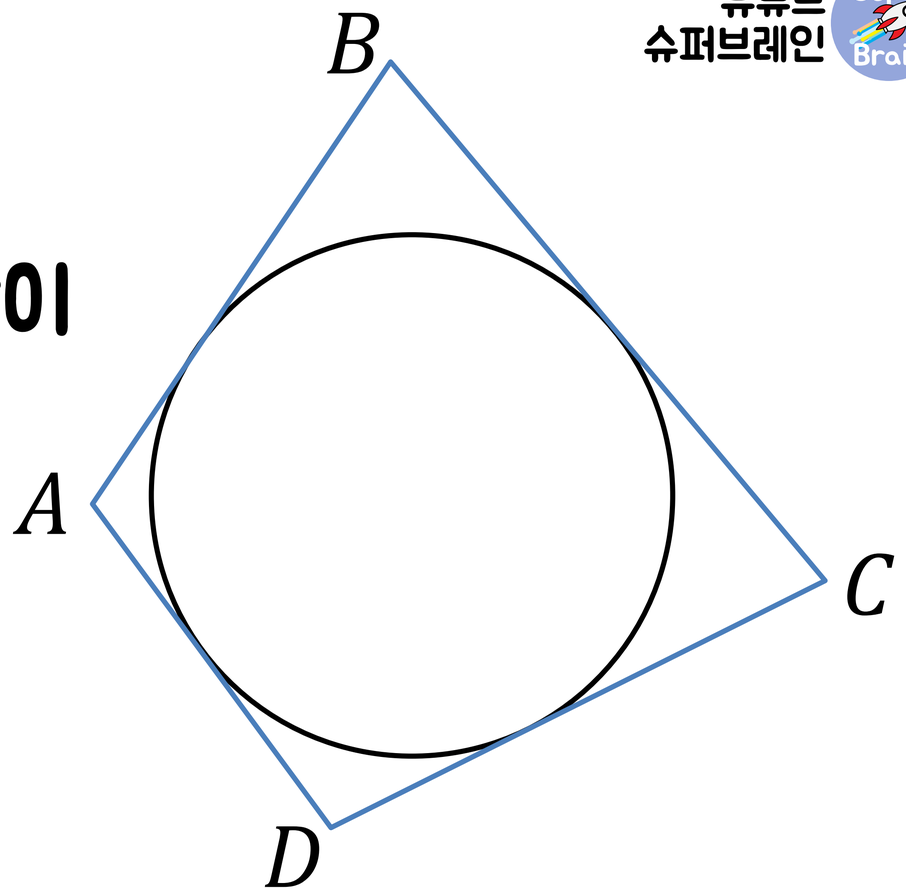


SuperBrain

직각삼각형의 내심



원에 외접하는 사각형



- 모든 사각형이 원에 외접하는 것은 아님
- 원에 접하는 사각형은 마주보는 변 길이의 합이 다른 마주보는 변 길이의 합과 동일
  - $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$
- 마주보는 한 쌍의 변의 합은 전체 둘레의 절반
  - $\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) = \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$

원주각

중학교 수학 3-2

슈퍼브레인

원주각의 정의와 크기

유튜브 슈퍼브레인 Super Brain

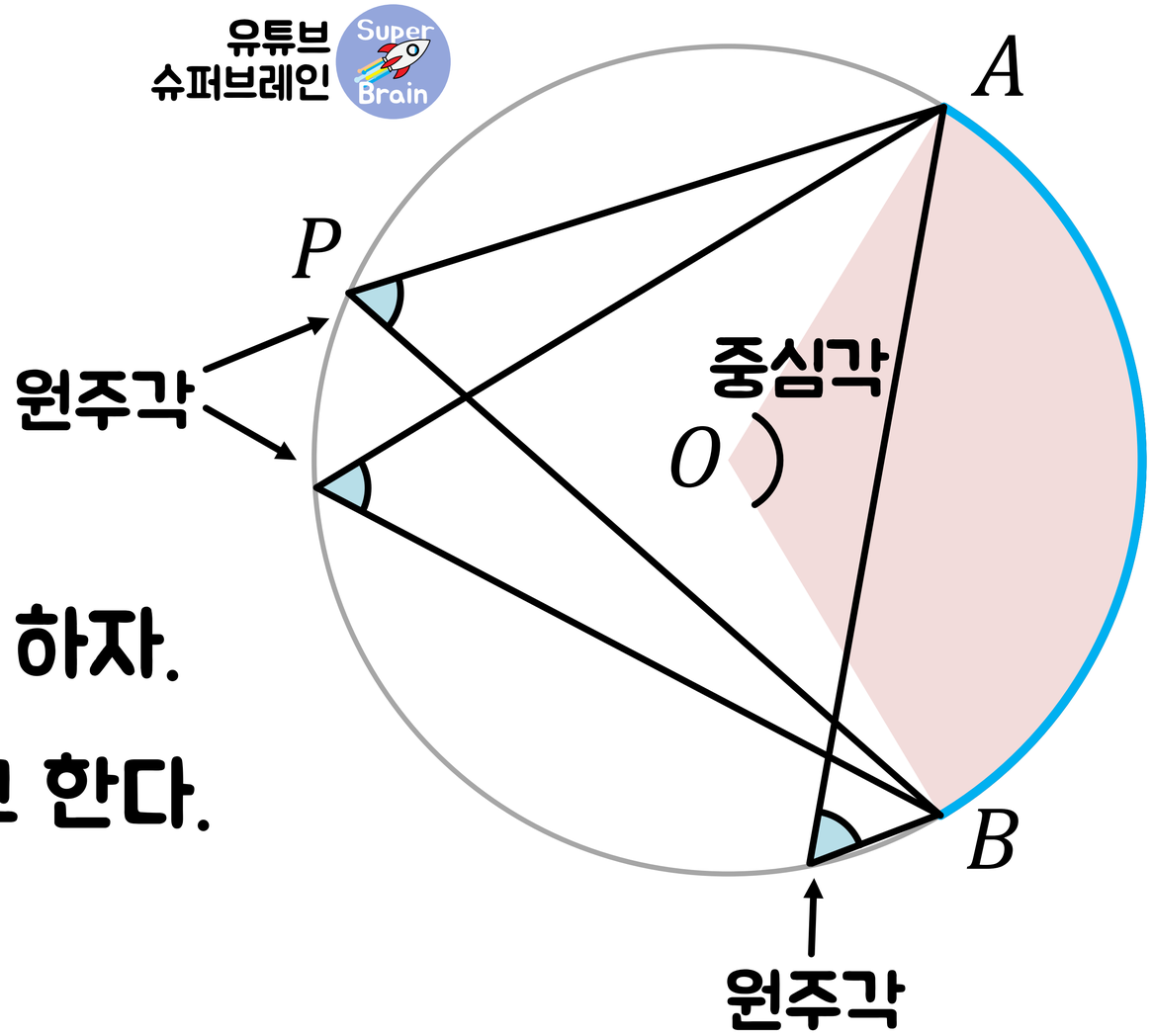
■ 원주각

- 원 O의 일부가 $\overset{\frown}{AB}$ 라고 하자.

  $\overset{\frown}{AB}$ 위에 있지 않으면서

  원 O 선 위에 임의의 한 점을 P라고 하자.

  $\angle APB$를 $\overset{\frown}{AB}$ 에 대한 원주각이라고 한다.

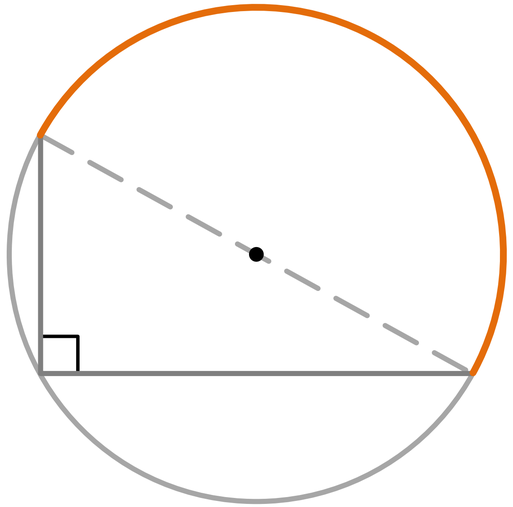


■ 원주각은 중심각의 절반이다.

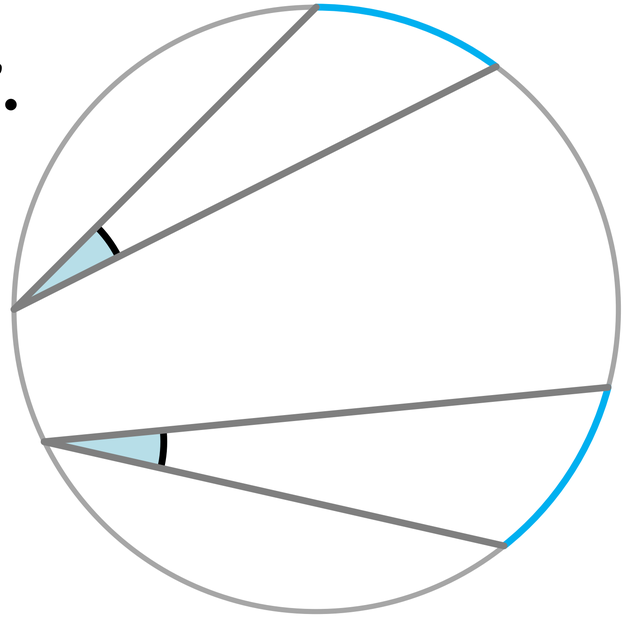
SuperBrain

원주각의 성질

- 반원의 원주각은 $90°$ 이다.

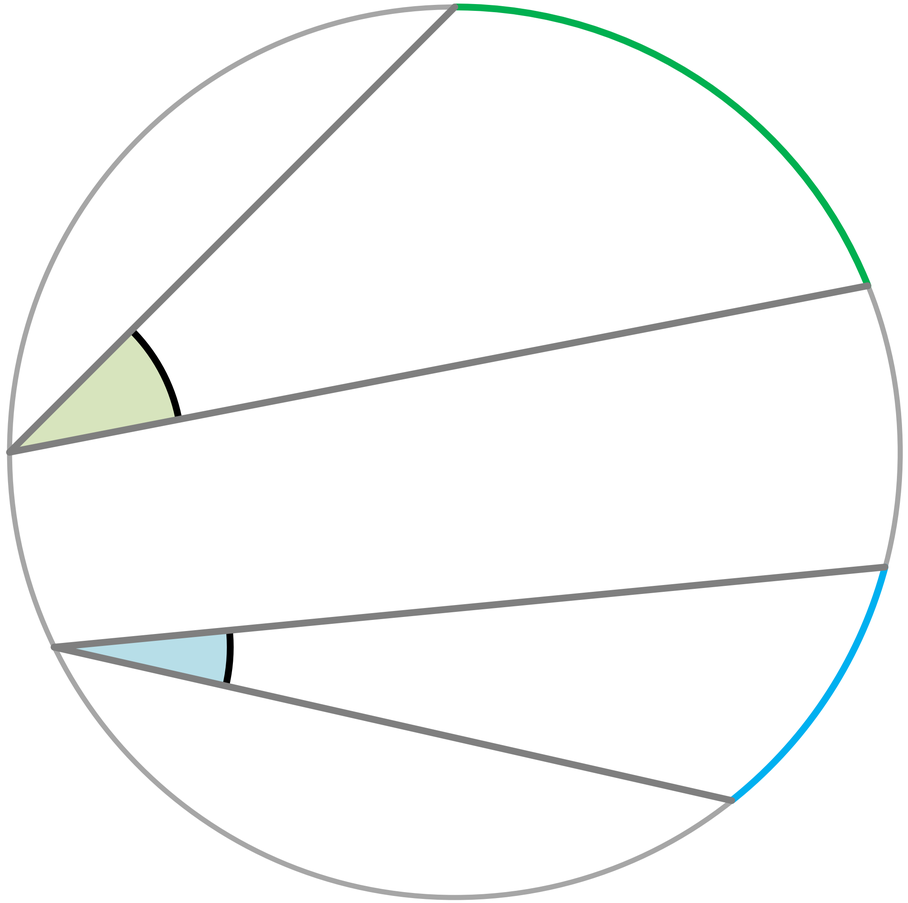


- 한 원에서 원주각이 같은 호는 길이가 같다.
  - 한 원에서 호의 길이가 같으면 원주각의 크기가 같다.

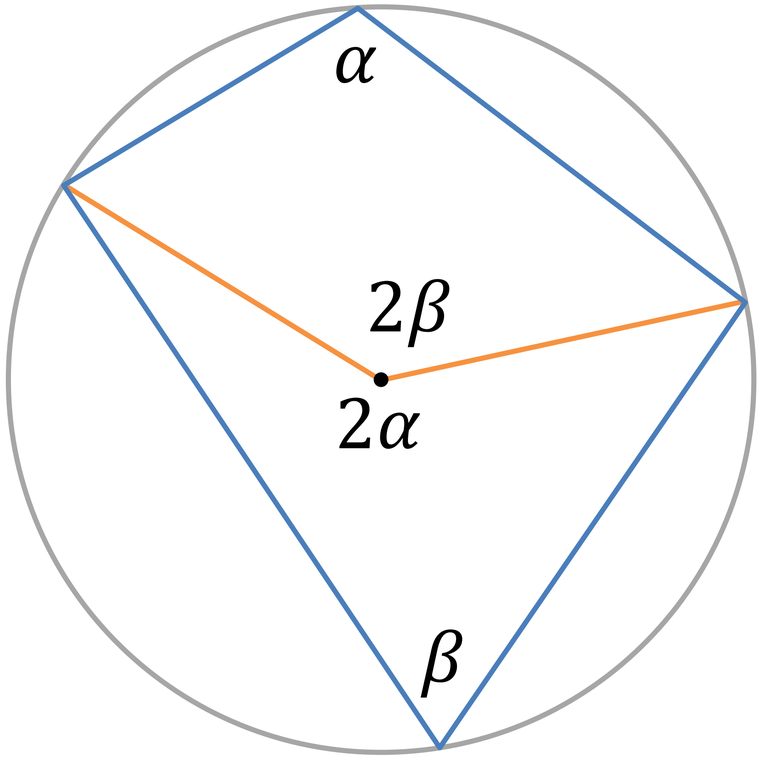


원주각의 성질

- 한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 비례한다.



■ 대각의 합이 $180°$인 사각형은 원에 내접하는 사각형이다.



$$2\alpha + 2\beta = 360°$$

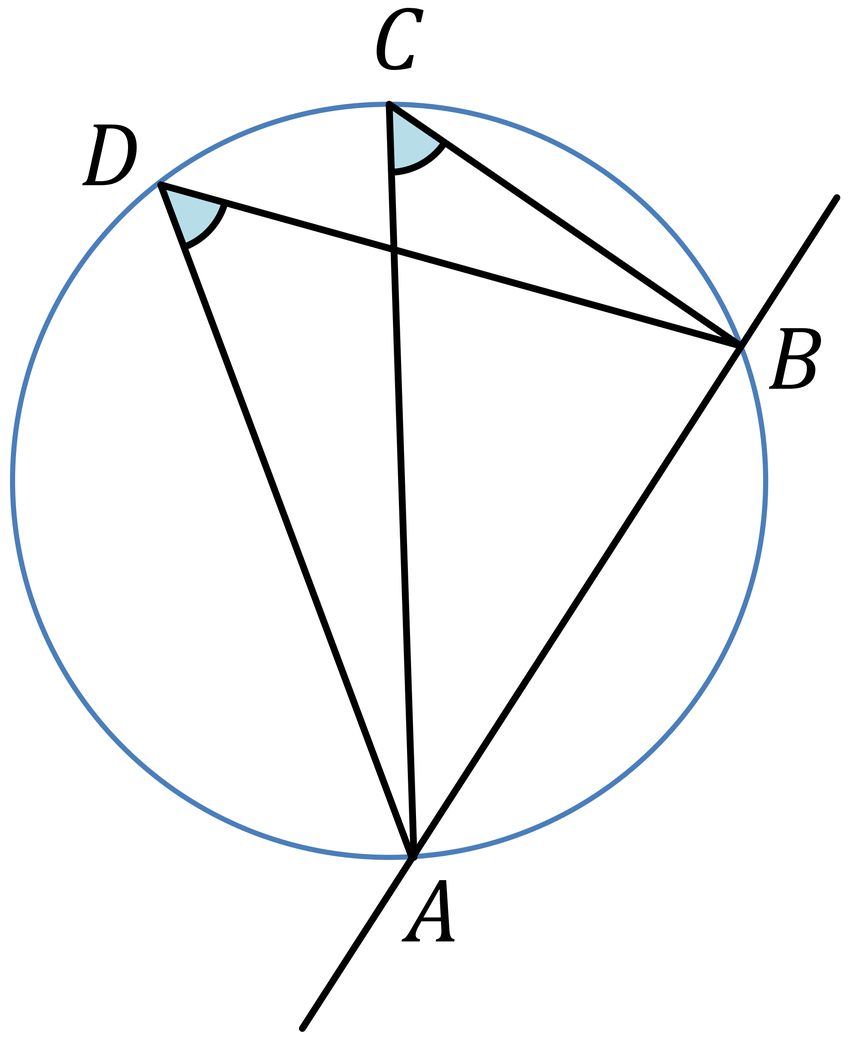
$$\alpha + \beta = 180°$$

정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴은
모두 원에 내접하는 사각형

원주각의 활용

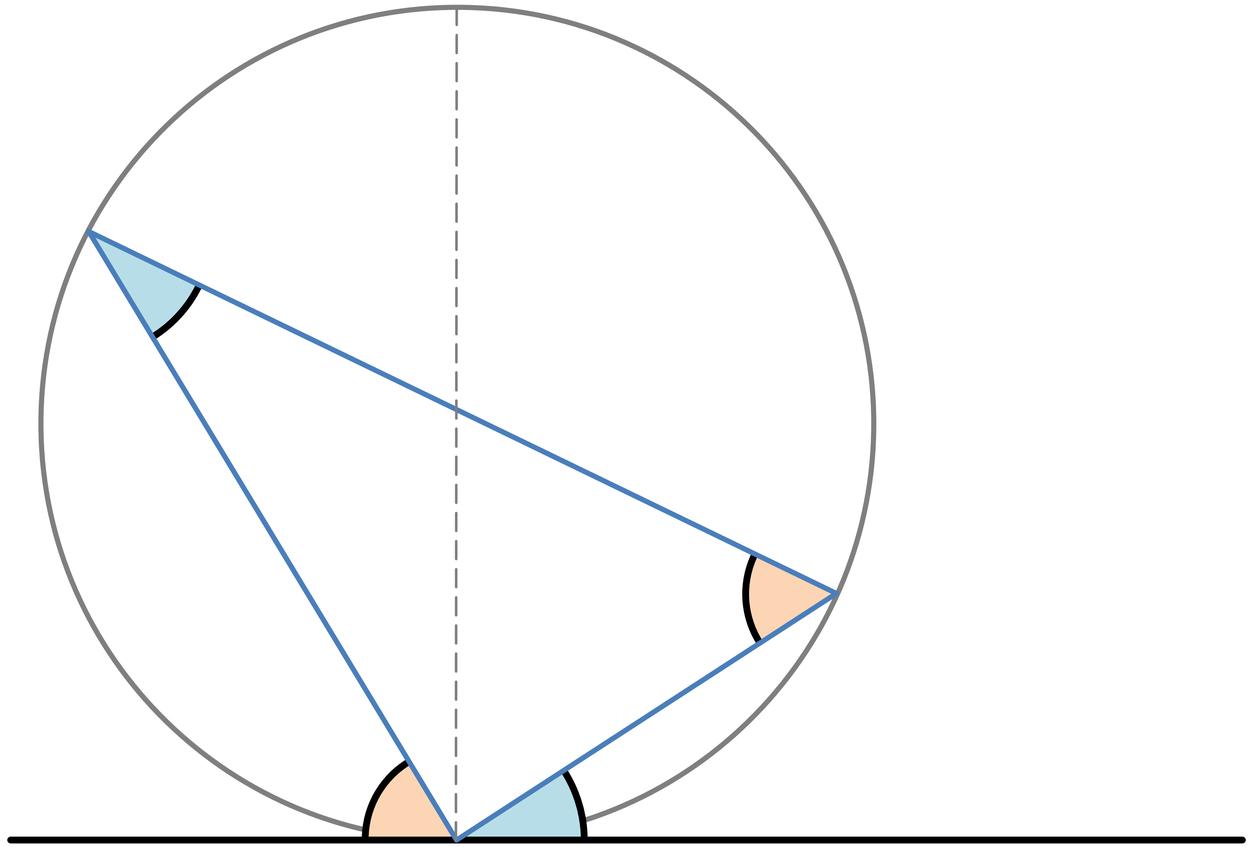
- 네 점이 한 원 위에 있는지 판별하기 위해 원주각을 활용할 수 있다.

- 각 ACB와 각 ADB의 크기가 같으면 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.



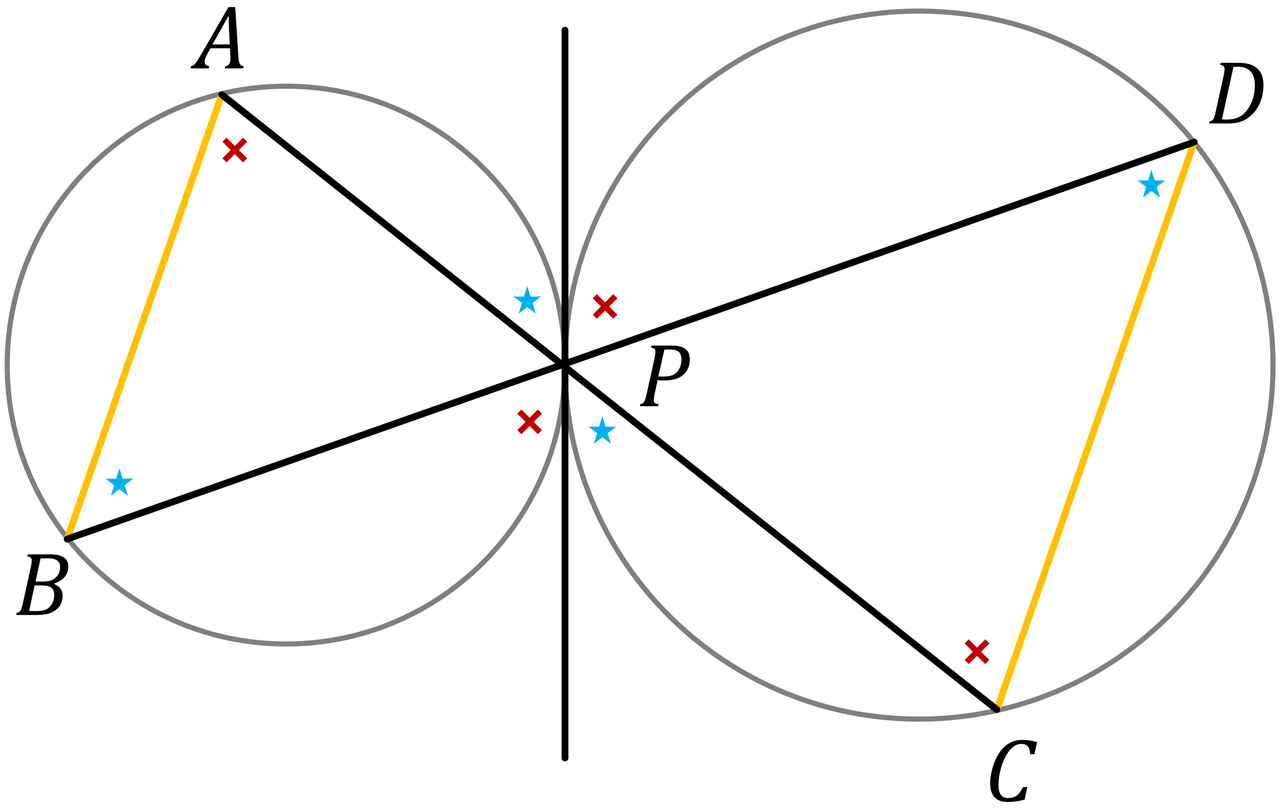
접선과 현이 이루는 각

- 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각 내부 방향의 현에 대한 원주각의 크기와 같다.



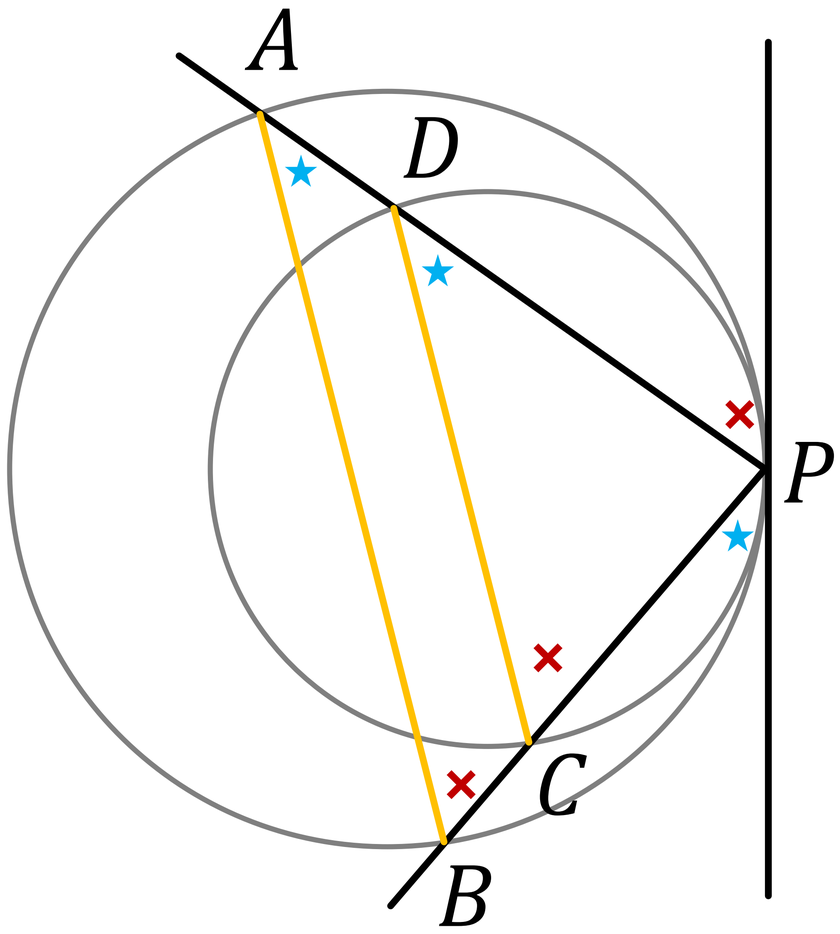
접선과 현이 이루는 각

- 두 원이 서로 접하여 공통 접선이 있다. 접점을 지나는 서로 다른 두 직선이 있고 두 직선이 한 원에서 만나는 점을 A, B 다른 한 원과 만나는 점을 C, D 가 있다.
- $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이다.



접선과 현이 이루는 각

- 두 원이 서로 접하여 공통 접선이 있다. 접점을 지나는 서로 다른 두 직선이 있고 두 직선이 한 원에서 만나는 점을 A, B 다른 한 원과 만나는 점을 C, D 가 있다.
- $\overline{AB}//\overline{CD}$ 이다.



대푯값과 산포도

중학교 수학 3-2

슈퍼브레인

통계 용어

- 대푯값 : 자료 전체 혹은 구간의 특징을 대표적으로 나타내는 값
  - 예: 평균, 중앙값, 최빈값 등
- 평균mean : 변량 전체의 총합을 변량의 개수로 나눈 값

$$\text{평균} = \frac{\text{변량 총합}}{\text{변량의 개수}}$$

- 예시) 8명 학생들의 키
  - 176cm, 180cm, 172cm, 168cm, 162cm, 178cm, 160cm, 164cm
  - 평균 : $\frac{176+180+172+168+162+178+160+164}{8} = \frac{1360}{8} = 170$

통계 용어

- **중앙값** : 변량 중 중간 순위에 있는 변량의 값
  - 변량의 개수가 홀수인 경우 한가운데 값
  - 변량의 개수가 짝수인 경우 한가운데 두 값의 평균값

순위	6	8	5	4	2	7	1	3
변량값	176	180	172	168	162	178	160	164

  - 중앙값은 170
- **최빈값** : 전체 자료 중 가장 빈번하게 나타나는 값

가평균을 이용한 평균 구하기

예시

- 10명의 가평균을 170 이라고 한다면,

변량값	162	165	172	168	176	178	160	164	165	180	
가편차	-8	-5	+2	-2	+6	+8	-10	-6	-5	+10	-10

- 임의로 정한 가평균 : 170
- 가편차의 평균 : $-\frac{10}{10} = -1$
- 가평균에서 가편차의 평균을 더하면 $170 + (-1) = 169$

통계 용어

- 산포도 : 자료의 변량이 흩어진 정도를 하나의 수로 나타낸 값
- 편차deviation : 각 변량에서 평균을 뺀 값
  - 편차 $=$ 변량 $-$ 평균
  - 편차의 합은 항상 0
  - 변량이 평균보다 높은 경우 편차는 $(+)$, 낮은 경우 편차는 $(-)$
- 분산variance : $V = \dfrac{\text{편차의 제곱의 합}}{\text{변량의 개수}}$
- 표준 편차standard deviation : $S = \sqrt{V}$

분산, 표준편차 예제

변량값	162	165	172	168	176	178	160	164	165	180	1690
평균	$1690 \div 10 = 169$										
편차	-7	-4	+3	-1	+7	+9	-9	-5	-4	+11	0
편차^2	49	16	9	1	49	81	81	25	16	121	448
분산	$\frac{448}{10} = 44.8$										
표준편차	$\sqrt{44.8} = 6.69$										

분산과 표준 편차의 의미

- 분산과 표준 편차가 크면 클수록

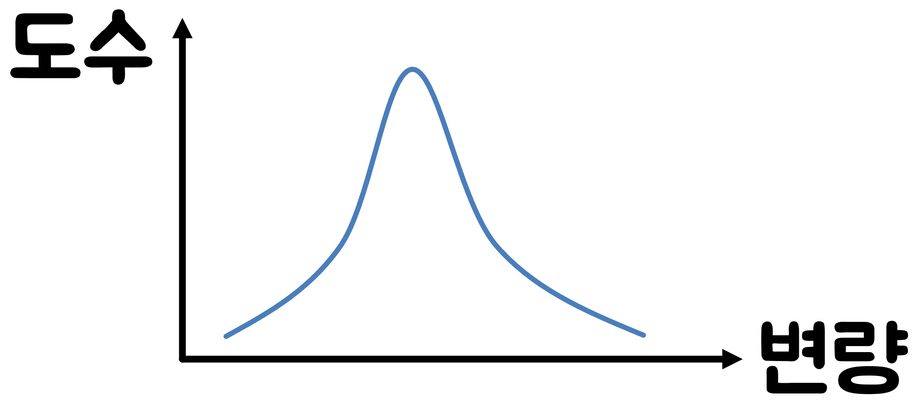
  자료들의 변량 값이 평균에서 멀리 떨어지는 경향을 나타낸다.

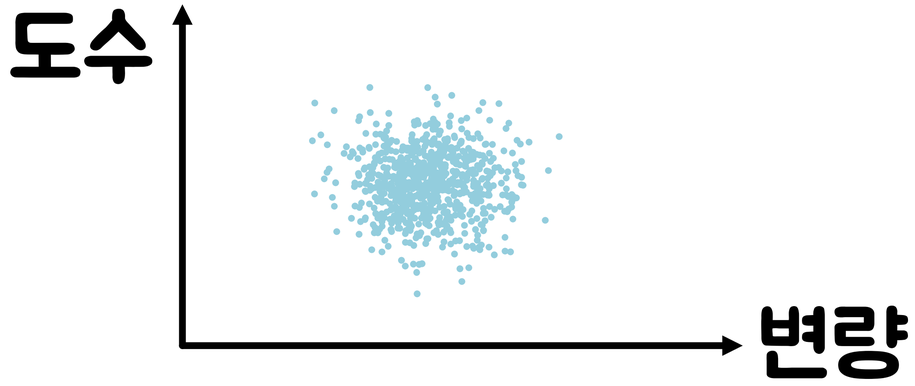
- 분산과 표준 편차가 작으면 작을수록

  자료들의 변량 값은 평균이 몰려있는 경향을 나타낸다.

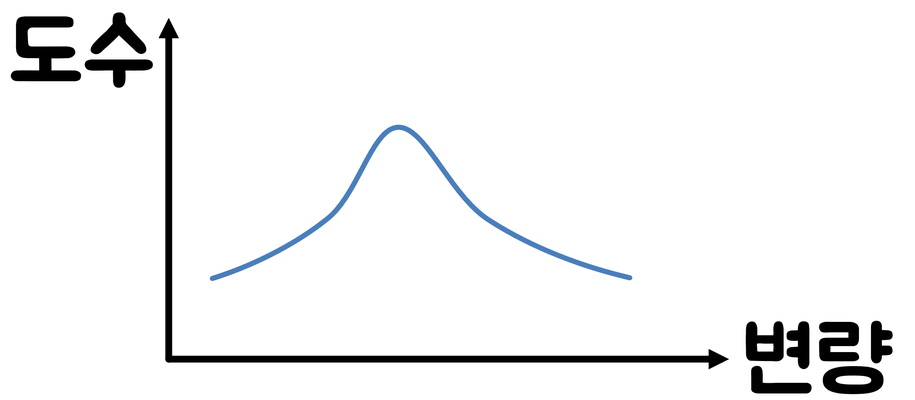
분산과 그래프

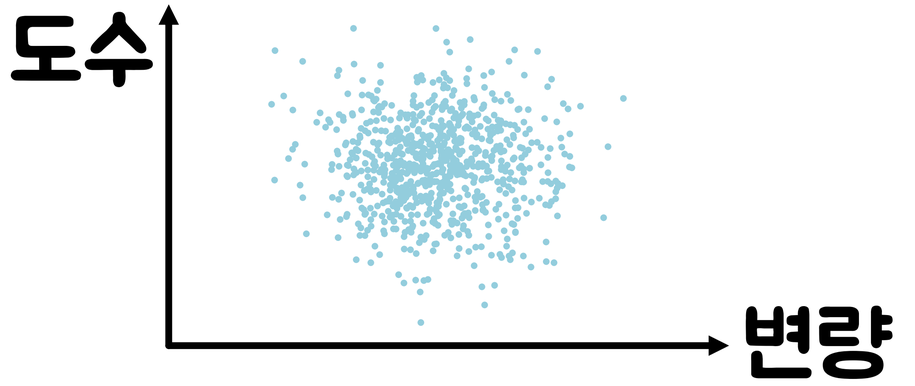
■ 분산과 표준 편차가 작은 경우





■ 분산과 표준 편차가 큰 경우



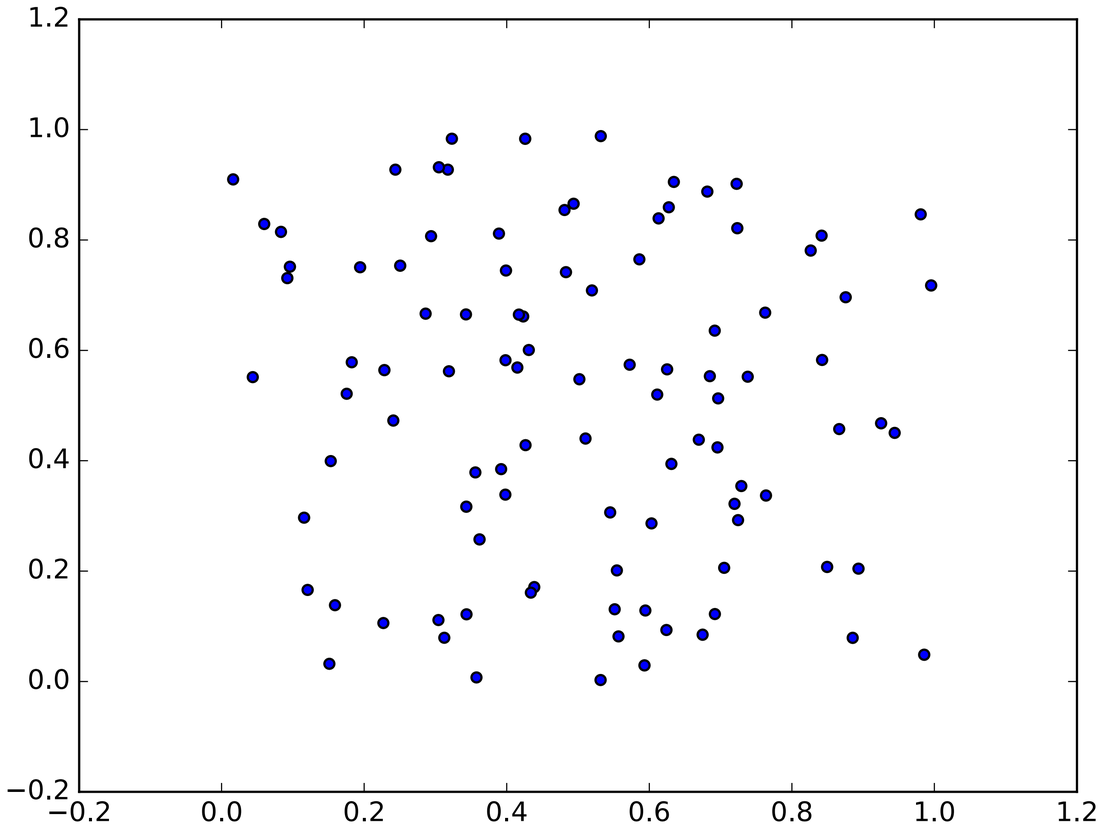


상관관계

- 두 변량 사이 특정한 경향성의 관계가 있으면 상관관계가 있다고 한다.

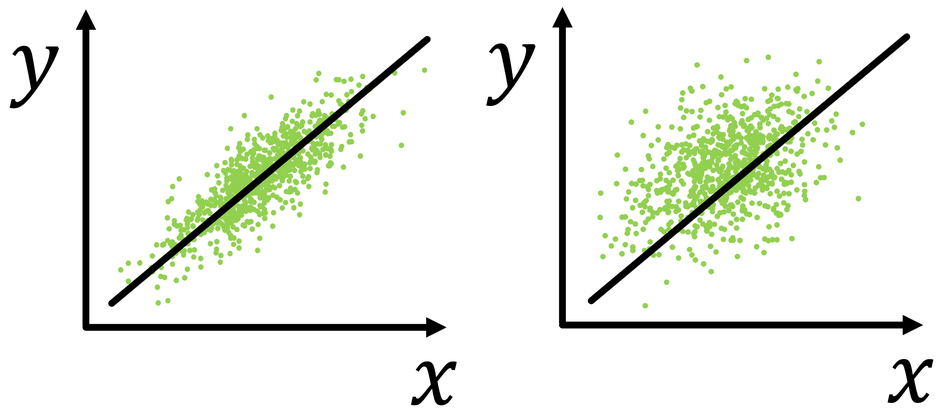
산점도 scatter plot

- 두 변량 사이의 관계를 알기 위해 좌표평면 상에 점으로 나타낸 그림

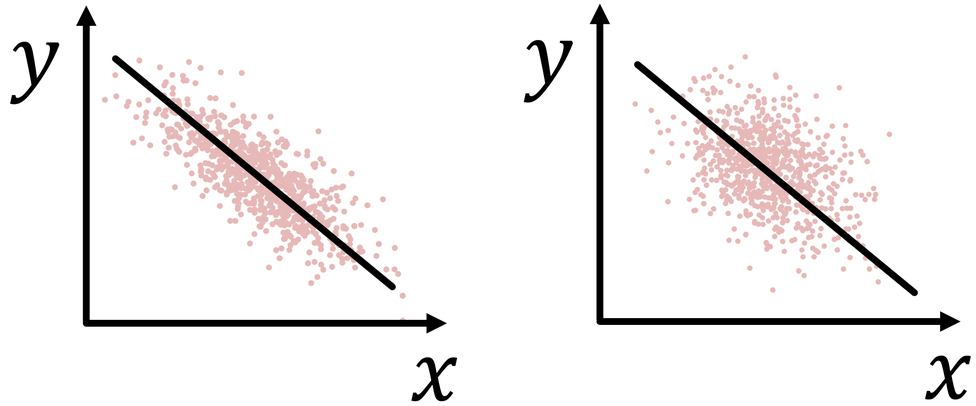


산점도와 상관관계

- 산점도를 보고 두 변량의 상관관계를 파악할 수 있다.
- 양의 상관관계



음의 상관관계



- 상관관계가 없는 경우